

# 基本単一モード導波路間の光結合効率の波面収差依存性と評価基準の解析

立野 公男・島野 健

日立製作所中央研究所 〒185-8601 国分寺市東恋ヶ窪 1-280

## Analysis of Wave Aberration Dependency and Criterion for the Coupling Efficiency between Single Mode Optical Waveguides

Kimio TATSUNO and Takeshi SHIMANO

Central Research Laboratory, Hitachi Ltd., 1-280 Higashi-Koigakubo, Kokubunji, Tokyo 185-8601

Optical coupling efficiency between single mode waveguides containing wave aberration is theoretically derived. It is equal to the Strehl ratio which is familiar in the imaging optics. Therefore, the aberration criterion is given by the root mean square of the wave aberration which is similar to the Marechal criterion.

**Key words:** optical fiber communication, waveguide, coupling efficiency, wave aberration, strehl intensity, marechal criterion

### 1. はじめに

光通信モジュールにおける半導体レーザーと光ファイバーや、光ファイバー増幅器への励起用半導体レーザーの結合など、光導波路間の光結合効率がいかに与えられるかを知ることは導波路モジュールの設計上<sup>1,2)</sup>重要な課題である。この問題は、従来から H. Kogelnik が解明しており<sup>3,4)</sup>、ガウシアンモードを仮定して2つの光導波路の光結合効率は、近視野における両者のモードの重なり積分で与えられることを示した。しかし、実際の結合光学系では収差が伴うため光結合効率と収差がどのような関係にあって、収差の許容値がいかに与えられるかを明確にする必要があるが、この観点からの解析はない。この問題に対して、R. Wagner の論文があり<sup>5)</sup>、収差が存在する場合の光結合効率を議論している。しかし、1) 近視野と遠視野の区別がなされていない。2) 収差をタイプごとに最大値で代表させ、数値的に答えを求めようとしているので、必ずしも解析的に明瞭な見通しが得られているとはいえない。

このため、本論文では基本単一モードの光導波路間の結合効率を波面収差が存在する場合について解析的に導出

し、収差と効率の関係式と評価基準を明瞭に表示する。すなわち、第1に近視野において与えられる光結合効率の重なり積分が、遠視野での重なり積分に変換できることを示す。第2に光結合効率と波面収差の標準偏差との関係式を導き、レンズ設計の評価関数として周知の Strehl 強度<sup>6)</sup>と同一の式で与えられることを示す。第3に収差の許容値を算出する方法は、結像光学系の評価基準として与えられている Marechal の方法<sup>6)</sup>と同等になることを示す。最後に、波面収差の具体例として、デフォーカス (defocus)、と非点収差 (astigmatism)<sup>7)</sup>を取り上げ、光結合効率と波面収差の関係、および、波面収差の許容値を算出し理論の妥当性を数値的に検証する。

### 2. 理 論

#### 2.1 近視野での重なり積分

H. Kogelnik によれば、モード分布がガウシアンで近似される光導波路間の結合効率  $\eta$  は、近視野における両モードの重なり積分として与えられる。

E-mail: tatsuno@crl.hitachi.co.jp

$$\eta = \frac{\left| \iint E_1^*(x_n, y_n) \cdot E_2(x_n, y_n) dx_n dy_n \right|^2}{\iint |E_1(x_n, y_n)|^2 dx_n dy_n \cdot \iint |E_2(x_n, y_n)|^2 dx_n dy_n} = \frac{S_{12}}{I_1 \cdot I_2} \quad (1)$$

ここに、 $E_1(x_n, y_n)$ 、および、 $E_2(x_n, y_n)$  はそれぞれガウシアンで表示される近視野での入射、および、受光導波路の電場（光波）分布である<sup>3)</sup>。

そこで、入射光が収差をもっている場合を考察する。具体的には、Fig. 1 に示すように導波路からの出射光をいったんレンズで集光し、受光導波路に導波させる場合を想定している。一般にレンズを通過した光波は収差をもつようになる。収差の取り扱いは、近視野で扱う光線収差と遠視野で扱う波面収差の2系統がある。ここでは収差を、解析的に見通しがよく数式的に扱いやすい遠視野での波面収差として捕らえる。このため、まずはじめに H. Kogelnik が与えた近視野における光結合効率の式 (1) を、遠視野における光結合効率の式に変換することを考える。

## 2.2 遠視野での重なり積分への転換

近視野における光波  $E_1(x_n, y_n)$ 、 $E_2(x_n, y_n)$  は、遠視野における光波、 $E_1(x_f, y_f)$ 、 $E_2(x_f, y_f)$ 、すなわち、瞳関数のフーリエ変換で与えられる。

$$E_1(x_n, y_n) = C \cdot F[E_1(x_f, y_f)] \quad (2)$$

$$E_2(x_n, y_n) = C \cdot F[E_2(x_f, y_f)] \quad (3)$$

ここに遠視野とは、導波路開口より十分離れたフラウンホーファー領域のことである。また、 $C$  は定数である。

今、媒介関数  $V(t, u)$  を定義し、 $\star$  を相互相関演算子とすれば、

$$V(t, u) = E_1(x_n, y_n) \star E_2(x_n, y_n) \quad (4)$$

$$= \iint E_1^*(x_n - t, y_n - u) \cdot E_2(x_n, y_n) dx_n dy_n \quad (5)$$

と書ける。 $V(t, u)$  の逆フーリエ変換は、

$$F^{-1}[V(t, u)] = F^{-1}[E_1^*(x_n, y_n)] \cdot F^{-1}[E_2(x_n, y_n)] \quad (6)$$

$$= -C^2 \cdot E_1^*(x_f, y_f) \cdot E_2(x_f, y_f) \quad (7)$$

であり、

$$V(t, u) = -C^2 \cdot F[E_1^*(x_f, y_f) \cdot E_2(x_f, y_f)] \quad (8)$$

と表すことができる。したがって、式 (1) の分子は、

$$S_{12} = |V(0, 0)|^2 \quad (9)$$

$$= C^4 |F[E_1^*(x_f, y_f) \cdot E_2(x_f, y_f)]_{t=u=0}|^2 \quad (10)$$

$$= C^4 \left| \iint E_1^*(x_f, y_f) \cdot E_2(x_f, y_f) dx_f dy_f \right|^2 \quad (11)$$

となる。さらに、エネルギー保存の法則を考えると、式 (1) の分母は

$$I_1 = \iint |E_1(x_n, y_n)|^2 dx_n dy_n = C^2 \iint |E_1(x_f, y_f)|^2 dx_f dy_f$$

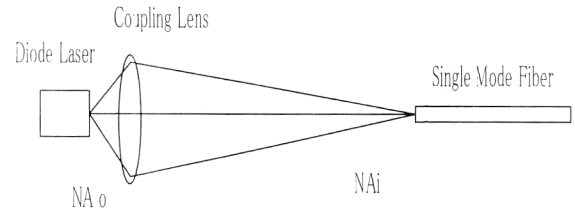


Fig. 1 Coupling optics between laser diode and optical fiber.

(12)

$$I_2 = \iint |E_2(x_n, y_n)|^2 dx_n dy_n = C^2 \iint |E_2(x_f, y_f)|^2 dx_f dy_f \quad (13)$$

となる。したがって、光結合効率  $\eta$  は、

$$\eta = \frac{\left| \iint E_1^*(x_f, y_f) \cdot E_2(x_f, y_f) dx_f dy_f \right|^2}{\iint |E_1(x_f, y_f)|^2 dx_f dy_f \cdot \iint |E_2(x_f, y_f)|^2 dx_f dy_f} \quad (14)$$

となる。すなわち、式 (14) は、基本単一モード光導波路間の光結合効率が各々のモードの遠視野における重なり積分でも与えられることを意味している。導波路のモードがガウシアンの場合、遠視野でもガウシアンになるので近視野、遠視野の区別がなくなる。しかし、波面収差は遠視野で定義されているので、波面収差が伴う場合の光結合効率を論じるときは式 (14) を基にした解析が必要である。

## 2.3 波面収差と光結合効率の関係

入射光波  $E_1(x_f, y_f)$  が、波面収差  $\Phi(x_f, y_f)$  をもち、かつ、 $E_1$ 、 $E_2$  とも瞳上での振幅分布がガウシアンの場合には、

$$E_1(x_f, y_f) = G(x_f, y_f) \cdot \exp\{ik\Phi(x_f, y_f)\} \quad (15)$$

$$k = \lambda/2\pi$$

$$E_2(x_f, y_f) = G(x_f, y_f) \quad (16)$$

と表される。この場合、光結合を与える式 (14) は

$$\eta = \frac{\left| \iint E_1^*(x_f, y_f) \cdot G(x_f, y_f) dx_f dy_f \right|^2}{\iint |G(x_f, y_f)|^2 dx_f dy_f} \quad (17)$$

となる。そこで、入射光波  $E_1(x_f, y_f)$  が、波面収差  $\Phi(x_f, y_f)$  をもち、かつ、 $E_1$ 、 $E_2$  とも瞳上での振幅分布が一定で、瞳外でゼロである場合、すなわち、

$$E_1(x_f, y_f) = \text{Const} \cdot \exp\{ik\Phi(x_f, y_f)\} \quad (18)$$

$$k = \lambda/2\pi$$

$$E_2(x_f, y_f) = \text{Const (on the pupil)} \quad (19)$$

を想定する。この場合と、前述の振幅分布がガウシアンである  $E_1$ 、 $E_2$  の場合を比較すると、後者では瞳の周辺にいくに従い光結合効率に対する波面収差の悪影響が減ると考えられるので、次の不等式、

$$\eta = \frac{\left| \iint E_1^*(x_r, y_r) \cdot G(x_r, y_r) dx_r dy_r \right|^2}{\iint |G(x_r, y_r)|^2 dx_r dy_r \iint |E_1^*(x_r, y_r)|^2 dx_r dy_r} \quad (20)$$

が成り立つ。

式 (20) は、レンズで絞込んだスポットの中心強度を与える式であり、結像光学系の評価関数としてよく知られた Strehl 強度と同じである。式 (18) の指数関数をテイラー展開すると、

$$\exp\{ik\Phi(x_r, y_r)\} = 1 + ik\Phi + (ik\Phi)^2/2 + \dots \quad (21)$$

となる。収差が比較的小さい場合を想定して、近似を2次まで取ると、光結合効率  $\eta$  は、

$$\eta > \iint [1 + ik\Phi - (ik\Phi)^2/2] dx_r dy_r \quad (22)$$

$$= 1 - (2\pi/\lambda)^2 [\Phi^2 - \bar{\Phi}^2] \quad (23)$$

と書くことができる。ここに、 $\Phi^2$  は波面収差の2乗の瞳上での平均、すなわち、

$$\Phi^2 = \iint \Phi^2(x_r, y_r) dx_r dy_r \quad (24)$$

であり、 $\bar{\Phi}^2$  は、瞳面上での波面収差  $\Phi$  の平均の2乗、すなわち、

$$\bar{\Phi}^2 = \left[ \iint \Phi(x_r, y_r) dx_r dy_r \right]^2 \quad (25)$$

である。かくして、光結合効率  $\eta$  は、

$$\eta > 1 - (2\pi/\lambda)^2 [RMS]^2 \quad (26)$$

という簡単な式で表される。これが、われわれの求める式である。ここに  $[RMS]$  は root mean square の略であり、波面収差の標準偏差である。式 (26) は、収差が比較的小さい場合には、収差のタイプ (コマ、非点、球面、像面湾曲 (デフォーカス)、歪曲 (ティルト) など) によらず、波面収差の標準偏差にのみ依存することを意味している。例えば、波面収差の標準偏差が  $0.07\lambda$  のとき、光結合効率は過剰損失として、1 dB 低下する。これは、レンズで絞込んだスポットの中心強度が80%に低下するという Marechal criterion に対応する。許容値を厳しく取って、過剰損失の許容値を0.5 dB とすれば、波面収差の標準偏差の許容値は  $0.035\lambda$  以下となる。

### 3. 具体例と考察

#### 3.1 デフォーカス (defocus)

デフォーカスは収差の一種とみなされるのでこれを具体例として取り上げ、これまでの議論の数値的検証を行う。すなわち、デフォーカス収差の波面収差の標準偏差

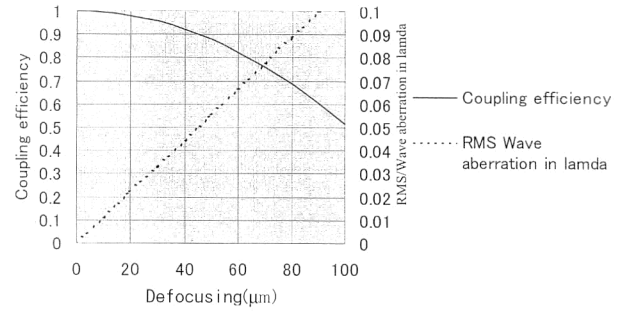


Fig.2 Coupling efficiency and wave aberration dependency on the defocusing for  $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$ .

$[RMS]$  を導出し、式 (26) の  $[RMS]$  の項に代入し、デフォーカス  $\Delta z$  の関数として陽に表す式を求める。デフォーカス収差の遠視野における波面収差  $\Phi_{\text{def}}(x_r, y_r)$  は、放物近似を行えば

$$\Phi_{\text{def}}(x_r, y_r) = \frac{1}{2} NA^2 \Delta z (x_r^2 + y_r^2) \quad (27)$$

と表すことができる。したがって、デフォーカスの波面収差の瞳面上での標準偏差  $[RMS]$  は、式 (24), (25) より、

$$[RMS] = \frac{1}{4\sqrt{3}} NA^2 \Delta z \quad (28)$$

となる。この式を図示したものが Fig. 2 である。例えば、デフォーカス量  $40 \mu\text{m}$  に対し、波面収差の標準偏差は  $0.035\lambda$  となり、光結合の過剰損失は 0.5 dB となる。さらにデフォーカス量  $60 \mu\text{m}$  に対し、波面収差の標準偏差は約  $0.07\lambda$  となり、光結合の過剰損失は 1.0 dB となる。ちなみに、このときの波面収差の最大値は、式 (27) より波長を単位として表すと  $0.23\lambda$  となり、いわゆるレイリー (Rayleigh) の4分の1波長則に相当する。

次に、Strehl 強度から導いた式 (26) に、今導いたデフォーカスの波面収差の標準偏差の式 (28) を代入して光結合効率  $\eta$  をデフォーカス  $\Delta z$  の関数として陽に表すと

$$\eta > 1 - (2\pi/\lambda)^2 [RMS]^2 = 1 - \frac{NA^4 \pi^2}{12\lambda^2} \Delta z^2 \quad (29)$$

となる。

そこで、2章1節で述べた近視野での重なり積分の式 (1) を用い、2つの導波路が距離  $\Delta z$  だけ離れた場合について H. Kogelnik が導出した光結合の式を引用し、本研究で新たに導いた式 (26) と比較して数値的な検証を行う。すなわち、スポットサイズ  $w_0$  をもつ2つのガウシアンモード導波路が (この場合、 $w_0 = w_1 = w_2$ )、間隔  $\Delta z$  (この場合、 $z_1 = 0, z_2 = \Delta z$ ) を隔てて置かれた場合の光結合効率  $\eta$  は、次式で与えられる<sup>3,4)</sup>。

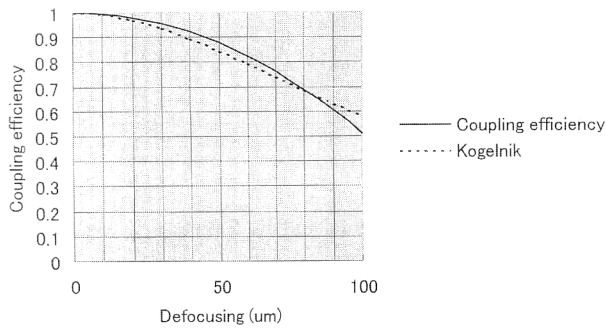


Fig. 3 Comparison of coupling efficiency dependency on the defocusing for  $\lambda=1.3\ \mu\text{m}$ . Solid line is derived from equation (30), and dotted line is from equation (32).

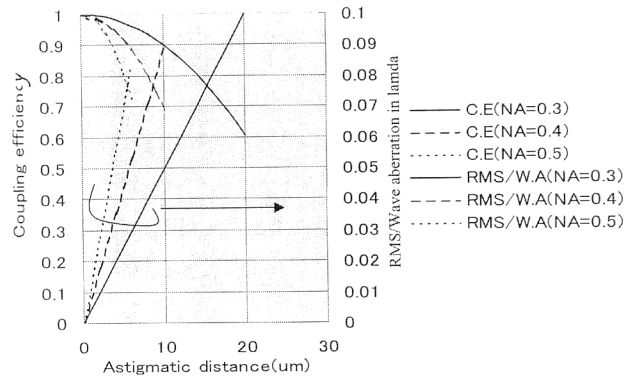


Fig. 5 Coupling efficiency and wave aberration dependency on the diode laser astigmatism.

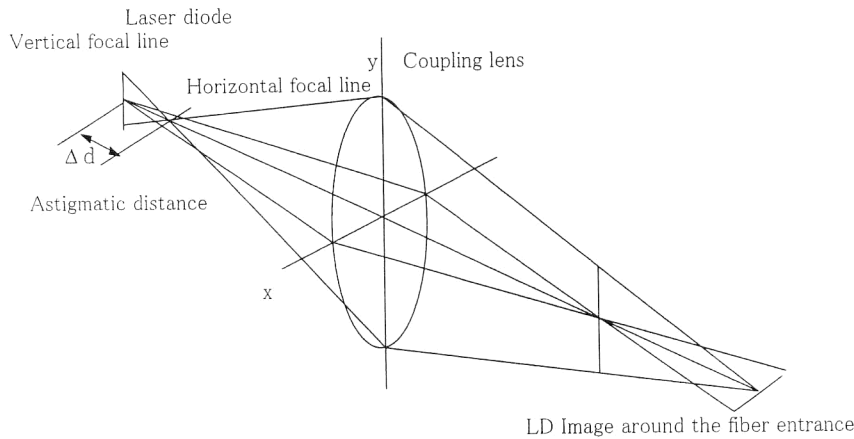


Fig. 4 Imaging of diode laser astigmatism around the fiber entrance.

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{\lambda^2}{4\pi^2 w_0^4} \Delta z^2} \quad (30)$$

ここで、間隔  $\Delta z$  は導波路からみた、デフォーカス (defocus)  $\Delta z$  に相当すると考える。また、光導波路の開口数  $NA$  とスポットサイズ  $w_0$  の関係、

$$w_0 = \frac{\lambda}{\kappa NA} \quad (31)$$

を用いて表すと次式となる。ここに  $\kappa$  は変換係数である。

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{\kappa^2 NA^4}{4\pi^2 \lambda^2} \Delta z^2} \quad (32)$$

具体的な数値例として、導波路の波長  $\lambda$  が  $1.3\ \mu\text{m}$ ,  $NA$  (開口数) が  $0.1$  の場合 (SMF/単一モードファイバー相当) につき、式 (30) および、(32) を比較して図示したものが Fig. 3 である。両者はほぼ一致している。以上により、デフォーカスを収差とみなし、デフォーカス量を介して、波面収差の許容値が光結合効率の場合と結像光学系の場合でほぼ一致することが示された。

### 3.2 非点収差 (astigmatism)

次に、光ファイバーと半導体レーザーの光結合を考えて逆に、半導体レーザーの非点収差の許容値を非点隔差の量として算出する。Fig. 4 に示すように、半導体レーザーの垂直方向の焦線と水平方向の焦線との間隔 (非点隔差) を  $\Delta d$  とすれば、非点収差の波面収差係数は、

$$\Phi_{\text{astigma}}(x_r, y_r) = \frac{1}{4} NA^2 \Delta d \quad (33)$$

と表すことができる<sup>7)</sup>。ここに  $NA$  は半導体レーザー導波路の開口で決まる開口数である。したがって、非点収差の波面収差の瞳面上での標準偏差 [RMS] は、式 (24), (25) より、

$$[RMS] = \frac{1}{8\sqrt{3}} NA^2 \Delta d \quad (34)$$

となる。よって、光ファイバーの  $NA$  と等しい像側  $NA$  をもち、収差のよく取れた結合レンズを介した半導体レーザーと光ファイバーの光結合光学系 (Fig. 1) の効率、式 (26) により、

$$\eta > 1 - (2\pi/\lambda)^2 [RMS]^2 = 1 - \frac{NA^4 \pi^2}{24\lambda^2} \Delta z^2 \quad (35)$$

で与えられる。半導体レーザーの波長  $\lambda$  が  $1.3 \mu\text{m}$ 、結合レンズの物体（半導体レーザー）側  $NA$ （開口数）が  $0.3$ 、 $0.4$ 、 $0.5$ 、ファイバー側の  $NA$  が  $0.1$  の場合につき、式 (34) および、式 (35) を図示したものが Fig. 5 である。例えば結合レンズの半導体レーザー側の  $NA$  が  $0.4$  のとき、光結合の過剰損失を  $0.5 \text{ dB}$ 、すなわち、波面収差の標準偏差が  $0.035\lambda$  のとき、非点隔差は  $4 \mu\text{m}$  となる。さらに光結合の過剰損失が  $1.0 \text{ dB}$ 、すなわち波面収差の標準偏差が  $0.07\lambda$  のとき、非点隔差は  $8 \mu\text{m}$  となる。これらが半導体レーザーの非点隔差の許容値である。

#### 4. ま と め

波面収差をもつ基本単一モード光導波路間の光結合効率を導出し、以下のことが判明した。

- (1) 導波路間の光結合を与える近視野での重なり積分は、遠視野での重なり積分に一致すること
- (2) 光結合効率と波面収差の関係は、結像光学系における点像の評価基準としてよく知られた Strehl 強度の式と一致すること
- (3) したがって、Marechal の波面収差の評価方法が光結合効率の波面収差の評価にも適用できること

- (4) 例えば、光結合効率過剰損失  $0.5 \text{ dB}$  に対し、波面収差の標準偏差は  $0.035\lambda$  となり、 $1.0 \text{ dB}$  に対して、 $0.07\lambda$  となること

#### 文 献

- 1) K. Tatsuno, K. Yoshida and K. Fukuda: "High-coupling-efficiency aspheric microoptics integrated on a Si-V groove for a high-speed MiniDIL transmitter," *Technical Digest of OFC '99*, San Diego (1999) pp. 201-203.
- 2) K. Tatsuno, Y. Yoshida, T. Kato, T. Hirataka, T. Miura, K. Fukuda, T. Ishikawa, M. Shimaoka and T. Ishii: "High-performance and low-cost plastic optical modules for access network system applications," *IEEE J. Lightwave Technol.*, **17** (1999) 1211-1216.
- 3) H. Kogelnik: "Coupling and conversion coefficients for optical modes," Symposium in quasi optics, *Microwave Research Institute Symposia Series*, 14 (Polytechnic Press, New York, 1964) pp. 333-347.
- 4) 河野健治: 光デバイスのための光結合系の基礎と応用 (現代工学社, 1991) p. 45.
- 5) R. E. Wagner and W. J. Tomlinson: "Coupling efficiency of optics in single-mode fiber components," *Appl. Opt.*, **21** (1982) 2672-2688.
- 6) マックス・ボルン, エミル・ウォルフ: 光学の原理 2, 草川徹, 横田英嗣訳 (東海大学出版会, 1975).
- 7) 立野公男: "光ディスク用半導体レーザーの集光特性の測定と評価", *レーザー研究*, **26** (1998) 735-739.