

光学における非線形ダイナミクス

大 坪 順 次

Nonlinear Dynamics in Optical Systems

Junji OHTSUBO

Up to now, science and technology have been successfully developed based on linear systems that are modeled by deterministic differential equations. In optics, linear systems have also been well worked and much fruitful results have been obtained. Recently, not only a lot of nonlinear materials and devices but also high power lasers are easily obtained. As a result, different kinds of phenomena from those in linear systems have been observed in nonlinear systems. One of such phenomena is instability and chaos originating from nonlinearities of systems. Though a nonlinear system can be described by a set of deterministic equations, we cannot predict the future of the system. The real world is essentially described by nonlinear equations and it includes chaotic natures. In this lecture note, some examples of nonlinear phenomena related to nonlinear dynamics and chaos in optical systems that are described by deterministic equations are discussed.

Key words: nonlinear dynamics, nonlinear waves, nonlinear equations, neural networks, chaos

20 世紀, 線形現象を使った工学, 物理学は大成功をおさめ, われわれはその技術的果実の恩恵に大いに浴した。これに対して, 非線形現象の工学, 物理学は前世紀を挟んで, 今まさに始まろうとしている分野といってもよい。光学でも非線形光学という分野があり, 研究が盛んに行われている。本講義シリーズでも, 非線形材料やフォトリフレクティブ効果など直接光学における非線形効果に関する話題も用意されている。このように, 個々のテーマとしての光学における非線形効果についての話題にはこと欠かないが, それらの現象, システムを統一的にみる体系はまだ十分には確立されているとはいえない。

非線形性という現象には, これまでの物理学の中にはなかった, あるいはあえて無視してきた事柄が含まれている。これまでの工学, 物理学では, 方程式が書ければそれにそって未来永劫の運動が決まるということが本質であるかのように思われていた。いわゆる決定論的方法である。しかし, われわれの周りを見渡せばわかるが, 量子力学を

持ち出すまでもなく, 機械論的な方法では説明がつかない現象がいくらかでもある。その典型は生物である。このニュートンの決定論から一步踏み出し, 決定論的な方程式に基づく不規則な解があるのだということが共通の理解として得られたのはたかだか 40 年ほど前のことである¹⁾。非線形現象の個々の事例を詳細に検討することはもちろん大切であるが, 非線形効果に共通な見方によって説明しようとすることは非常に有意義である。本稿では光学における非線形ダイナミクスの取り扱い方についての説明を行うが, 非線形ダイナミクスそのものは単にもの見方を違う角度からみたというものではなく, 新しい物理学の分野を形成しているといつてよい。

1. 差分系の非線形方程式

まず, 数学的な用意として差分系において起こる非線形現象について簡単に紹介しよう。ある現象が起こって, その現象が次のステップの入力となり, それらの関係が差分

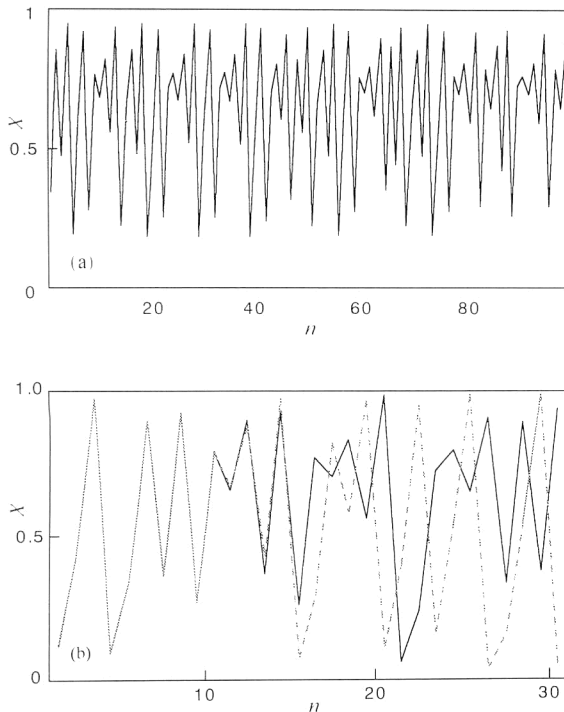


図1 ロジスティック写像におけるカオス波形。(a) $\mu=3.8$ のときの波形。(b) 初期値に対する敏感性。実線, $x_0=0.12000$, 破線, $x_0=0.12001$ 。

式で書き表される場合がある。その際、次のステップへの応答が非線形である場合がある。数学的によく知られた関係として、変数 x 、パラメーター μ についてのロジスティック写像^{2,3)}

$$x_{n+1} = \mu x_n (x_n - 1) \quad (1)$$

がある。これは、2次関数を使った簡単な写像であり、 μ がおよそ3以下の小さな値であるときには、どの x の初期値から出発してもある固定した値に収束する。ところが、 μ が3より少し大きな値になると、 x は周期的な振動を始め、さらに μ の増大とともにその周期振動が倍化していき、最後には図1(a)に示すようなランダムにみえる不規則な振動になる。図1(a)は $\mu=3.8$ の場合である。この不規則振動は、統計的なランダムとは異なり、式(1)の決定論的な差分式から導かれるものである。ところで、この不規則振動は式(1)を計算するとき用いる x の初期値がわずかでも異なると、二度と同じ波形は得られない。図1(b)は、 $\mu=4$ の場合に、初期値を $x_0=0.12000$ から $x_0=0.12001$ とわずかだけ変えた場合の両者の変化を示したものである。最初は2つの軌道はほぼ同じであるが、少し進むと両者で値に差がでてきて、最後はまったく違った軌道を巡ることになる。これが、カオスの初期値敏感性といわれるものである。

パラメーター μ を変化させたときに得られる x_n の値を

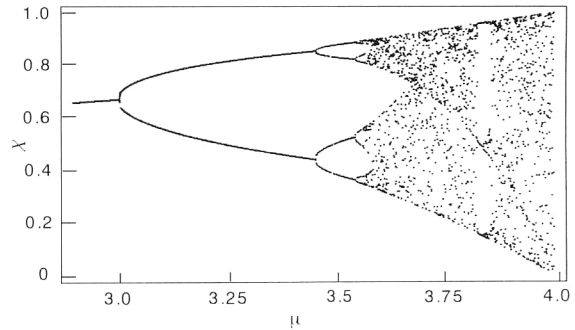


図2 ロジスティック写像の分岐図。

プロットすると、図2のような図形が得られる。この図は分岐図とよばれる。これを見ると、 μ の値が増大するのにもよらず、固定点に収束していた x が振動を始めその周期が倍化して、最後にはある振幅範囲でまったく不規則な振動、すなわちカオス振動をすることを示している。この図はパラメーターに対する周期倍分岐、あるいはカオス分岐とよばれる。式(1)のような簡単な関係から、このような複雑な振る舞いが生じるということは驚きというほかはない。実際、光学においても非線形性をもつ差分系から複雑なダイナミクスが発生することが示される。

2. 微分系の非線形方程式

非線形な変換は、微分系として表される系においてもたくさんみられる。通常、自然現象、工学モデルは非線形な応答をするが、特に工学モデルでは、それを線形化しそれに適合する部分のみについて論じることが多かった。しかし、線形問題がおおむね片付くと、次には当然非線形効果を入れた話をしなければならない。では、これまでそのような非線形効果はまったく無視されてきたのであろうか。古くは力学における3体問題があり、電気回路においては3極管の振動を説明するために、ファンデルポールオシレーター方程式などが考えられた。カオスが実際に共通の理解として定着したのは、1963年、Lorenzによる大気の大気対流現象を説明するモデルによってである¹⁾。Lorenzは流体場の流れを適当に近似、スケーリングすることによって3つの変数に対して時間に関する常微分方程式を得た。この微分方程式はきわめて単純な形をしているのにもかかわらず、解析的な解を得ることはできず、数値計算によって解を求めなければならない。後で述べるように、レーザーもこのローレンツ方程式と同じ形で記述できることが知られている。

ここでは、より簡単な物理モデルである正弦波によって強制振動させられる Duffing 方程式で示される減衰振動系で生じる不安定性の例を示そう。Duffing 方程式は2階の

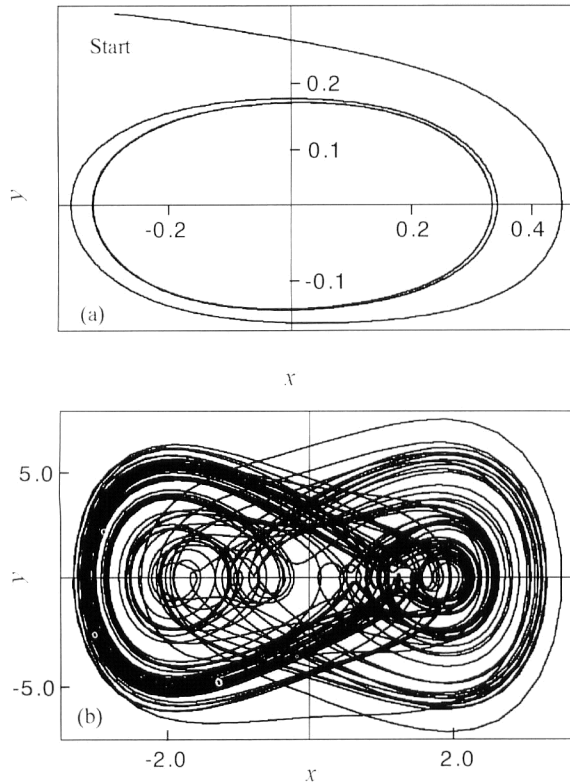


図3 Duffing 方程式のアトラクター. (a) 周期アトラクター, $k=0.5$, $B=0.1$. (b) カオスアトラクター, $k=0.05$, $B=7.5$.

常微分方程式であり, x を規格化した変数として, 時間について

$$\frac{d^2x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} + x^3 = B \cos \omega t \quad (2)$$

のように書ける^{2,3)}. この方程式は, $y = dx/dt$ と書くと, 下のような2つの微分方程式に分けて書くことができる.

$$\frac{dx}{dt} = y \quad (3a)$$

$$\frac{dy}{dt} = -ky - x^3 + B \cos \omega t \quad (3b)$$

このような記述の方法は, 数値計算において役立つだけでなく, カオス系がある変数ベクトル \mathbf{u} とそれを表す非線形関数 f について

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = f(\mathbf{u}; \boldsymbol{\mu}) \quad (4)$$

のように表されることを示している. $\boldsymbol{\mu}$ はこの微分方程式におけるパラメータである. Duffing 方程式は, 基本的には減衰振動系であるが, パラメータの取り方によってさまざまな振動波形が得られる. 図3(a)は, 式(3)で $k=0.5$, $B=0.1$ とし, 初期値を $x=-0.3$, $y=0.3$ とした場合に, x と y の関係をプロットしたものである. 減衰係数が大きく, 外部強制力が小さいときには, 時間とともにある吸引領域へ収束して周期的な振動となる. この吸引領域はア

トラクター(attractor)とよばれる. ところが, $k=0.05$ と減衰項が小さく, $B=7.5$ と外部強制力が大きい場合には, 図3(b)に示すようにある限られた範囲で複雑な軌道を描くことになる. この不思議なアトラクターはストレンジアトラクター(strange attractor)とよばれており, 系がカオスとなる典型的な例である. 単純な2階の微分方程式からこのような複雑なダイナミクスが生まれる.

3. 光学における差分系

差分系の非線形モデルとしてよく用いられるのはニューラルネットワークである. 光の分野においても光ニューラルネットワークなどの手法がパターン認識など光情報処理のために用いられる. 実際, 光を使ったニューラルネットワークの実験などもある⁴⁾. 光素子としては非線形変換のための素子は数多くあるが, 2次元光メモリー素子としてすぐれたデバイスが少なく, 光でニューラルネットワークを構成することは必ずしも容易ではない. そのため, この分野はデジタル画像処理による処理が主流であるが, デジタル画像処理も光学の重要な一分野であると考えて, 以下にその例を示す.

ニューラルネットワーク自体は本質的には時間微分項を含むモデルである. ここでは最小値問題を解くようなニューラルネットワークを考える. このネットワークの i 番目のニューロンに対する内部状態 u_i は

$$\frac{du_i}{dt} = -\beta u_i + \sum_{j=1}^N w_{ij} x_j + v_j \quad (5)$$

と書ける⁵⁾. ここで, 右辺第1項は係数を β とするニューロンの不応性の効果, 第2項は他のニューロン出力からのウェイト, 第3項は適当なバイアスである. ニューロンはこのままの出力を出すのではなく, ある閾値を超えると発火する. その関数 g は非線形応答をもち, 出力 x_i は $x_i = g(u_i)$ のように書ける. 非線形応答としては, $g(u_i) = \tanh(u_i/\epsilon)$ (ϵ はニューロンの温度関数とよばれるものである) のようなシグモイド関数が用いられる. このような非線形方程式は, もともとカオス性を内包している. 式(5)で微分項を差分化し, さらに式変形をしてカオス性を強めた式として

$$u_i(n+1) = k u_i(n) - \beta x_i(n) + \sum_{j=1}^N w_{ij} x_j(n) + v_j \quad (6)$$

のような式を考えることができる⁶⁾. この式で, k , v を n の回数とともに減少させ, 最終的にゼロにした場合には, いわゆるニューラルネットワークにおけるHopfieldモデルになっている. すなわち, 式(6)は, Hopfield ネットワークにおいて状態が極小値に捕われることを避けるため, カオス振動を決定論的な式として導入し, 最終的には大域

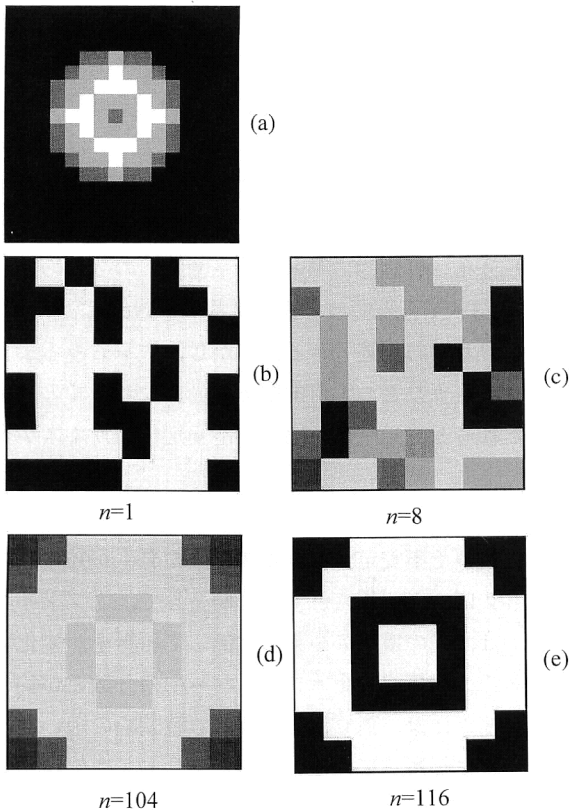


図4 カオスニューラルネットワークを使ったブラインド・デコンボリューション。(a) ぼけ像。以下、画像回復過程(n はネットワークの更新回数)。(b) $n=1$, (c) $n=8$, (d) $n=104$, (e) $n=116$ 。

解へと収束させる式を作っていることに対応している。このようなネットワークはカオスニューラルネットワークとよばれる。

図4は、ブラインド・デコンボリューション問題にカオスニューラルネットワークを適用した画像回復の例である⁷⁾。図4(a)はある画像とぼけ関数の畳み込みの絵である。この畳み込み画像と原画像が存在する範囲(サポートという)の情報をもとに、像回復を行った結果が図4(b)である。 n はネットワーク更新のサイクル回数であり、 $n=116$ における再生画像は、元の画像に完全に一致している。この画像回復においては、カオスニューラルネットワークとブラインド・デコンボリューションの数学的形式がほぼ同じことを利用して、式(6)のカオスニューラルネットワークを多少変形した式を使っている。この例では画像は 16×16 画素である。図5は、式(6)の $i=51$ に相当する画素のネットワーク更新回数 n に対する u_i の分岐図を示したものである。 n の増加にともなって最初はカオス的に本来の画像を探索しているが、画像が回復された時点で正しい出力を出していることがわかる。

このようなパターンダイナミクスは、光学のいろいろな

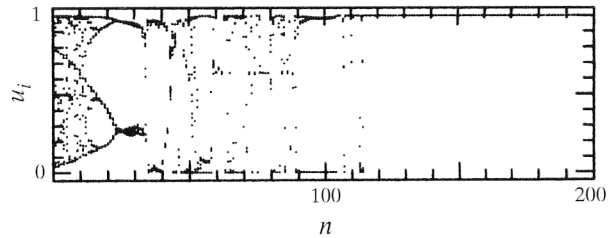


図5 $i=51$ 番目のニューロンの内部状態 u_i の分岐。

場面で、離散的に次のステップに前の状態が影響を及ぼすときなどに発生する。たとえば、テレビ画面で画像信号が入らず雑音が発生しているとき、これをテレビカメラで取り込み、その信号をまたそのテレビに映してという操作を行うと、輝度信号レベルの選び方などによってさまざまなパターンが得られる。このとき、カオス的な不規則な信号のみならず、自己組織的に縞構造など形のある信号が得られる場合もある。また、1次元アレイ構造あるいは2次元セル構造をもつ差分系において、隣接するパターン間などに結合があるときには、お互いの影響でフィードバックにより協調的なパターンが生まれたり、カオス的なパターンになったりする場合もある。このような隣接パターンにおけるダイナミクスは、結合マップ格子(CML: coupled map lattice)問題としても知られている⁸⁾。実際、隣接間で結合のあるレーザーアレイのダイナミクスなどにおいて、レーザーアレイのカオス的振る舞いや同期現象などの問題としても興味をもたれている。

4. 光学における微分系

工学において、さまざまな現象は微分方程式で記述できることが多く、これを解くことによって有意義な結果が得られる。光学の問題においても、微分系で議論できるモデルにはこと欠かない。読者の興味のある光の分野はさまざまであると考えられるが、誰にでも馴染みのある光学における非線形効果はレーザーであろう。レーザーは一般的に二準位系で近似することができ、おおむねのレーザーはこの系を用いてうまく説明することができる⁹⁾。二準位系のレーザーにおいては、3つの変数、光の電場 E 、物質の分極 P 、反転分布 W によって記述でき、

$$\frac{dE}{dt} = \frac{iv}{2}P - \frac{1}{2\tau_e}E \quad (7a)$$

$$\tau_p \frac{dP}{dt} = -(1-i\delta)P - iWE \quad (7b)$$

$$\tau_w \frac{dW}{dt} = W_0 - W + \frac{\text{Im}[E^*P]}{I_{\text{sat}}} \quad (7c)$$

と書き表される。ここで、 v は媒質中での光の速度、 δ は原子の離調、 W_0 は閾値での反転分布、 I_{sat} は飽和光強度であ

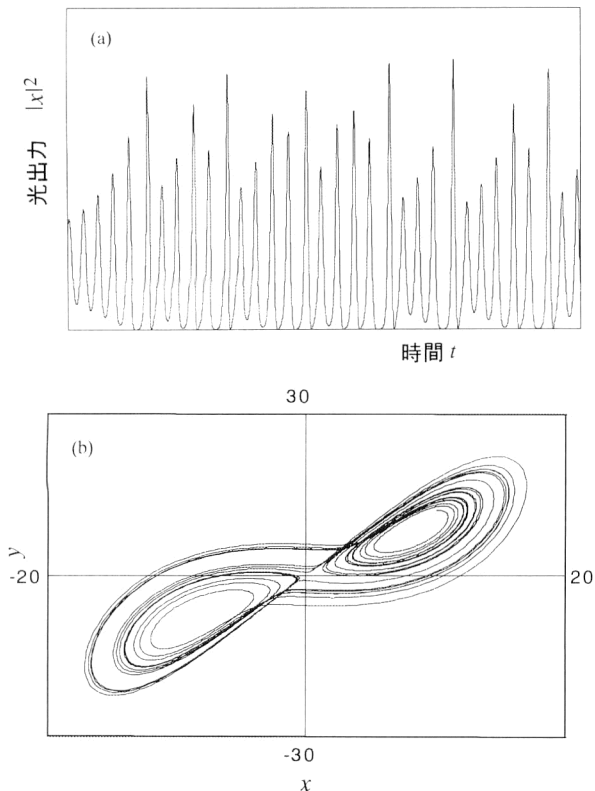


図6 Lorenz-Hakenによるレーザーカオスモデル。(a) カオス的レーザーのパルスの時間出力。(b) x - y 空間におけるストレンジアトラクター。

る。添え字付きの τ は、それぞれの変数の緩和時間である。このレート方程式に対し、簡単な規格化を行うと、上式は x, y, z を変数として

$$\frac{dx}{dt} = -\sigma(x-y) \quad (8a)$$

$$\frac{dy}{dt} = -xz + rx - (1-i\delta)y \quad (8b)$$

$$\frac{dz}{dt} = \text{Re}[x * y] - bz \quad (8c)$$

とまとめることができる。この式は、Lorenz が最初にカオスを論じた式と同じ形をしている。この式は Haken によって導かれた⁹⁻¹⁰。すなわち、レーザーはカオス系であり、式(9)は Lorenz-Haken カオスとよばれる。

図6(a)は数値計算によって求めたレーザー出力 $|x|^2$ がカオス的になるときの例である。レーザーは不規則なパルスの発振となっていることがわかる。これがカオスであることは、図6(b)に示すように x - y の位相空間においてストレンジなアトラクターをもつことからわかる。しかし、実際のレーザーでカオスが発現することは少なく、赤外 NH_3 レーザーなど赤外のレーザーにおいて顕著であるのみである。これらのレーザーはクラスCレーザーとよばれる。可視領域で発振するレーザーはおおむね安定なレーザ

ーになっている。これは、式(7)のレーザーレート方程式において、必要とされるレーザー方程式が3つのうちの2つ(クラスB)、あるいは1つ(クラスA)で足りる場合があるからである。たとえば、半導体レーザーでは物質分極の緩和は非常に速いため、この式は断熱的に時間変化項をゼロと置くことができる。したがって、レート方程式は電場と反転分布(等価的にキャリア密度)の2つの式で記述できる。また、可視領域で発振する He-Ne レーザーは電場のみでおおむね記述できる。しかし、次章でみるようにレーザーにもうひとつの自由度あるいはより多くの自由度が導入されると、レーザー出力が不安定化しカオスが発生する¹¹。

レーザーに限らず、さまざまな光システムにおいて非線形効果に基づく不安定性、カオス現象の発生が知られている。たとえば、よく知られている例として、光ファイバーにおいては、光の電場の2乗に比例して屈折率が変化する効果がある。屈折率変化とファイバー中の分散とが釣り合うようなときには、孤立波とよばれる時間幅の短いパルスが減衰せずに伝搬していくいわゆるソリトンの伝搬が知られている¹²⁻¹⁴。ソリトン波の伝搬式は、伝搬座標と時間についての非線形シュレーディンガー微分方程式として記述できる。ソリトンは形が変わらずに伝搬するからこそソリトンであるが、これまでにみてきたように、非線形方程式の中にはカオスが潜んでいる。実際、ソリトンの伝搬においても、不安定性、カオスが論じられている。もうひとつの例として、フォトリフラクティブ結晶¹²における簡単な二光波混合、あるいは四光波混合においても、カオスを含む不安定性が発生することが知られている^{15,16}。実際、フォトリフラクティブ結晶において六角パターンが形成されたり、それが時間的に回転したりする効果が知られている¹⁷。

5. 光学における遅延帰還微分系

遅延微分方程式は、それ自体非線形である。光学に限らず、なにかを制御しようとするとき、制御量をフィードバックする必要がある。このときには、必ず有限な時間での帰還がかかることになり、系の応答に対しフィードバックの時間が無視できないときにはシステムは遅延微分系となる。ここでは、遅延帰還微分系の例として、半導体レーザーの戻り光効果について示そう。半導体レーザーはそれ自身は安定系で、前章でみたようにクラスBレーザーである。戻り光のない半導体レーザーのレート方程式は、電場とキャリア密度の2変数で記述できるが、戻り光があると、電場と位相、キャリア密度の3変数の間に相互作用が生まれる。すなわち自由度がひとつ追加されたことにな

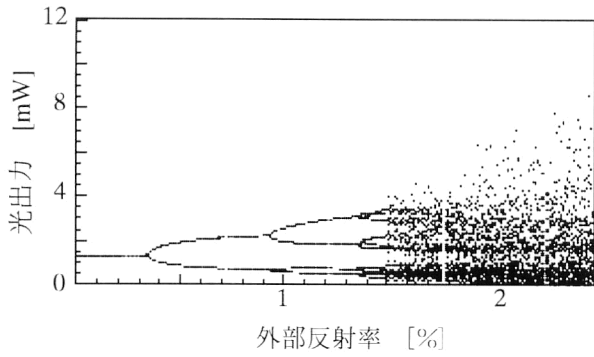


図7 戻り光のある半導体レーザーにおいて、戻り光量を増加させたときのカオス分岐。

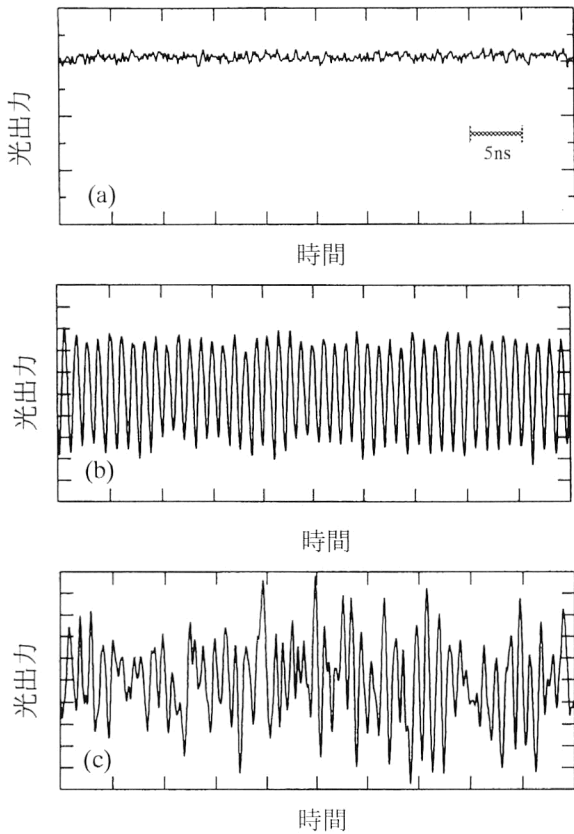


図8 半導体レーザーに戻り光があるときの光出力。(a) 戻り光がないときの安定出力。(b) 少ない戻り光のときの周期波形。(c) 戻り光が多いときのカオスの出力。

る。戻り光のある半導体レーザーは、電場 E 、位相 ϕ 、キャリアー密度 n について

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1}{2} G_n \{n(t) - n_{th}\} E(t) + \frac{\kappa}{\tau_{in}} E(t - \tau) \cos \theta(t) \quad (9a)$$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{1}{2} \alpha G_n \{n(t) - n_{th}\} - \frac{\kappa}{\tau_{in}} \frac{E(t - \tau)}{E(t)} \sin \theta(t) \quad (9b)$$

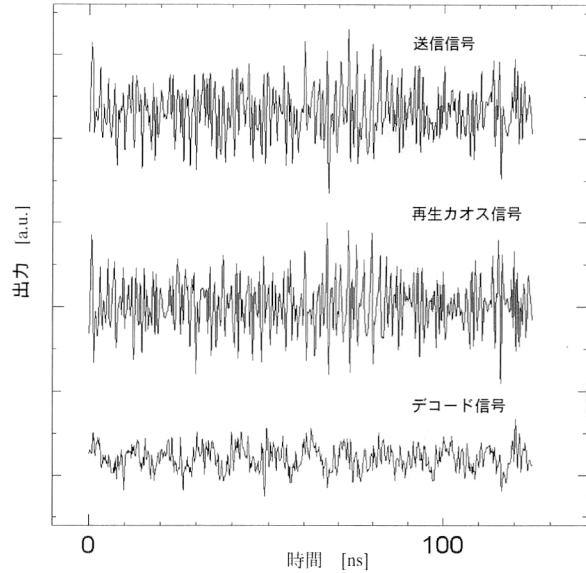


図9 カオス同期と信号再生実験結果。

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{J}{ed} - \frac{n(t)}{\tau_s} - G_n \{n(t) - n_0\} |E(t)|^2 \quad (9c)$$

$$\theta(t) = \omega_0 \tau + \phi t - \phi(t - \tau) \quad (9d)$$

のように書ける¹⁸⁾。 G_n は利得係数、 n_{th} は閾値キャリアー数、 κ は戻り光係数、 τ_{in} はレーザー内部での光の往復時間、 α は半導体レーザーの線幅拡張係数、 J/ed は電流によるキャリアーのポンピング、 τ_s はキャリアーの緩和時間、 n_0 は物質が透明になるときのキャリアー数である。式(9a)、(9b)の最後の項が戻り光効果であり、戻り光は時間遅延 τ でレーザーに戻る。

このような遅延微分方程式で表される系は、きわめて多彩な不安定性を示すことになる。すなわち、このような遅延微分系は、連続するパラメーターを導入したことに対応し、ローレンツカオスのような単純な微分方程式系が低次元カオス系とよばれるのに対し、これらは高次元のカオス系とよばれ、数学的取り扱いも難しくなる。図7は数値計算によって、レーザーへの戻り光の光量が増加したときのカオス分岐を示したものである。半導体レーザーにおける戻り光効果は、雑音ではなくカオスによる不規則振動である。図8は、戻り光があるときの半導体レーザー出力を実験的に求めたものである。この図からもわかるように、戻り光量が多くなるとレーザー出力がカオス的な振る舞いをする。

半導体レーザーにおける戻り光による不規則「雑音」については古くから研究が行われてきたが、カオス的な観点からの研究は少ない。それではこのようなカオスとしての分類によりなにか新しいことが付け加わるのであろうか、

その点について簡単にふれておこう。レーザーディスクにおいて、ディスク表面から戻り光雑音が発生する。これを抑制するのに、高周波の変調を注入電流に加える方法が使われている。この高周波変調は、カオス制御の立場からは、カオス空間における安定アトラクターへの吸引による制御として説明ができる。この方法を用いると、より効果的に少ない電力で雑音抑制が可能になる¹⁹⁾。もうひとつのカオスの応用として最近話題になっているカオス同期を用いたカオス同期通信の原理について述べておこう^{18,20)}。カオス同期においては、2つの同じカオス系を使い、一方を送信機、他方を受信機として2つのカオスがある条件下で同期することを使う。図9はカオス同期と信号再生の実験結果である。送信側にはメッセージが埋め込まれているが、受信側ではカオスキャリアのみが同期するため、メッセージの再生が可能になる。図では、メッセージとして正弦波を用いている。

非線形現象は、光学の至るところにおいて見いだされる。この講義では、方程式が同じであれば、非線形ダイナミクスの基本的な考え方が同じになるという視点から、非線形ダイナミクスと光学の接点について論じた。この分野は、すでに述べたように、単にもの見方を変えたということではなく、新しい物理体系を含むものであり、その研究はまだ始まったばかりである。ここでは、光学におけるほんの2,3の話題を提供したにすぎない。読者も周りを見渡してみると、いくつかの非線形光学現象が見いだされるであろう。そのような中に、新しい将来の非線形ダイナミクスの芽があるかも知れない。本稿ではふれなかったが、超高速現象などにおいては面白い非線形の話題がありそうである。

文 献

- 1) E. N. Lorenz: "Deterministic non-periodic flow," *J. Atmos. Sci.*, **20** (1963) 130-141.
- 2) P. ベルジェ, Y. ポモウ, Ch. ビダル (相澤洋二訳): カオスの中の秩序 (産業図書, 1992).
- 3) J. M. T. Thompson, H. B. Stewart (武者利光監訳): 非線形

力学とカオス (オーム社, 1988).

- 4) X. Lin and J. Ohtsubo: "Optical neural network with terminal attractor for pattern recognition," *Opt. Eng.*, **35** (1996) 2145-2152.
- 5) (社) 日本工業技術振興協会ニューロコンピュータ研究部会編: ニューロコンピューティングの基礎理論 (海文堂, 1990).
- 6) M. Kushibe, Y. Liu and J. Ohtsubo: "Associative memory with spatiotemporal chaos control," *Phys. Rev. E*, **53** (1996) 4502-4508.
- 7) J. Ohtsubo, M. Kushibe and Y. Liu: "Blind deconvolution with chaotic neural network control," *Abstract of Third EuroConference on Nonlinear Dynamics in Physics and Related Sciences* (1997) p. 49.
- 8) K. Kaneko: "Spatio-temporal chaos in one- and two-dimensional coupled map lattices," *Physica D*, **37** (1989) 60-82.
- 9) H. Haken: *Light*, Vol. 2 (North-Holland, Amsterdam, 1985).
- 10) K. Otsuka: *Nonlinear Dynamics in Optical Complex Systems* (KTK Scientific Pub., Dordrecht, 1999).
- 11) G. P. アグラワール (小田垣孝, 山田興一訳): 非線形ファイバー光学 (吉岡書店, 1997).
- 12) V. E. Zakharov and S. Wabnitz: *Optical Solitons: Theoretical Challenges and Industrial Perspectives* (Springer, Berlin, 1998).
- 13) E. Infeld and G. Rowlands: *Nonlinear Wave, Solitons and Chaos*, 2nd Ed. (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2000).
- 14) 富田康生, 北山研一: フォトリフラクティブ非線形光学 (丸善, 1995).
- 15) Y. Zheng, A. Sasaki, X. Gao and H. Aoyama: "Origin and elimination of dynamics instability in a self-pumped phase-conjugate mirror," *Opt. Lett.*, **20** (1995) 267-269.
- 16) T. Honda and H. Matsumoto: "Buildup of spontaneous hexagonal patterns in photorefractive BaTaO₃ with a feedback mirror," *Opt. Lett.*, **20** (1995) 1755-1757.
- 17) A. A. Zozulya: "Fanning and photorefractive self-pumped four-wave mixing geometries," *IEEE J. Quantum Electron.*, **29** (1993) 538-555.
- 18) J. Ohtsubo: "Feedback induced instabilities and chaos in semiconductor lasers and their applications," *Opt. Rev.*, **6** (1999) 1-15.
- 19) N. Kikuchi, Y. Liu and J. Ohtsubo: "Chaos control and noise suppression in external cavity semiconductor lasers," *IEEE J. Quantum Electron.*, **33** (1997) 56-65.
- 20) M. P. Kennedy, R. Rovatti and G. Setti: *Chaotic Electronics in Telecommunication* (CRC Press, Boca Raton, 2000).

(2001年6月15日受理)