

量子情報物理のための量子光学入門

古 澤 明

Quantum Optics for Quantum Information Science

Akira FURUSAWA

I will try to introduce the foundation of quantum optics for understanding quantum information science. Difference between classical and quantum correlation are presented.

Key words: quantum optics, EPR correlation, quantum entanglement, quantum teleportation

現在、次世代の情報通信・情報処理技術として、量子情報通信・量子コンピューターが研究されている。これらの多くの分野では、量子光学がツールとして用いられており、特に量子状態（波動関数）を伝送する量子テレポーテーション¹⁻³⁾では、中心的な役割を果たしている。本講義では、量子テレポーテーションを理解するうえでの「量子光学」について解説する。

1. 光の量子状態

古典的な光、つまりマクスウェルの方程式から導かれる電磁波は、振幅と位相をもつ。これは複素振幅 ($a \equiv |a|e^{i\phi}$) で書け、 $|a|$ は振幅、 ϕ は位相であるのはご存じの通りである。量子力学的に考えても、この考えはそのまま成り立つ。この場合、量子力学的複素振幅は演算子 \hat{a} となり、交換関係 $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ ^{*1} 以外は、古典的な場合とまったく同様に振る舞う^{4)*2}。古典的複素振幅は実部と虚部に分解でき、 $a = x + ip$ (x, p ともに実数) と書け、これらはそれぞれ波動の cos 成分、sin 成分の振幅に対応している。つまり、 x, p は直交位相成分の振幅になっている。量子力学的にも同様の

位相成分があり、 $\hat{a} = \hat{x} + i\hat{p}$ の関係になっている。ここで、2つの直交位相成分を x, p と書いたのは、これらは量子力学的位置、運動量と同様な交換関係 $[\hat{x}, \hat{p}] = i/2$ を満たすからである^{*3}。つまり、 \hat{x}, \hat{p} は共役物理量になっている。もう少し別の言い方をすれば、 \hat{x} と \hat{p} は同時に確定できない（ハイゼンベルグの不確定性関係）。「位置」を決めれば、「運動量」はまったく決まらないといった具合である。

以上のように、量子光学は量子力学ひいては量子情報物理を考えるよい「土俵」になるのである。

1.1 コヒーレント状態

古典的な波動は直交位相成分の振幅が決まれば完全に決まるが、これらが同時に決まらないとすると、最も不確定性が小さい状態に興味が移るのは自然であろう。いわゆる最小不確定状態とよばれるこれらの量子状態にはいくつか種類があるが、その代表格はコヒーレント状態であろう。コヒーレント状態を光の周波数で回転する座標系でみると、図1のようになる。

コヒーレント状態の振幅の時間変化は図2のようになり、振幅の不確定性以外は古典的波動とまったく同じであ

東京大学大学院工学系研究科物理工学専攻（〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1） E-mail: akiraf@ap.t.u-tokyo.ac.jp

*1 $\hbar=1$ とする。 $\hat{a}(\hat{a}^\dagger)$ は、消滅（生成）演算子とよばれている。

*2 もちろん、厳密にいうとこの考えは正しくない（モードで考えなければならない）が、量子光学の定性的理解には十分であると思われる。

*3 読者は、 $\hat{x} = (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)/2$ および $\hat{p} = (\hat{a} - \hat{a}^\dagger)/2i$ の関係から検算されたい。実部、虚部の分け方にはいろいろな流儀があり、ここで挙げたもの他に、 $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x} + i\hat{p})$ 、 $\hat{a} = \frac{1}{2}(\hat{x} + i\hat{p})$ などがある。その場合、それぞれ $[\hat{x}, \hat{p}] = i$ 、 $[\hat{x}, \hat{p}] = 2i$ となるが、 \hat{x}, \hat{p} が共役物理量となる本質に変わりはない。

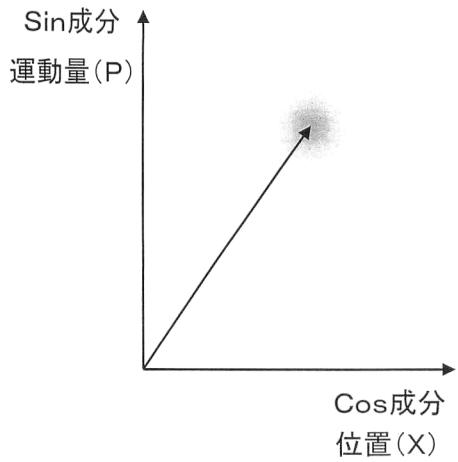


図1 コヒーレント状態。図中のベクトルの長さが電場の振幅を、円は直交位相成分のゆらぎを表し、最小不確定状態 $\Delta x \Delta p = 1/4$ になっている。

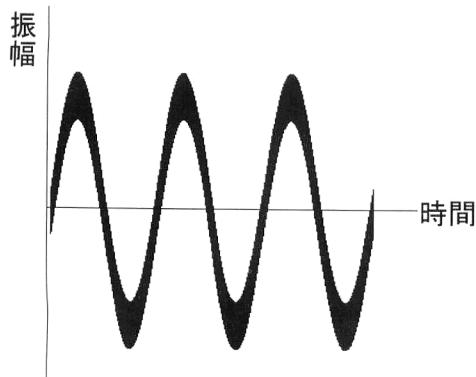


図2 コヒーレント状態の時間変化。

る。不確定の幅^{*4} はいわゆる光子の振幅の半分に相当し、光子描像の源になっている。つまり、光子という概念は不確定性（交換関係）から生まれているといつてよい。ただし、この概念を極端に拡張するのは、非常に危険である⁵⁾。最も大きな誤解は、光子という粒子が厳然と存在し、それがランダムに飛来するのがコヒーレント状態であるとする事である。光子がランダムに飛来すると位相は決められないので、図1の大きなベクトルであるコヒーレントな成分はなくなってしまう。光子描像を用いるときは、それが不確定性から生まってきたことに注意しなければならない。量子力学は「場」の理論であって、「粒子」の動力学ではない。

コヒーレント状態はレーザーによって生成される⁶⁾。厳密にいうと、コヒーレンスが保たれるいわゆるコヒーレンス時間の間だけ生成される。ここで、図1にある大きなベクトルの部分は位相の揃った誘導放出であり、小円で示さ

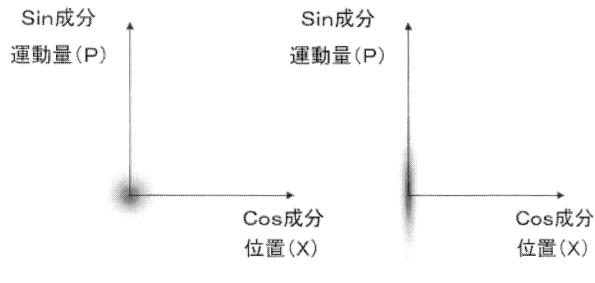


図3 真空場とスクイーズド状態（スクイーズされた真空場）。

れている部分は自然放出に相当する。自然放出の位相はランダムであるから、そのベクトルの和の終点は小円の中心付近になる。また逆に、自然放出光のように決まった位相はもない、つまり、振幅の平均値が0で、振幅の2乗平均値（強度）が0ではない光を真空場（ゆらぎ） $|0\rangle$ とよぶ。さらに、誤解を生むかもしれないが、真空場もコヒーレントな振幅のないコヒーレント状態であることも注意する必要がある。

1.2 スクイーズド状態

もう1つの最小不確定状態はスクイーズド状態とよばれる状態である。スクイーズド状態ではコヒーレント状態の不確定性（図1の小円の面積）を保つつゝ、直交位相成分間で不確定性の大きさを再配分している。代表例は、図1のコヒーレントな成分をもたないスクイーズされた真空場である。図3に真空場およびスクイーズされた真空場を示す。図からわかるように、このような状態では片方の位相成分（図3ではcos成分）のゆらぎが減少し、その分もう片方の位相成分（図3ではsin成分）のゆらぎが増加しており、全体では不確定性を最小値に保っている。

スクイーズの度合を示す量としてスクイージングパラメーター r ($r \geq 0$) があり、コヒーレント状態のゆらぎを1とすれば、スクイーズされた成分のゆらぎの大きさは e^{-2r} と書ける。例えば、 $r=0.347$ のとき $e^{-2r}=0.5$ で、この位相成分ではゆらぎはコヒーレント状態（真空場レベル）の半分になっている。いわゆる 3 dB のスクイーズである。もちろん、このときもう片方の直交位相成分ゆらぎの大きさは e^{2r} となっており、全体でのゆらぎの大きさ（直交位相成分ゆらぎの積）は保存されている。

2. ビームスプリッター

おそらく、量子光学を用いた量子情報処理を理解するう

*4 「業界用語」で、「真空場ゆらぎ」とよばれている。ちなみに、振幅の2乗は強度に相当するが、 $x^2 + p^2 = \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}$ ($= \hat{n} + \frac{1}{2}$) の関係から、「強度」 $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ に $\frac{1}{2}$ の「不確定性」が存在することがわかる。

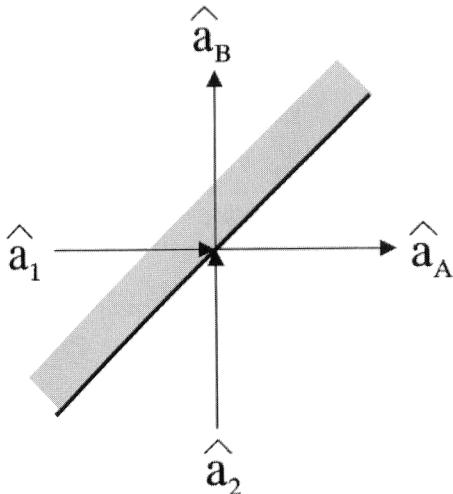


図4 ビームスプリッター。

えで最も重要なもののひとつは、ビームスプリッターであろう。ビームスプリッターは量子力学的には、入力2ポート、出力2ポートの4ポートデバイスである(図4)。量子化された光(電磁場)の(複素)振幅は消滅演算子 \hat{a} となることは前に述べたが、2つの入力光をそれぞれ、 \hat{a}_1 , \hat{a}_2 とし、2つの出力光をそれぞれ、 \hat{a}_A , \hat{a}_B とすると、これらは以下の関係式で結ばれる。

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_A \\ \hat{a}_B \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

B は2行2列の行列である。ただし、任意の行列ではなく、エネルギー保存則の要請($\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 = \hat{a}_A^\dagger \hat{a}_A + \hat{a}_B^\dagger \hat{a}_B$)を満たすため、ユニタリー行列でなければならない。もう少し具体的な例を示すと、同位相の2つの入射光に対するハーフビームスプリッターの場合の B としては、

$$B_{\text{half}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

がある。これは物理的には、ビームスプリッタ一面の両側で屈折率が異なるため、屈折率の低いほうから高いほうへの入射では反射光の位相が反転する(固定端反射)。他の場合に位相の変化はないから、 B_{half} では1つだけマイナスの符号がつき、位相反転を表している。もちろん、ビームスプリッターの構成によっては、さらに位相変化があるが、ガラス平面上に誘電体多層膜でつくられている通常のビームスプリッターでは、上述した解釈が最も簡明である。ここまででは、古典力学でも量子力学でも同じことがいえる。

入射光が1つしかない場合は、古典力学的描像と量子力学的描像は大きく異なる。入射光が1つしかない場合、4ポートデバイスであるのは直感的には不可解である。出力光

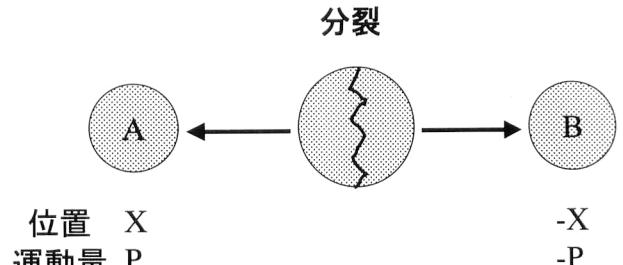


図5 EPRのパラドックス。

としては、透過光、反射光の2つがあるが、入射光は1つしかないから、3ポートデバイスのようにみえる。ところが、このような場合でも量子力学的には、もう1つの「入射光」が存在する。これは以下のように説明される。入射光を量子力学的なとらえ方の1つである粒子像つまり光子流として考えてみると⁵。ビームスプリッターに入射してきたそれぞれの光子に注目すると、ビームスプリッターを透過した光子は絶対に反射されることなく、逆に反射された光子は透過することはない。この過程はランダムに起こり、光子1つのエネルギーに相当するいわゆる量子ノイズ(ショットノイズ)が発生する。これを量子力学のもうひとつの描像—波動—としてとらえると、1つの光子の振幅(正確にいうと振幅の1/2)に相当する「波動」がランダムな位相で入射していることになる。この「1つの光子の振幅に相当する波動」は、前述したように真空場とよばれ、もうひとつの「入射光」となる。これも前述したように、真空場は量子力学の本質である不確定性(交換関係)から生まれており、古典力学的描像と量子力学的描像の差の本質である。また、ビームスプリッターのモデルは、吸収、散乱など、種々のロスによる量子ノイズ発生メカニズムの説明にも用いられる。ロスにより、「真空場が侵入」するのである。

3. EPR 相関—量子エンタングルメント

EPR相関するなむち2量子間の量子エンタングルメント(量子力学的不可分性)は、アインシュタイン、ポドルスキ、ローゼン(A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen)の3人によって唱えられた、いわゆるEPRのパラドックス⁷に由来する。彼らは、量子力学の不完全性を指摘するため以下のような主張を行った(図5)。

「空間のある場所に原子核が静止していたとする。あるとき、突然その原子核が等しい質量をもつ原子核A, Bに分裂したとする。最初静止していた場所を座標原点とし、

⁵ この考え方には、前述したようにコヒーレント状態の位相を失うという意味で非常に危険であるが、この場合は説明が容易なのでこのように考える。

A の位置を X とすれば、運動量保存則から B の位置は $-X$ となる。同様に、最初静止していたから、A の運動量を P とすれば、B の運動量は $-P$ となる。もし、A の位置を測定し、その値 X を確定すれば、B の位置は測定による擾乱を受けることなく自動的に $-X$ に決まる。その後、B の運動量を測定すれば B の運動量も決まるから、B の位置と運動量は同時に確定できることになり、不確定性に反する。したがって、量子力学は不完全な理論である。」

これに対する反論をボア（N. Bohr）が行い⁸⁾、パラドックスではないことを明らかにしたのは有名な話である。

つまり、量子力学的にはこのような不思議な相関（EPR 相関）をもつ状態が存在するのである。以前述べたように、光の直交位相成分は共役物理量であるため、位置と運動量と等価である。したがって、上のような状態を光により生成することができる。

EPR 相関に関しては「EPR 相関（量子相関）と古典相関の違い」の章で詳しく述べるが、要するに共役物理量の両方、ひいてはそれらで「張られる」すべての物理量で相関が存在することである。DNA（デオキシリボ核酸）のペアのように一面的な相関（古典相関）ではない。

3.1 2 モードスクイーズされた真空場—直交位相成分表示

EPR 相関をもつ光は「2 モードスクイーズされた真空場」とよばれている。ここでは、この状態の生成法と特徴について述べることにする。

「スクイーズド状態」の項で、スクイージングパラメーター r について述べた。もう少し詳しく述べると、直交位相成分の振幅として、 $\hat{a}_j = e^{r\hat{x}_j(0)} + i e^{-r\hat{p}_j(0)}$ ($j=1, 2$) をもつものがスクイーズされた真空場である^{*6}。ここで、(0) は真空場（レベル）を表している。2 つの独立モードであるスクイーズされた真空場 \hat{a}_1, \hat{a}_2 が、図 4 のビームスプリッターに 90 度位相がずれて入射したとすると、その出力モード \hat{a}_A, \hat{a}_B は以下の関係式を満たす^{*7}。

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_A \\ \hat{a}_B \end{pmatrix} = B_{\text{half}} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ i\hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

式 (2) を用い、 $\hat{a}_m = \hat{x}_m + i\hat{p}_m$ ($m=1, 2, A, B$) に注意すると、出力モード \hat{a}_A, \hat{a}_B の直交位相成分 $\hat{x}_A, \hat{p}_A, \hat{x}_B, \hat{p}_B$ は以下のように書ける。

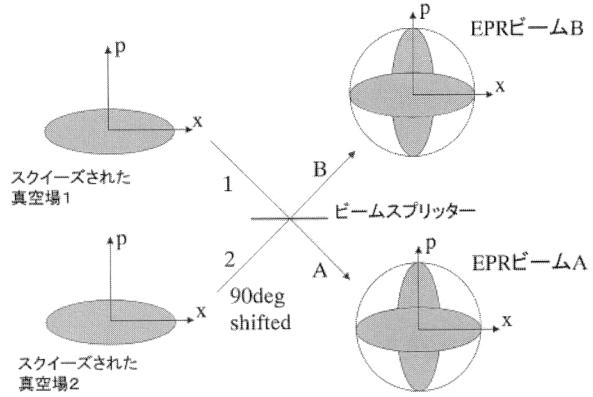


図 6 EPR ビーム。

$$\begin{aligned} \hat{x}_A &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{r\hat{x}_1(0)} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-r\hat{p}_2(0)} \\ \hat{p}_A &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-r\hat{p}_1(0)} - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{r\hat{x}_2(0)} \\ \hat{x}_B &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{r\hat{x}_1(0)} - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-r\hat{p}_2(0)} \\ \hat{p}_B &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-r\hat{p}_1(0)} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{r\hat{x}_2(0)} \end{aligned} \quad (4)$$

式 (4) から、 $r \rightarrow \infty$ とすると、完全な EPR 相関、つまりある意味で x と p が同時に同じ値をもつ： $(\hat{x}_A - \hat{x}_B) \rightarrow 0, (\hat{p}_A + \hat{p}_B) \rightarrow 0$ となることがわかる。もちろん、現実には $r \rightarrow \infty$ とはならないので、完全な意味での EPR 相関は得られないかもしれない。しかし、光子像で見直してみると、 $r \rightarrow \infty$ でなくても、まんざら捨てたものではないことがわかる。2 モードスクイーズされた真空場、つまり EPR ビームのイメージを図 6 に示す。

式 (4) と図 6 からわかるることは、2 つのスクイーズされた真空場がお互いにロスによる「真空場の侵入」を防いでいることである。スクイーズされた真空場が 1 つだけビームスプリッターの入力ポート 1 に入射してきたとしよう。このとき、入力ポート 2 からは「ビームスプリッター」の章で説明したように「真空場」が侵入してしまう。これはビームスプリッターで 5 割のロスがあったことに相当し、スクイージングのレベルや EPR 相関のレベルを落してしまう。これに対し、ビームスプリッターの 2 つの入力ポートからそれぞれ 1 つのスクイーズされた真空場が入射すれば、真空場の侵入を防ぐことができ、ロスはなくなる。この様子は、高精度干渉計（たとえば重力波干渉計）において、ビームスプリッターの未使用ポートにスクイーズされた真空場を入射することにより、真空場侵入を防ぎ、サ

^{*6} x 成分をアンチスクイーズ、 p 成分をスクイーズしている。これまであらわにいわなかつたが、すべてハイゼンベルグ表示、つまり演算子が時間変化する場合を取り扱ってきた。しかし、 $\hat{x}_j(0), \hat{p}_j(0)$ ($j=1, 2$) は、ある意味で時間変化しないから $-$ (バー) をついている。

^{*7} i をかけると位相が 90 度変わるというのは電気回路などと同じである。

プロットノイズレベルでの測定を可能にすること⁹⁾と等価である。

3.2 2モードスクイーズされた真空場—光子数状態表示

2モードスクイーズされた真空場を光子数状態を基底として表示すると、もう少しイメージが湧くかもしれない。ここまで議論はすべてハイゼンベルグ表示、つまり演算子が時間変化する表示を用いてきたが、このセクションでは量子力学のもう1つの表示形態、シュレーディンガー表示（演算子は時間変化せず、状態が時間変化する）を用いる。さらに、状態の基底としては、光子数状態を用いる。

導出は他の文献¹⁰⁾を参照していただくとして、2モードスクイーズされた真空場は光子数状態を基底として次のように書ける^{*8}。

$$|\text{EPR}(A, B)\rangle = \sqrt{1-q^2} \sum_{n=0}^{\infty} q^n |n\rangle_A |n\rangle_B \quad (5)$$

ここで、 $q = \tanh r$ であり、スクイーズの程度が上がる（つまり r が大きくなる）と、 q は 1 に近づく。もちろん、 $|n\rangle$ は光子数状態である。この式から、次のようなことがわかる。

1. 完全な EPR 状態は $q \rightarrow 1$ の状態 ($r \rightarrow \infty$: 無限のスクイーズ) である。このとき、任意の光子数 n で A の光子数が n なら B の光子数も n となっている。しかしこの場合、光子数 $n \rightarrow \infty$ となり、無限のエネルギーを要することになるため、実験では q をあまり 1 に近づけることはできない
2. q が 1 より小さくても、 $q > 0$ つまり $r > 0$ であれば（ほんの少しでもスクイーズされていれば）、光子レベルでの EPR 相関（量子エンタングルメント）は常に存在する（どこかで光子数のカットオフはあるが、 n が小さい領域での EPR 相関は常に存在している）

以下、2.に関して簡単に説明する。光子数基底による EPR 相関（量子エンタングルメント）について考えるために、ランクダウンして、光子があるかないか、すなわち $|0\rangle$ か $|1\rangle$ かの 2 次元で考える。2 次元の EPR 状態は次のように書ける^{*9}。

$$|\text{EPR}(A, B)_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_A |0\rangle_B + |1\rangle_A |1\rangle_B) \quad (6)$$

式(6)の意味は、A が 0 なら B も 0、A が 1 なら B も 1 といった具合である。このようなヒルベルト空間における

2 次元の EPR 相関（量子エンタングルメント）は、量子ビット（qubit）を用いる量子コンピューターでは非常に重要な。多少話は逸れるが、量子コンピューターとして用いるときは、 $|0\rangle$, $|1\rangle$ は光子数状態である必要はなく、直交した状態なら何でもよい。最もよく用いられているのは、光子の偏光の状態 $|\leftrightarrow\rangle$, $|\uparrow\rangle$ である。

式(5)において、 q が非常に小さい場合、 q の高次項を無視して、

$$|\text{EPR}(A, B)\rangle \underset{q \sim 0}{\sim} |0\rangle_A |0\rangle_B + q |1\rangle_A |1\rangle_B \quad (7)$$

となる。

式(7)から、 $q > 0$ であれば q が非常に小さくとも、光子の EPR 相関（量子エンタングルメント）は存在しているといえる。定義から考えても、共役物理量（=連続量=無限次元）の EPR 相関は、2 次元の EPR 相関を部分集合として含んでいるので、この結果は当然といえる。現に、 $q < 1$ の共役物理量の EPR 相関を用いて、单一光子の偏光状態（qubit）をテレポートできることが示されている¹¹⁾。

4. EPR 相関（量子相関）と古典相関の違い

量子光学に限ったことではないが、最近の「量子情報研究」で大きな「誤解」が蔓延しているような気がする。それは、EPR 相関（量子エンタングルメント、量子相関）が単なる古典的相関と勘違いされているふしがあることである。2 次元の古典的相関の例は次の密度行列^{*10}である。

$$\hat{\rho}_c = \frac{1}{2} (|0\rangle_A \langle 0| \otimes |0\rangle_B \langle 0| + |1\rangle_A \langle 1| \otimes |1\rangle_B \langle 1|) \quad (8)$$

このような状態でも式(6)の状態と同じように、A が 0 なら B も 0、A が 1 なら B も 1 となっている^{*11}。ただし、式(6)の状態と式(8)の状態は大きく異なる。「化けの皮」を剥いでみよう。式(6)の状態の密度行列は次のようにになる^{*12}。

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_q = & \frac{1}{2} (|0\rangle_A \langle 0| \otimes |0\rangle_B \langle 0| + |1\rangle_A \langle 1| \otimes |1\rangle_B \langle 1|) \\ & + \frac{1}{2} (|0\rangle_A \langle 1| \otimes |0\rangle_B \langle 1| + |1\rangle_A \langle 0| \otimes |1\rangle_B \langle 0|) \end{aligned} \quad (9)$$

この式の状態つまり EPR 状態は、右辺第 2 項の存在により、式(8)の状態とは決定的に異なっている。第 2 項は密度行列の非対角項であり、通常のフォトンカウンティ

^{*8} λ , β は連続量なので、ヒルベルト空間での無限次元であり、 $|n\rangle$ で表せば、 n は無限個まで必要となる。

^{*9} これは 1 つの例である。すべてを網羅するには 4 つの基底（ベル基底）が必要である²⁾。

^{*10} $|\psi\rangle$ という状態において、 $|0\rangle$ をとる確率は、 $|\langle 0|\psi \rangle|^2$ であるが、 $|\langle 0|\psi \rangle|^2 = \langle 0|\psi \rangle \langle \psi|0\rangle$ において、 $\hat{\rho} \equiv |\psi\rangle \langle \psi|$ と定義し、 $\hat{\rho}$ を密度行列とよぶ。したがって、例えば A が 0 で B も 0 である確率は、 $_{\text{B}}\langle 0|_A \langle 0|\hat{\rho}_c|0\rangle_A |0\rangle_B$ となる。

^{*11} $_{\text{B}}\langle 0|_A \langle 0|\hat{\rho}_c|0\rangle_A |0\rangle_B = _{\text{B}}\langle 1|_A \langle 1|\hat{\rho}_c|1\rangle_A |1\rangle_B = \frac{1}{2}$ および、 $_{\text{B}}\langle 1|_A \langle 0|\hat{\rho}_c|0\rangle_A |1\rangle_B = _{\text{B}}\langle 0|_A \langle 1|\hat{\rho}_c|1\rangle_A |0\rangle_B = 0$ となっている。

^{*12} $\hat{\rho}_q = |\text{EPR}(A, B)_2\rangle \langle \text{EPR}(A, B)_2|$ 。

ングの測定にはからないが、波動関数の位相という量子力学の根幹の情報を含んでいる。別のいい方をすれば、この項は量子相関（量子コヒーレンス）そのものといつてもよい。この状況を明確にするために次のような（座標）変換を行う^{*13}。

$$\begin{aligned}|S\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \\ |D\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)\end{aligned}\quad (10)$$

このとき、 $\hat{\rho}_c$ と $\hat{\rho}_q$ は、次のように変換される。

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_c = \frac{1}{4} &\left[\left(|S\rangle_A \langle S| + |D\rangle_A \langle D| \right) \otimes \right. \\ &\left(|S\rangle_B \langle S| + |D\rangle_B \langle D| \right) \\ &\left(|S\rangle_A \langle D| + |D\rangle_A \langle S| \right) \otimes \\ &\left. \left(|S\rangle_B \langle D| + |D\rangle_B \langle S| \right) \right]\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_q = \frac{1}{2} &\left(|S\rangle_A \langle S| \otimes |S\rangle_B \langle S| + |D\rangle_A \langle D| \otimes \right. \\ &|D\rangle_B \langle D| \Big) \\ &+ \frac{1}{2} \left(|S\rangle_A \langle D| \otimes |S\rangle_B \langle D| \right. \\ &\left. + |D\rangle_A \langle S| \otimes |D\rangle_B \langle S| \right)\end{aligned}\quad (12)$$

式 (11) からわかるように、0, 1 に関して古典的な相関をもつ $\hat{\rho}_c$ の状態では、A, B の状態が S であるか D であるかの測定結果には何の相関もない。それに対し、式 (12) からわかるように、量子エンタングルした状態では、依然として S, D に関しても相関をもち続けている（A が「S」なら B も「S」、A が「D」なら B も「D」となっている）。このように見方を変えただけで、相関が消滅するのが古典的相関であるのに対し、見方を変えても相関が存在し続けるのが、EPR 相関（量子エンタングルメント、量子相関）である^{*14}。一面的な物理量だけを考えて、量子情報物理の研究を行うのは大いに危険である。

ここまで主に位相空間における量子光学および EPR 相関（量子エンタングルメント、量子相関）について述べてきた。ここで述べた EPR 相関を用いると、量子テレポーションが可能となり、いくつかの量子演算も可能となることが理論的・実験的に示されている²⁾。これから発展していくであろう有望分野といえる。

最後に筆者の個人的感想をいうと、現在盛んに行われている量子情報・量子コンピューター研究における「量子光学」は、位相空間の一部分である 2 次元状態 (qubit) に偏りすぎており、位相空間全体での理解が不足しているような気がする。本講義で述べてきたように、光の量子状態には多様性があり、EPR 相関（量子エンタングルメント、量子相関）にも多様性がある。もっと視野を広くする必要があると（自戒の念をこめて）考えているのは筆者だけであろうか？

本稿を執筆するに当たり、井手俊毅氏、青木隆朗博士にコメントをいただいた。記して感謝したい。

文 献

- 1) C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau, R. Jozsa, A. Peres and W. K. Wootters: Phys. Rev. Lett., **70** (1993) 1895–1899.
- 2) 古澤 明：量子テレポーション、現代物理最前線 5 (共立出版, 2001).
- 3) A. Furusawa, J. L. Sorensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble and E. J. Polzik: Science, **282** (1998) 706–709.
- 4) U. Leonhardt: *Measuring the Quantum State of Light* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997).
- 5) W. E. Lamb, Jr.: Appl. Phys. B, **60** (1995) 77–84.
- 6) S. J. van Enk and C. A. Fuchs: LANL e-print quant-ph/0104036.
- 7) S. A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen: Phys. Rev., **47** (1935) 777–780.
- 8) N. Bohr: Phys. Rev., **48** (1935) 696–702.
- 9) C. M. Caves: Phys. Rev. D, **23** (1981) 1693–1708.
- 10) 井手俊毅、小林孝嘉、古澤 明：数理科学, **456** (2001) 24–29.
- 11) T. Ide, H. F. Hofmann, T. Kobayashi and A. Furusawa: Phys. Rev. A, **65** (2002) article no. 012313.
- 12) M. A. Nielsen and I. L. Chuang: *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).

(2001 年 10 月 2 日受理)

^{*13} $|0\rangle, |1\rangle$ が、 $|\leftrightarrow\rangle, |\updownarrow\rangle$ のように偏光状態の場合は、波長板により偏光を 45 度回転することに相当し、連続量(無限次元)の場合は、ホモダイン測定のローカルオシレーター (x, p) の位相を 45 度回転することに相当する。いずれにしても、ヒルベルト空間での座標軸を 45 度回転することに相当している。

^{*14} これが量子コンピューターの量子並列性の源であり、量子コンピューターたるゆえんである¹²⁾。EPR 相関（量子エンタングルメント、量子相関）が存在しない種々の「古典相関コンピューター」は量子コンピューターではない。