

ミー散乱

古きを訪ねて新しきを知る

空はなぜ青いのでしょうか？それが空気分子による太陽光のレイリー散乱の結果であることは、あまりに有名な話です。空気分子のように散乱粒子径が光の波長よりも小さい場合はレイリー散乱であり、散乱粒子径が光の波長より大きい場合はミー散乱となるというふうに、たいていの光学の教科書には書かれています。光の散乱問題は、100年以上前から研究が進められてきましたが、これまであまり脚光を浴びることはありませんでした。ところが、このミー散乱が現在注目されています。もしかしたら、ミー散乱がわれわれの命を救うようになるかもしれないのです。

ミー散乱は、波長と同程度もしくはそれ以上の直径をもつ金属球による散乱として知られています。しかし、ミー散乱の理論式は、どんな大きさの球でも、誘電体でも成り立つ厳密解です。厳密解ゆえにベッセル関数を含む大変複雑な式で見通しがつきにくい点是否めません。ここでは、空気中の、半径 a 、複素屈折率 \hat{n} の散乱球体に、直線偏光の平面波 E^i が入射する場合について、考えてみましょう(図1)。散乱球体の中心を原点として、入射平面波の進行方向を $\theta=0$ 、入射直線偏光方向を $\phi=0$ とした極座標表示 (r, θ, ϕ) を用いると、遠方から観測される散乱電場強度は、 θ 方向の偏光成分を I_θ 、 ϕ 方向の偏光成分を I_ϕ とし、次の式で与えられます¹⁾。

$$I_\theta = \left(\frac{\cos\phi}{kr} \right)^2 \left| \sum_{l=1}^{\infty} \left(A_l P_l^{(1)'}(\cos\theta) \sin\theta - B_l \frac{P_l^{(1)}(\cos\theta)}{\sin\theta} \right) \right|^2,$$

$$I_\phi = \left(\frac{\sin\phi}{kr} \right)^2 \left| \sum_{l=1}^{\infty} \left(A_l \frac{P_l^{(1)}(\cos\theta)}{\sin\theta} \right) \right|^2,$$

$$- B_l P_l^{(1)'}(\cos\theta) \sin\theta \Big)^2,$$

$$A_l = \frac{2l+1 \hat{n} \psi_l(\hat{n}ka) \psi_l'(ka) - \psi_l'(\hat{n}ka) \psi_l(ka)}{l(l+1) \hat{n} \psi_l(\hat{n}ka) \xi_l'(ka) - \psi_l'(\hat{n}ka) \xi_l(ka)},$$

$$B_l = \frac{2l+1 \hat{n} \psi_l'(\hat{n}ka) \psi_l(ka) - \psi_l(\hat{n}ka) \psi_l'(ka)}{l(l+1) \hat{n} \psi_l'(\hat{n}ka) \xi_l(ka) - \psi_l(\hat{n}ka) \xi_l'(ka)},$$

$$\xi_l(\rho) = \sqrt{\frac{\pi\rho}{2}} H_{l+1/2}^{(1)}(\rho),$$

$$\psi_l(\rho) = \sqrt{\frac{\pi\rho}{2}} J_{l+1/2}(\rho)$$

ただし、 $P_l^{(1)}$ はルジャンドルの陪関数、 $H_l^{(1)}$ は第1種ハンケル (Hankel) 関数、 J_l は第1種ベッセル関数で、 $P_l^{(1)}$ 、 ξ_l 、 ψ_l の肩についてダッシュ記号は、それぞれの引数に関する微分を意味しています。 k は空気中の入射光の波数です。

難しいことはさておき、級数の展開係数である A_l 、 B_l をみると、周期的に振動するベッセル関数を含んでいることがわかります。関数の引数が散乱球体の半径 a と波数 k の掛け算になっているので、散乱球体の半径が波長と同程度のときには、 A_l や B_l が大きく変化します。そのため、散乱強度が散乱球体の半径のわずかな変化に対して敏感に変化するようになります。図2に、 A_l の絶対値が ka によって変動する様子を示しました。ミー散乱は、 $ka \ll 1$ のときはレイリー散乱と一致しますが、 ka が1程度以上となるとレイリー散乱とまったく異なる振る舞いを示すことがわかります。この性質をうまく利用すれば、散乱強度の角度スペクトルまたは分光スペクトルから、散乱球体の半径を精度よく計測することができます。これがミー散乱が注目されている点です。

ところが、ミー散乱の表式は、複素指数のベッセル関数を含むので、大型コンピューターを使っても

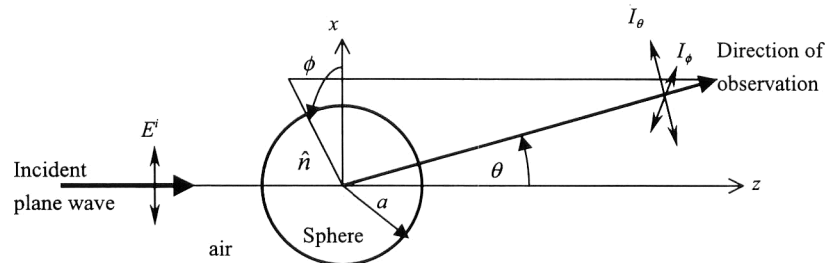


図1 球体による回折。

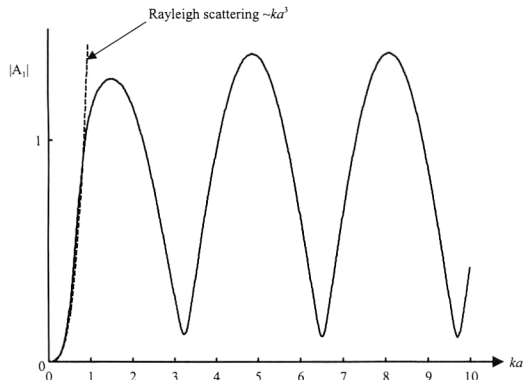


図2 ミー散乱係数の ka 依存性 ($\hat{n}=0.57+j2.45$)。

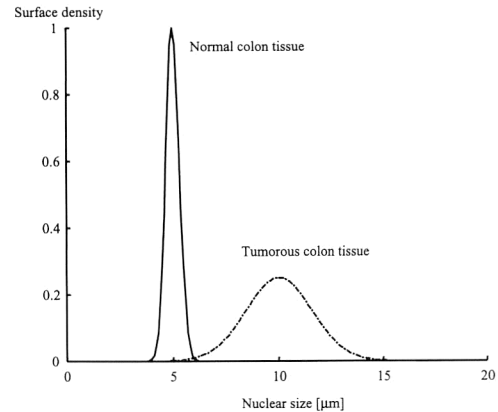


図3 正常細胞と初期癌細胞の大きさ分布。

計算が困難といわれてきました。そのことが、長年にわたり、ミー散乱を用いた計測の実用化を妨げていたのです。しかし、1970年代になって、ベッセル関数の高速計算アルゴリズムが開発され^{2,3)}、計算機の速度も劇的に向上しました。今や、パーソナルコンピュータ (PC) でも瞬時にミー散乱を計算することができます (簡単にミー散乱を計算できるホームページもあります。http://omlc.ogi.edu/software/mie/)。そのおかげで、ミー散乱を用いた粒径計測ができるようになりました⁴⁾。

ミー散乱を用いた計測法のひとつに、ミー散乱ライダーがあります。ライダー (lidar) とは、パルスレーザー光源を用いたレーダー (ladar) 手法です。大気観測用ライダーは、大気に向けてパルスレーザーを放射し、大気に含まれるエアロゾルや、空気分子による後方散乱を測定します。パルスを照射してから、後方散乱によるエコーが戻ってくるまでの時間を計測することにより、大気中の後方散乱強度分布を得ることができます。空気分子はレイリー散乱の領域で、エアロゾルはミー散乱の領域ですので、この2つを分離して、エアロゾルの空間分布を求めることができます。レーザーの波長より大きいエアロゾルは、ミー散乱の公式を用いて粒径の推定をすることができます。また、直線偏光を照射したときの散乱光の偏光解消度から、非球形粒子の構成割合も推定できます。エアロゾルの空間分布の時間変化から、上空の風向風速を測定することも可能で

す。その他、高層気象や黄砂や山林火災、オゾンホールを観測にも用いられています⁵⁾。

ミー散乱領域の微小球もまた、面白い性質を示すことがわかってきました。微小球レーザーは、直径数 $10 \mu\text{m}$ のガラスや半導体などの微小球が、光共振器として振る舞う性質を利用します。この共振器は、ミー散乱によって、狭帯域の波長選択性を示します。この微小球に色素をドープしたり、微小球に近接して半導体量子ドットや金粒子を配置することにより、低閾値で発振する超小型レーザーを実現できる可能性があります⁶⁾。

ミー散乱は、医療目的にも応用されようとしています。現在、光を用いた癌の早期発見に向けて、optical coherence tomography (OCT) や diffusive optical tomography (DOT) など、さまざまな手法が検討されています。その中で、light scattering spectroscopy (LSS) を用いた癌細胞の検出手法が、いま注目されています。癌細胞は、細胞核が正常細胞に比べて大きさが大きく、不規則になることが知られています。腸粘膜層において、正常細胞の核の直径は $5 \mu\text{m}$ 程度なのに対し、初期癌細胞の核の直径は平均で $10 \mu\text{m}$ ほどです (図3)。細胞核は、細胞質中で比較的散乱強度が高いので、図4に示すように、広帯域光源からの光を斜めから照射したときの後方散乱スペクトルを計測することができます。その散乱スペクトルにミー散乱の理論式を

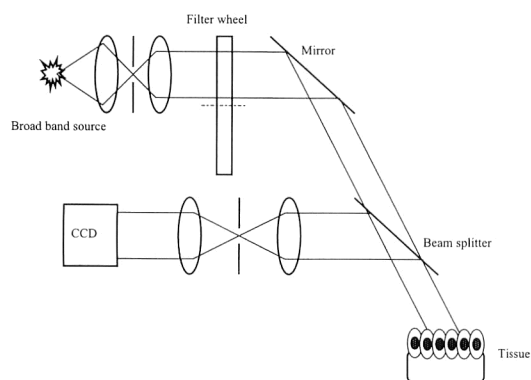


図4 レーザー散乱分光イメージング装置の概念図。

用いてフィッティングを行い、細胞核の大きさの分布を推定することができるのです(図5)。その結果、癌細胞と正常細胞を、かなり高い正診率で識別することができます^{7,8)}。癌全体の9割以上を占める上皮由来の癌の早期発見が可能になれば、大勢の人の命が救われるようになるでしょう。

このほか、ミー散乱理論を用いた高分子粒子やスプレー粒子などの粒径測定装置なども、市販され始めています。理論自体は1908年に発表された⁹⁾、古いイメージのあるミー散乱理論ですが、最近のコンピュータの発達によって、活用範囲が大幅に広がりました。われわれの回りにも、見直せば役に立つ理論が、まだ眠っているかもしれません。

(林 真市)

文 献

- 1) M. Born and E. Wolf: *Principles of Optics*, 6th ed. (Pergamon Press, New York, 1980) pp. 645-653.
- 2) W. Lentz: "Generating Bessel functions in Mie scattering calculations using continued fractions," *Appl. Opt.*, **15** (1976) 668-671.
- 3) W. Wiscombe: "Improved Mie scattering algorithms," *Appl. Opt.*, **19** (1980) 1505-1509.
- 4) G. Grehan and G. Gouesbet: "Mie theory calculations: New progress, with emphasis on particle sizing," *Appl. Opt.*, **18** (1979) 3489-3493.
- 5) 竹内延夫: 地球大気分光リモートセンシング (学会出版センター, 2001).
- 6) M. Pelton and Y. Yamamoto: "Ultralow threshold laser using a single quantum dot and microsphere cavity," *Phy. Rev. A*, **59** (1999) 2418-2421.
- 7) R. Gurjar, V. Backman, L. Perelman, I. Georgaoudi, K. Badizadegan, I. Itzkan, R. Dasari and M. Feld: "Imaging human epithelial properties with polarized light-scattering spectroscopy," *Nature Med.*, **7** (2001) 1245-1248.
- 8) V. Backman, R. Gurjar, K. Badizadegan, I. Itzkan, R. Dasari, L. Perelman and M. Feld: "Polarized light scattering spectroscopy for quantitative measurement of epithelial cellular structures in situ," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **5** (1999) 1019-1026.
- 9) G. Mie: "Beitraege zur Optik truer Medien, speziell kolloidaler Metalloesungen," *Ann Phys.*, **25** (1908) 377-445.

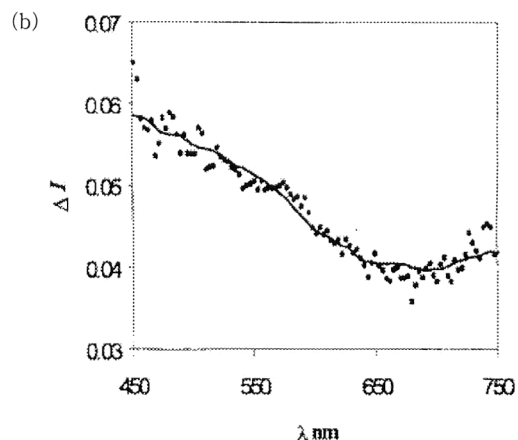
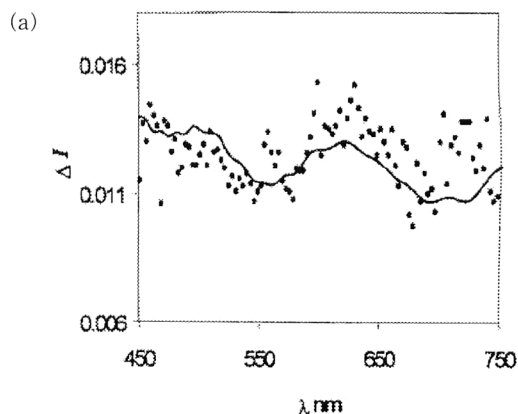


図5 観測された細胞核の大きさ分布。(a) 正常細胞, (b) 異常細胞。⁸⁾