

Received January 7, 2002; Accepted December 18, 2002

奥行き情報を保持した投影像と低容量配列化演算によるフレネル型計算機ホログラム

西 省吾・森 邦彦・村島 定行

鹿児島大学工学部情報工学科 〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40

Computer-Generated Fresnel Hologram Utilizing a Projected Image with Depth Information and Low Capacitance Array Operations

Syougo NISHI, Kunihiko MORI and Sadayuki MURASIMA

Department of Information and Computer Science, Faculty of Engineering, Kagoshima University, 1-21-40, Korimoto, Kagoshima 890-0065

A computer-generated Fresnel hologram (Fresnel CGH: computer-generated hologram) can reconstruct three-dimensional objects without lens system. Moreover, for realization of frame imaging system by holograms like a hologram TV, the CGH which does not need special condition in recording process like a dark room is better than the analog hologram. But it is well known that enormous time is expended for making a Fresnel CGH, and the hidden surface algorithm must be proposed for the modeling data of objects. We propose a Fresnel CGH using a projected image and depth information of three-dimensional objects with low capacitance array operation. The hidden surface problem can be evaded automatically by projection. And proposed array operation does not waste the space of memory in comparison with a current method. From some experimental results, it's confirmed that three-dimensional objects can be reconstructed exactly by proposed method. Phase errors are generated on hologram plane by proposed array operation and have relations with memory consumption in calculation of the Fresnel hologram. In this paper, we also consider this relationship.

Key words: Fresnel computer-generated hologram (Fresnel CGI), projected image, array operation, low capacity, phase error

1. はじめに

ホログラフィーは完全な三次元像を記録、再生できる唯一の方法であり、動画ホログラフィーを実用化する研究が近年なされた¹⁾。物体光と参照光との干渉縞を感光材料に記録するアナログホログラムを動画ホログラフィーとして実現する場合、光が完全に遮断された空間内でのさまざまな作業は非効率的であり現実的ではない。一方、計算機ホログラムは、計算機内でモデリング可能な任意の物体の波面を再生でき、また安定性と再現性にすぐれているなどアナログホログラムと比較してすぐれている点が多い。しかし計算機ホログラムによる動画ホログラムの実現は計算時間が技術的課題のひとつとなっている。

フレネル型計算機ホログラムにおいて立体像の波面を計

算する場合、3重積分の回折計算が基本的に必要であるため回折計算に膨大な時間が費やされる。そこで回折計算の高速化として、記録物体を奥行き方向に離散化し、離散平面ごとに回折計算を行う手法²⁾や、配列化演算手法³⁾が一般的に知られている。前者は離散平面の回折計算にFFT (fast Fourier transform) を効果的に用いることで高速計算を実現しているが、離散平面数に計算時間が比例するため連続的に奥行きが変化する物体を記録するのは現実的ではない。一方、後者の配列化演算手法は一般的に大容量のメモリーが必要とされる。また過去に投影像を用いたフレネル回折式を分散並列処理により高速に計算する手法⁴⁾が提案されている。

本論文ではフレネル型計算機ホログラムの新たな高速計

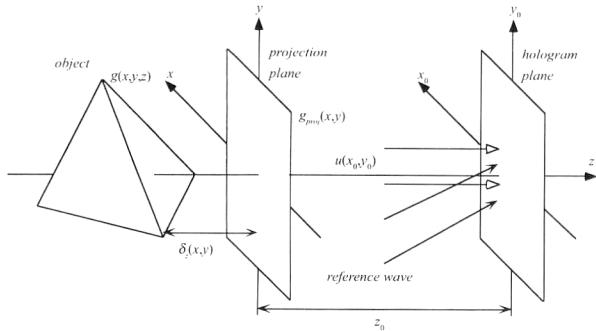


Fig. 1 Computer-generated Fresnel hologram utilizing a projected image with depth information.

算法について提案する。提案手法では記録物体の輝度情報を記録した投影像に適切な奥行き情報を付帯させたフレネル回折式を配列化演算に置き換えることにより回折計算の高速化、ならびに確保すべきメモリーの低容量化を実現している。また本手法では配列化演算の性質上、一部で実数値から整数値へ近似を行っている。この近似による誤差、記憶容量、計算時間への影響も合わせて考察を行う。

2. 理 論

2.1 投影像方式

一般的にホログラム面での振幅透過率分布を求めるには、物体を点光源の集合体とみなし、球面波合成により求める方法と、回折距離の近似により得られるフレネル回折式を計算する方法がある。本研究では後記の方法を用いている。いま物体が定義される離散座標軸を $[x, y, z]$ 、物体の分布を $g[x, y, z]$ とし、 x - y 軸から z 軸方向に z_0 だけ離れた x_0 - y_0 平面でホログラムを記録するものとする。このときホログラム面での離散化されたフレネル回折式は

$$u[x_0, y_0] = \sum_z^Z \sum_y^Y \sum_x^X g[x, y, z] \exp\left\{-\frac{ik}{2z} \{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2\}\right\} \quad (1)$$

と定義される。三次元フレネル回折式の膨大な計算量はよく知られており、計算量の削減が回折計算の高速化に必要となる。また立体像再生に関しては隠面消去が問題となるが、式(1)においてはこの問題は考慮されていない。動画ホログラムのように各フレームごとに物体が変化する場合、各フレームごとに物体を全点について走査しなければならず計算量が増大する。ここで Fig. 1 の系を考える。ホログラム面までの距離が z_0 であるような投影面に投影された三次元物体の像を投影像 $g_{proj}[x, y]$ とする。また投影像の各点と元の三次元物体の対応する点との距離（奥

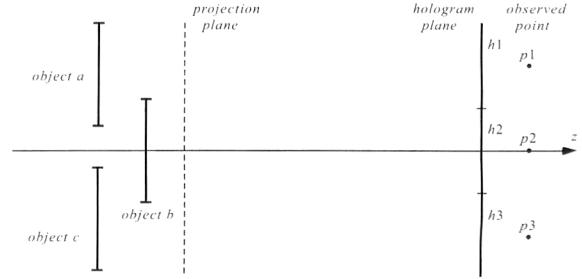


Fig. 2 Sub hologram for avoiding the hidden surface problem.

行き情報) を $\delta_z[x, y]$ とすると式(1)は

$$u[x_0, y_0] = \sum_y^Y \sum_x^X g_{proj}[x, y] \exp\left\{-\frac{ik}{2\{z_0 + \delta_z[x, y]\}} \{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2\}\right\} \quad (2)$$

となる。投影像を用いるため奥行き方向への計算がキャンセルされ、回折計算の高速化が実現される。また計算機内でモデリングされた三次元物体から投影像 $g_{proj}[x, y]$ および投影面への奥行き情報 $\delta_z[x, y]$ を求める手法はコンピューターグラフィックスの分野でレンダリングとよばれ、現在では各種のソフトが出回っている。レンダリングソフトでは Z バッファー⁵⁾などの隠面消去アルゴリズムが組み込まれているため、これを使用することでホログラム作成時の隠面消去問題を回避することができる。しかし光軸以外の方向から再生像を観察した場合、本手法は正しく隠面関係を再現できない。例えば Fig. 2 のように 3 つの物体 a, b, c が存在していた場合、視点 p2 からは正しい隠面関係となるが、視点を p1 に移動しても不可視であった物体 a の一部が見えるようにならない。そこで Fig. 2 に示すように観測点 p1, p2, p3 を視点とする物体 a, b, c の透視投影像を用いて、式(2)に従ってホログラムを作成し、これらを h1, h2, h3 として Fig. 2 に示すようにサブホログラムとして分割配置することで、この問題を軽減することはできる。本手法は投影像を利用するものであるが、奥行き情報は保持されているため、任意の三次元物体を記録、再生することが可能である。

2.2 投影像を用いたフレネル回折式の配列化演算

フレネル回折式の高速計算手法のひとつとして配列参照型演算が考えられる。この手法は回折計算に先立って位相項の計算可能な部分は計算しておく、必要に応じて参照する方式である。しかし一般的に配列化演算手法は物体とホログラムの標本点数に比例した莫大な記憶容量を確保する必要がある。例えば物体とホログラムの両方が $M \times N$ の

標本点数をもつとすると、必要な記憶容量は $\tilde{O}(M^2 \times N^2)$ となる。そこで本研究では式(2)を元にして、確保すべき記憶容量の低容量化と回折計算の高速化を実現することを目的とする。

$g_{\text{proj}}[x, y]$ が実数、物体の投影像とホログラムの標本点数をそれぞれ $M \times N$ とすると式(2)の実数部と虚数部は

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{u[j, l]\} &\approx \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} g_{\text{proj}}[m, n] \\ &\quad \cos\left\{-\frac{k}{2\{z_0 + \delta_z[m, n]\}} \{(m-j)^2 + (n-l)^2\}\right\} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}\{u[j, l]\} &\approx \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} g_{\text{proj}}[m, n] \\ &\quad \sin\left\{-\frac{k}{2\{z_0 + \delta_z[m, n]\}} \{(m-j)^2 + (n-l)^2\}\right\} \end{aligned} \quad (4)$$

となる。この式(3)と式(4)の位相項を以下のように配列化することを考える。

$$C[j] = \cos\left(-\frac{kj}{2\beta z_0}\right), \quad S[j] = \sin\left(-\frac{kj}{2\beta z_0}\right) \quad (5)$$

$$Q[j, l] = j^2 + l^2, \quad D[j, l] = \frac{\beta z_0}{z_0 + \delta_z[j, l]} \quad (6)$$

ここで β は後に述べるように、必要に応じて整数化による影響を調整するための任意の定数である。このときホログラム面でのフレネル回折式 $u[j, l]$ の実数部と虚数部は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{u[j, l]\} &\approx \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} g_{\text{proj}}[m, n] \\ &\quad C[\operatorname{INT}(Q[|m-j|, |n-l|]) \\ &\quad \times D[m, n])] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}\{u[j, l]\} &\approx \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} g_{\text{proj}}[m, n] \\ &\quad S[\operatorname{INT}(Q[|m-j|, |n-l|]) \\ &\quad \times D[m, n])] \end{aligned} \quad (8)$$

回折計算ループ内での計算を配列参照型演算に置き換えることで計算量の減少が実現でき、高速化が可能となる。また一般的に配列参照型演算では確保すべき記憶容量が問題

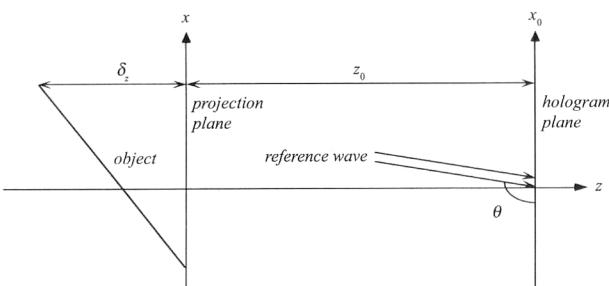


Fig. 3 Concept of recording process in our experiments.

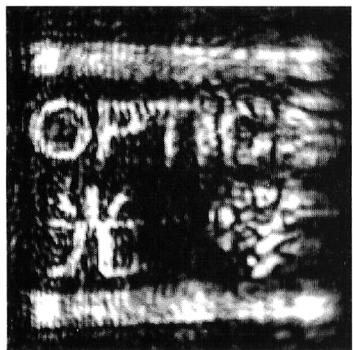
となってくるが、本手法では配列 $C[\cdot]$ と配列 $S[\cdot]$ に必要な記憶容量はそれぞれ配列 $Q[\cdot]$ と配列 $D[\cdot]$ の積の最大値に比例する。記録物体およびホログラムの標本点数が $M \times N$ ならば配列 $Q[\cdot]$ の最大値は $M^2 + N^2$ であり、配列 $D[\cdot]$ における $z_0 / (z_0 + \delta_z[x, y])$ は 1 以下であるために配列 $D[\cdot]$ の最大値は β である。そのため配列 $C[\cdot]$ と配列 $S[\cdot]$ にそれぞれ必要な記憶容量は $\tilde{O}(\beta(M^2 + N^2))$ になり、一般的な配列化演算における $\tilde{O}(M^2 \times N^2)$ に比べて低容量で配列参照型演算が実現できる。式中の $\operatorname{INT}(\cdot)$ は整数近似を示しており、計算されるホログラム面での複素振幅分布は厳密なフレネル回折式との違いが発生する。この位相誤差は配列 $D[\cdot]$ に起因し、 $D[\cdot]$ の各要素が十分に大きければ無視することが可能である。 $D[\cdot]$ の各要素の値は β によって制御でき、 β が大きければ位相誤差は小さくなる。したがって β は必要な記憶容量と誤差とのバーターとなり、最適な定数 β の値を類推する必要がある。

3. 実験

投影像を用いた配列化手法による回折計算の高速化を検証するために Fig. 3 に示す記録系において、非配列化手法、式(3)、(4)と提案手法、式(7)、(8)に基づいてそれぞれホログラムの振幅透過率分布を求めた。提案手法の整数近似法は切り捨て型整数近似を用いた。回折計算に使用した三次元物体の投影面への投影像を Fig. 4 に示す。物体とホログラムはともに大きさは 3×3 mm、標本点数は 256×256 である。投影面からホログラム面までの回折距離 z_0 は 180 mm であり、物体の奥行き $\delta_z[x, y]$ は $0 \sim 25.5$ mm まで連続的に変化している。参照光は平面波を使用し、 $\theta = 91^\circ$ とした。また計算機には Sun Ultra 10 を使用し、回折計算に必要な記憶容量は $\beta = 1$ では配列 $C[\cdot]$ と配列 $S[\cdot]$ にそれぞれ 1 MB、配列 $Q[\cdot]$ は 0.25 MB、配列 $D[\cdot]$ は 0.5 MB であった。整数化配列演算に



Fig. 4 Projected image in Fig. 3.



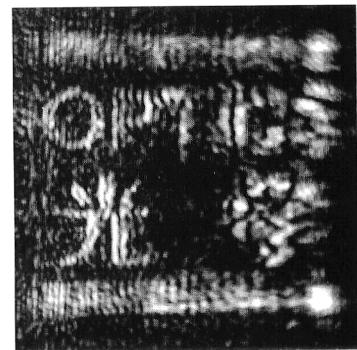
(a)



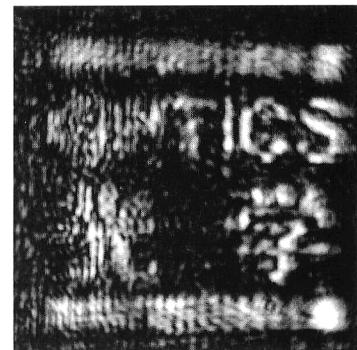
(b)

Fig. 5 Reconstructed image from conventional Fresnel CGH, (a) at $\delta_z=7$ mm, (b) at $\delta_z=19$ mm.

より位相誤差の影響を考察するために、非配列化手法と提案手法によりそれぞれ求めたホログラムからの光学再生像を Fig. 5, Fig. 6 に示す。ただし、提案手法の定数 β は 1 としている。また光学再生像は回折計算により得られた振幅透過率分布をレーザープリンターで出力後、富士写真製ミニコピーフィルムに写真縮小したフレネル型計算機ホログラムに記録系と同様な光学再生系にて He-Ne レーザーを照射し、CCD カメラにより撮像した。Fig. 5 と Fig. 6において (a) は $\delta_z=7$ mm の位置での再生像であり、また (b) は $\delta_z=19$ mm の位置での再生像であり、それぞれの位置で所望の像が結像している。このときの計算に要した時間は非配列化手法、式(3), (4) が 2160 秒であったのに対し、提案手法、式(7), (8) では 550 秒であった。実数値演算である非配列化式、式(3), (4) に比べ 4 倍程度高速に計算が可能であり、また回折計算に必要な記憶容量確保から参照値代入までの時間は、配列 $C[\cdot]$ と配列 $S[\cdot]$ はそれぞれ 0.085 秒、配列 $Q[\cdot]$ は 0.01 秒、配列 $D[\cdot]$ は 0.02 秒であった。提案手法での整数近似によるホログラム面での平均位相誤差は 0.002 rad、最大誤差は 0.095 rad、最小誤差は 0.137×10^{-6} rad、標準偏差は 0.001 であった。回折計算に必要な前処理時間は非常に微少であり、全体の計算時間には影響がないことが確認でき



(a)



(b)

Fig. 6 Reconstructed image from proposed Fresnel CGH, $\beta=1$, (a) at $\delta_z=7$ mm, (b) at $\delta_z=19$ mm.

た。平均位相誤差は 0.002 rad と非常に微少であり、再生像に影響を与えない範囲であると考えられる。実際 Fig. 6 の再生像の品質は Fig. 5 と比較しても視覚的な違いはほとんど認められない。

つぎに回折計算における記録系、諸条件は変更せずに定数 β のみ変化させた場合の記憶容量、位相誤差ならびに計算時間の相互関係を検証した。このときの計算時間と記憶容量確保から参照値代入までの前処理時間および配列 $C[\cdot]$ と配列 $S[\cdot]$ に要求される記憶容量を Table 1 に、位相誤差を Table 2 に示す。 β 値の変化に伴い計算時間、前処理時間、位相誤差が変化していることが確認できる。 β 値を増加させることで整数近似による位相誤差は減少していくが、再生像の視覚的变化は認められなかった。そこで β 値を極端に小さくしたときの位相誤差の最低許容値を調べた。この場合の計算時間と記憶容量確保から参照値代入までの前処理時間および配列 $C[\cdot]$ と配列 $S[\cdot]$ に要求される記憶容量を Table 3 に、位相誤差を Table 4 に、再生シミュレーターによる再生像を Fig. 7 に示す。Fig. 7 は β 値を (a) から順に 1, 0.002, 0.0015, 0.00125, 0.001 とした場合の $\delta_z=7$ mm の位置での再生像である。 $\beta=1$ の再生像に比べ $\beta=0.0015$ の再生像は明らかに視覚的誤差が見られるが、辛うじて認識可能である。ホログラム面で

Table 1 β value vs. calculation, precomputing and required memory space.

	$\beta=0.1$	$\beta=0.5$	$\beta=1$	$\beta=10$	$\beta=20$
Calculation time(s)	486	501	531	751	781
Precomputing time(s)	0.04	0.11	0.20	1.76	3.83
Required memory space for $C[\cdot]$ or $S[\cdot]$ (MB)	0.1	0.5	1	10	20

Table 2 β value vs. phase error.

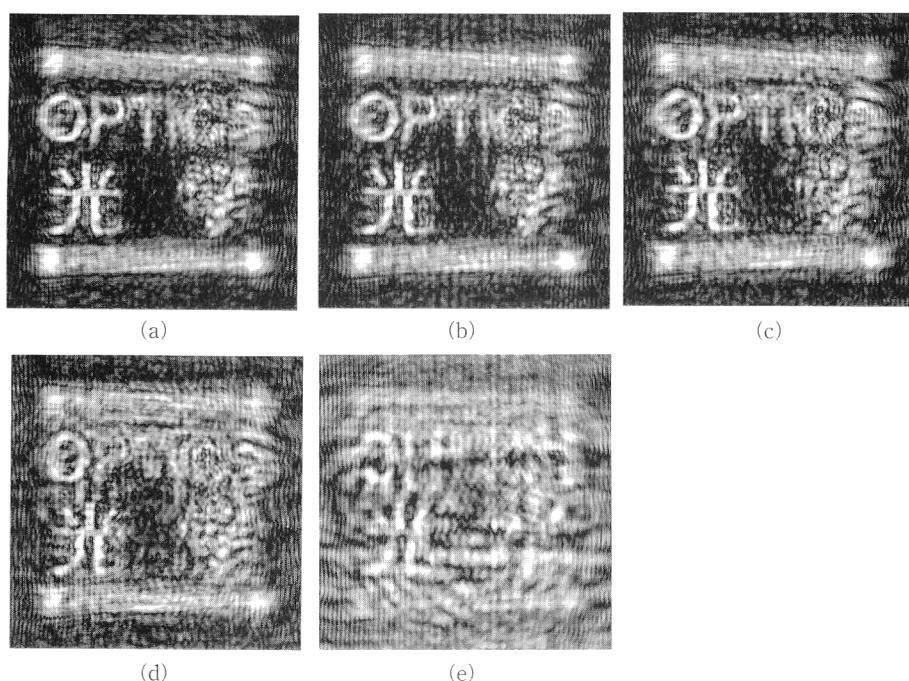
	$\beta=0.1$	$\beta=0.5$	$\beta=1$	$\beta=10$	$\beta=20$
Mean error (rad)	0.191	0.388×10^{-2}	0.196×10^{-2}	0.195×10^{-3}	0.970×10^{-4}
Max-error (rad)	2.747	0.134	0.095	0.013	0.007
Min-error (rad)	0.742×10^{-4}	0.806×10^{-8}	0.137×10^{-6}	0.286×10^{-7}	0.372×10^{-7}
Standard deviation	0.821×10^{-1}	0.199×10^{-2}	0.106×10^{-2}	0.124×10^{-3}	0.600×10^{-4}

Table 3 β value vs. calculation, precomputing and required memory space.

	$\beta=0.001$	$\beta=0.00125$	$\beta=0.0015$	$\beta=0.002$
Calculation time(s)	464	464	462	465
Precomputing time(s)	0.03	0.03	0.03	0.03
Required memory space for $C[\cdot]$ or $S[\cdot]$ (MB)	1.024×10^{-3}	1.28×10^{-3}	1.536×10^{-3}	2.048×10^{-3}

Table 4 β value vs. phase error.

	$\beta=0.001$	$\beta=0.00125$	$\beta=0.0015$	$\beta=0.002$
Mean error (rad)	1.221	1.223	1.068	0.837
Max-error (rad)	3.128	3.093	3.101	3.116
Min-error (rad)	0.723×10^{-4}	0.694×10^{-4}	0.252×10^{-4}	0.111×10^{-3}
Standard deviation	0.691	0.663	0.494	0.333

Fig. 7 Simulated images from proposed Fresnel CGH at $\delta_z=7$ mm, (a) $\beta=1$, (b) $\beta=0.002$, (c) $\beta=0.0015$, (d) $\beta=0.00125$, (e) $\beta=0.001$.

の位相誤差の許容値を定義することは一般に困難であるが、おおむね $\lambda/10$ 位相 (≈ 0.63 rad) 程度と考えると $\beta = 0.002$ 程度が最低許容値と考えられる。 β 値が 1 以下では全体の計算時間の低減にあまり寄与しないため、 β 値は 1 近傍で十分である。

4. ま と め

奥行き情報を保持した三次元物体の投影像を利用して、フレネル回折式を配列化演算に置き換え、低容量で高速に演算を行う手法を提案した。投影像とその奥行き情報は隠面消去アルゴリズムをもった一般的なレンダリング手法により求めることができる。投影像を利用するが、奥行き情報をもっているため任意の三次元物体を再生することが可能である。配列化演算では一般に計算に必要な記憶容量は計算時間と密接な関係にあり、低容量ほど高速に演算が可能である。一般的な配列化演算では $\tilde{O}(M^2 \times N^2)$ の記憶容量が必要であるが、提案手法では $\tilde{O}(M^2 + N^2)$ ですむ。

本手法ではホログラム面での位相誤差は免れ得ないが、これは制御することが可能である。この制御変数は一方で必要なメモリー容量、計算時間にも影響を与えるが、実験により実用上問題ない制御変数の値が存在することを確認した。

文 献

- 1) 放送・通信機構：高度立体動画像通信プロジェクト最終成果報告書 (1997).
- 2) Y. Ichioka, M. Izumi and T. Suzuki: "Scanning halftone plotter and computer-generated continuous-tone hologram," *Appl. Opt.*, **10** (1971) 403-411.
- 3) M. Lucente: "Interactive computation of holograms using a look-up table," *J. Electron. Imag.*, **2** (1993) 28-34.
- 4) 由井薗隆也, 西省吾, 森邦彦, 中山茂：“フレネル型計算機ホログラムの高速計算のための分散並列処理”，光学，**29** (2000) 316-322.
- 5) 長江貞彦, 岡田純也：“3次元図形処理”，CG ハンドブック，日本図学会編 (森北出版, 1989) pp. 172-174.