

冷却イオンの量子状態制御

豊田 健二・占部 伸二

Quantum State Manipulation of Laser-Cooled Ions

Kenji TOYODA and Shinji URABE

Trapped and laser-cooled ions provide an ideal environment with small external perturbations, and are often used for experimental studies concerning fundamental aspects of quantum physics or quantum information processing. In this report, basic techniques for quantum state manipulation of trapped and laser-cooled ions, which are essential for such studies, are reviewed.

Key words: ion trap, laser cooling, quantum state manipulation, sideband cooling, quantum gate, entanglement

超高真空中にトラップされレーザー冷却により極低温まで冷却されたイオンは、孤立した原子系という理想的な環境を提供する。このトラップされたイオンの特長を生かし、量子物理学の基礎にかかわる実験や量子情報処理への応用に関する実験が世界中で行われ、また進展しつつある。その際、イオンの内部量子状態、振動量子状態を決定論的に制御できる技術が重要となるが、そのうち基本的なもののいくつかはすでに実現されている。例えばイオンの内部状態量子ビットと振動状態量子ビット間の制御ノット演算¹⁾、複数イオンの内部状態のエンタングルメント^{2,3)}などが実現されており、リニアトラップ中の複数のイオンの個別アドレッシング（個別に内部状態を光で操作すること）も実現されている⁴⁾。また最近イオンの光遷移と外部高フィネス光共振器のモードのコヒーレントな結合に関する実験⁵⁾も行われた（これは分散量子ネットワーク⁶⁾の実現などにつながる）。

本稿ではまず基礎的な技術であるイオンのトラッピング、ドップラー冷却等について簡単に触れた後、上記のようなイオンの量子状態の制御に関する実験のうち重要ないくつかのものについて述べる。

1. イオンのトラッピング・レーザー冷却、高分解能分光の手法

1.1 イオントラップ

最近のイオンを用いた量子状態制御などの実験では Paul（パウル）トラップ（リニアトラップを含む）がよく用いられる。理想的な Paul トラップは図1のように回転双曲面型の2つのエンドキャップ電極およびリング電極からなり、それらの間に電圧を印加し四重極電場を生成する。静電場のみではポテンシャルの極小点を作れない（アーンショーの定理より）ため、RF 電圧を印加してトラップを行う。RF 電場のもとでのイオンの運動は厳密には運動方程式であるマシュー方程式を解くことで得られるが、定性的には振動電場により強制的に駆動されるマイクロ運動とよばれる微小な振動運動と、そのマイクロ運動の結果生じる永年振動ポテンシャルによる振動運動（永年振動）の組み合わせと捉えられる⁷⁾。熱エネルギーを担い、レーザー冷却の対象となるのは永年振動のほうである。マイクロ運動は外場により駆動される運動であるため冷却できず、その振動を抑制するにはイオンをトラップ中央付近の電場振幅の小さい場所に置く必要がある。

一方リニアトラップは Paul トラップを動径方向のある

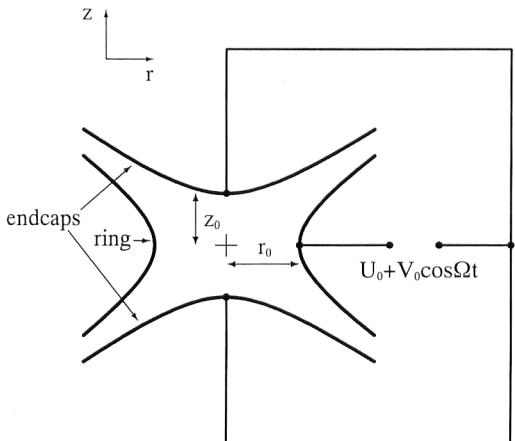


図1 Paul トラップ。

軸方向に無限に引き伸ばした形状に対応しており、4本のロッド電極に互い違いに電圧を印加して四重極電場を生成し、Paul トラップと同様にしてトラップを行う。リニアトラップの利点は複数のイオンをトラップした場合にもマイクロ運動の影響を避けることができる点である。イオンがマイクロ運動を行うと、スペクトルが変調を受けたりイオンが加熱されたりするなどの影響がある。Paul トラップの場合には中心の1点でのみ電場振幅がゼロとなるが、リニアトラップの場合には中心軸上のすべての点において電場振幅がゼロとなるため、この中心軸上にイオンを配列することで複数イオンの場合にもマイクロ運動の影響を排除することが可能である。

1.2 ドップラー冷却

電子衝撃法（電圧により加速された電子を原子ビームに衝突させイオン化を行う手法）などによりトラップ中にロードされたイオンは最初は数eV、つまり数万ケルビンの温度をもつ。一方永年ポテンシャルのポテンシャル高も一般に同じく数eVのオーダーであるため、冷却を行わないとイオンはすぐに逃げ去ってしまう。冷却には共鳴よりも低い周波数のレーザー光を入射して冷却を行うドップラー冷却を用いることができる。一方向のみから冷却光を入射することで三次元的に冷却を行うことが可能である。ドップラー限界温度 ($T_D = \hbar\Gamma/2k_B$ (Γ は冷却用いる遷移の自然幅, k_B はボルツマン定数；例えば Hg^+ の $^2S_{1/2}-^2P_{1/2}$ 遷移に対しては $T_D \sim 1.7$ mK)) 付近までの冷却が確認されている。

1.3 運動サイドバンドおよびラム・ディッケの条件

周波数 ω_v で永年振動を行っているイオンに共鳴するレーザー光を入射する際、永年振動周波数 ω_v が遷移の自然幅 γ よりも十分大きいとき（強束縛の限界）には吸収スペクトルにおいてキャリヤーおよびサイドバンドが分離した

かたちで観測される。後者を運動サイドバンドとよんでいる。光電場を $E = E_0 \sin(kx - \omega t)$ のような x 軸方向に進む周波数 ω の平面波とし、イオンの振動運動を $x = x_0 \sin \omega_v t$ とすると、イオンからみた光電場は以下のように表される。

$$E = E_0 \sin(kx_0 \sin \omega_v t - \omega t) \quad (1)$$

これは周波数 ω の発振器を周波数 ω_v で周波数変調した場合に得られる信号と同様であり、周波数 $\omega + n\omega_v$ (n : 整数) で表されるキャリヤー ($n=0$) およびサイドバンド ($n=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) に分離する（いずれも $J_n^2(kx_0)$ に比例する強度をもつ；ここで $J_n(z)$ は n 次のベッセル関数）。同様に考えると、実験室系からみたイオンの吸収スペクトルも周波数 $\omega + m\omega_v$ (m : 整数) で表されるキャリヤー ($m=0$) およびサイドバンド ($m=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) に分離することがわかる（ただしいずれも自然幅 Γ の幅をもつことになる）。

イオンの熱運動が十分冷却され、ある光遷移（波長 λ ）に対して $k \langle x^2 \rangle^{1/2} \ll 1$ ($k = 2\pi/\lambda$, また x はイオンの変位) が満たされるとき、吸収スペクトルにおいてサイドバンドは小さくなりキャリヤーが支配的となる。この条件はイオンの振動運動の振幅がほぼ常に光遷移の波長を 2π で割った値よりも十分小さくなっていることを意味しており、ラム・ディッケの条件が満たされているという。

2. イオンの振動基底状態までの冷却

イオンの運動量子状態の制御を行う際には、通常まず振動運動の基底状態までの冷却を行い、そこから望む状態を生成するという手順がとられる。このイオンの振動基底状態までの冷却を行う方法として、一光子遷移を用いたサイドバンド冷却法、およびよく似た原理をもつ誘導ラマン遷移を用いたラマンサイドバンド冷却法についてここで触れる。ほかに一光子遷移を用いて電磁誘導透過を利用して振動基底状態までの冷却を実現した例もある⁸⁾。

2.1 運動サイドバンドの観測

サイドバンド冷却法およびそれに準じる方法で振動基底状態までの冷却を行うには、強束縛の条件下でキャリヤーおよび運動サイドバンドが分離して観測されていることが必要となる。ここでは NIST (National Institute of Standards and Technology) の Bergquist らの単一 $^{198}Hg^+$ を用いて分離したキャリヤーおよび運動サイドバンドを最初に観測した実験⁹⁾についてまず触れる。

Bergquist らの実験は、单一イオンにおける遷移確率の非常に小さい（したがって共鳴線幅の非常に狭い）電気四重極遷移を観測するために、Dehmelt の提案したシェルビ

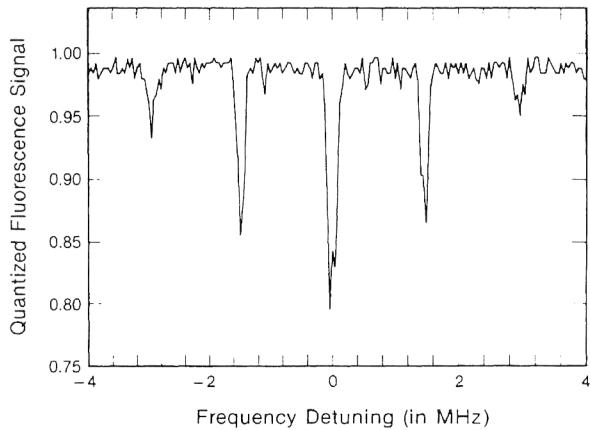


図2 $^{198}\text{Hg}^+$ の電気四重極遷移 ($^2\text{S}_{1/2}-^2\text{D}_{5/2}$) の吸収スペクトル (文献 10) より転載)。

ング(棚上げ)法¹⁰⁾を用いている。単一 $^{198}\text{Hg}^+$ イオンの基底準位 ($^2\text{S}_{1/2}$) および 2 つの励起準位 ($^2\text{P}_{1/2}$, $^2\text{D}_{5/2}$) からなる V 字型の遷移を用いる。ここで $^2\text{P}_{1/2}$ 準位は基底 $^2\text{S}_{1/2}$ 準位と電気双極子遷移で結ばれ、寿命は約 2 ns である。一方 $^2\text{D}_{5/2}$ 準位は準安定状態(寿命約 0.02 s)であり、基底 $^2\text{S}_{1/2}$ 準位とは電気四重極遷移で結ばれる。この電気四重極遷移 $^2\text{S}_{1/2}-^2\text{D}_{5/2}$ (282 nm) が、強束縛の条件 $\omega_v \gg \gamma$ (ω_v は振動周波数, γ は自然幅) を満たし、このキャリヤーおよび運動サイドバンドの観測実験の対象となる遷移である。この遷移に対する励起パルスを入射した後に $^2\text{S}_{1/2}-^2\text{P}_{1/2}$ 遷移に共鳴する 194 nm のレーザー光を入射し、その遷移からの蛍光をモニターする。その際、イオンが $^2\text{S}_{1/2}$ 準位にあればその後 $^2\text{S}_{1/2}$, $^2\text{P}_{1/2}$ 間をサイクルし強い蛍光が観測されるが、イオンが $^2\text{D}_{5/2}$ 準位にあればしばらく蛍光がまったく観測されない(これをイオンが準安定状態 $^2\text{D}_{5/2}$ に“棚上げ”されているといふ)。これにより電気四重極遷移 $^2\text{S}_{1/2}-^2\text{D}_{5/2}$ における吸収の有無をほぼ 100% の効率で検出することが可能である。

この原理を用いて得られた電気四重極遷移 $^2\text{S}_{1/2}-^2\text{D}_{5/2}$ の吸収スペクトルを図 2 に示す。中央の高いスペクトル(キャリヤー)およびその両側のサイドバンドが分離して観測されているのがわかる。4 本のサイドバンドのうち、キャリヤーに近いほうの 2 本は Paul トランプ中の動径方向の永年振動 ($\omega_r \sim 2\pi \times 1.46$ MHz) に対応し、遠いほうの 2 本は軸方向の永年振動 ($\omega_z \sim 2\pi \times 2.9$ MHz) に対応する。これらのサイドバンドの高さからイオンの温度を見積もることができ、最低でドップラー限界温度 1.7 mK とほぼ同じ 1.6 ± 0.5 mK という温度が得られている。

2.2 サイドバンド冷却

前節で述べたような分離したキャリヤーおよびサイドバンドが観測されれば、その最初の周波数の低いほうのサイ

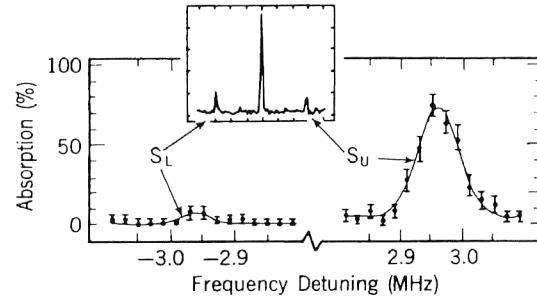


図3 サイドバンド冷却を行った後の $^{198}\text{Hg}^+$ の電気四重極遷移 ($^2\text{S}_{1/2}-^2\text{D}_{5/2}$) の吸収スペクトル。挿入図はドップラー冷却のみの場合の吸収スペクトル(文献 11)より転載)。

ドバンドに共鳴する周波数 $\omega_0 - \omega_v$ (ω_0 は運動を考慮しない場合の光遷移の共鳴周波数, ω_v はある軸方向の永年振動周波数) の励起レーザーを照射することでサイドバンド冷却を行うことが可能である。周波数 $\omega_0 - \omega_v$ による励起の後、引き続いて起こる自然放出は周波数 ω_0 を中心として行われるため、1 回の吸収放出のサイクルにつき平均してエネルギー $\hbar\omega_v$ がイオンの運動自由度から奪われ冷却されてゆき、最終的には振動基底状態付近まで到達する。

最初にサイドバンド冷却により振動基底状態付近までの冷却を行った Diedrich らによる実験¹¹⁾では、前節の運動サイドバンドの観測実験と同じ $^{198}\text{Hg}^+$ イオンが用いられている。イオンの振動基底状態への冷却はドップラー冷却による予備冷却およびサイドバンド冷却の 2 段階で行われる。

運動が振動基底状態付近にある場合には、冷却の到達度の目安として温度よりも振動量子数 n_v の平均値 $\langle n_v \rangle$ のほうがよく用いられる。ここで平均 $\langle \cdots \rangle$ は単一のイオンに対する時間的平均を意味する。Diedrich らの実験では、ドップラー冷却後の時点でのイオンはラム・ディッケの条件を満たしており、サイドバンドは低周波側および高周波側に 1 本ずつしか観測されない。低周波側および高周波側のサイドバンドにおける吸収の強さ S_L , S_U はそれぞれ $\langle n_v \rangle$, $\langle n_v \rangle + 1$ に比例するため、 S_L , S_U の比を求めて平均量子数 $\langle n_v \rangle$ を求めることができ、さらにそれを用いて温度を求めることができる。

図 3 にサイドバンド冷却を行った後の低周波側および高周波側のサイドバンドのスペクトルを示す。低周波側のサイドバンドがほぼ消えているのがわかる。この結果より $\langle n_v \rangle = 0.051$ という値が得られている。これはイオンが 95% の確率で基底状態にいることに相当する。また対応する温度が $T = 47 \mu\text{K}$ と求められている。

2.3 $^9\text{Be}^+$ の誘導ラマン遷移・ラマンサイドバンド冷却

NIST の Wineland らのグループは、前述の Hg^+ を用い

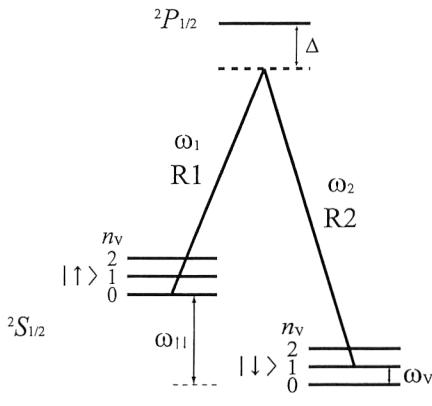


図4 ${}^9\text{Be}^+$ の誘導ラマン遷移.

た実験に加え、1995年頃以降 ${}^9\text{Be}^+$ を用いて三次元的な振動基底状態への冷却実験、および引き続いで非古典的運動状態の生成実験、量子ゲートに関する実験などについて報告している。 ${}^9\text{Be}^+$ は基底状態に超微細構造をもつため、誘導ラマン遷移を用いて超微細準位間を結合することでコヒーレンス時間の非常に長い内部状態量子ビットを実現することができる。超微細構造の周波数間隔は 1.25 GHz と比較的狭く、音響光学変調器や電気光学変調器を用いて周波数シフトを作り出すことでレーザー自体の線幅に影響を受ければ励起を行うことが可能である。下で述べるラマンサイドバンド冷却でもこのような ${}^9\text{Be}^+$ の特長を活用している。

図4に ${}^9\text{Be}^+$ の誘導ラマン遷移に関連する準位および光周波数をあげてある。基底準位 ${}^2\text{S}_{1/2}$ は $F=1, 2$ の2つの超微細準位からなり(ここで F は原子の全スピン、つまり核スピンと電子スピンの和)、 $|F=1, m_F=1\rangle$ (これを $|\uparrow\rangle$ と表す) および $|F=2, m_F=2\rangle$ (これを $|\downarrow\rangle$ と表す) 間を2つのレーザー R1, R2 (313 nm) による ${}^2\text{P}_{1/2}$ 状態を中間準位とした誘導ラマン遷移で結んでいる。ラマンサイドバンド冷却の実験ではこの誘導ラマン遷移を用いて冷却を行う。また後に述べる量子ゲートの実験ではこの2準位を内部状態量子ビットとして用いている。

イオンの振動運動まで考慮すると $|\uparrow\rangle$, $|\downarrow\rangle$ の各準位はそれぞれ図4にあるように等間隔(間隔は振動周波数を ω_v として $\hbar\omega_v$)の振動量子準位に分かれる。これを n を振動量子数として $|n\rangle|\uparrow\rangle$, $|n\rangle|\downarrow\rangle$ のように表す。誘導ラマン遷移の離調を $\delta = (\omega_2 - \omega_1) - \omega_{11}$ (ω_1 , ω_2 はそれぞれ R1, R2 の周波数, ω_{11} は超微細構造の周波数間隔) で定義するとき、 $\delta = m\omega_v$ (m : 整数) とすると誘導ラマン遷移に伴い振動量子数を操作できる。ラム・ディッケの条件が満たされているときには、以下の3つの場合が主となる。

(1) $\delta=0$ のとき: これは $|n\rangle|\downarrow\rangle \leftrightarrow |n\rangle|\uparrow\rangle$ の遷移を引き

起こす(キャリヤー遷移)

- (2) $\delta = -\omega_v$ のとき: これは $|n\rangle|\downarrow\rangle \leftrightarrow |n-1\rangle|\uparrow\rangle$ の遷移を引き起こす(レッドサイドバンド遷移)
- (3) $\delta = \omega_v$ のとき: これは $|n\rangle|\downarrow\rangle \leftrightarrow |n+1\rangle|\uparrow\rangle$ の遷移を引き起こす(ブルーサイドバンド遷移)

以下で Monroe らにより行われた単一 ${}^9\text{Be}^+$ のラマンサイドバンド冷却実験¹²⁾について述べる。ラマンサイドバンド冷却はレッドサイドバンド遷移の励起により振動量子数を減らしていくという点で一光子遷移を用いたサイドバンド冷却と同様であるが、一光子遷移の場合のように自然放出によって始状態に戻ることはないため、強制的に戻してやる必要がある(これをリサイクルとよんでいる)。具体的には、(1) ドップラー冷却の後、(2) $|\downarrow\rangle$ 準位に占有数を集め、(3) レッドサイドバンド遷移に R1, R2 による π パルスを入射して $|n\rangle|\downarrow\rangle \rightarrow |n-1\rangle|\uparrow\rangle$ を引き起こし振動量子数を1つ減らす。そして(4) $|\uparrow\rangle$ 準位から ${}^2\text{P}_{3/2}$ 準位への遷移に共鳴する光を入射し自発的ラマン過程により $|\downarrow\rangle$ 準位に占有数を戻す。このときイオンがラム・ディッケの条件を満たしていればほぼ常に振動量子数は変化せず、占有数は $|n-1\rangle|\downarrow\rangle$ に移る。(3), (4) を繰り返すことで順次振動量子数を減らしてゆき、振動基底状態付近まで冷却することが可能である。三次元的な振動基底状態への冷却は、誘導ラマン遷移の離調 δ を各軸方向の永年振動周波数に対応するレッドサイドバンド遷移に順番に同調させることで行う。

このラマンサイドバンド冷却法による一次元の冷却で、 x 軸(Paul トラップの動径方向の軸)方向の平均振動量子数として $\langle n_x \rangle = 0.014$ という値が得られた。これは、イオンが 98% の確率で基底状態にいることに対応している。また三次元の冷却で $(\langle n_x \rangle, \langle n_y \rangle, \langle n_z \rangle) = (0.033, 0.022, 0.029)$ という値が得られた(y , z 軸はそれぞれ Paul トラップの動径方向および軸方向の軸)。これはイオンが 92% の確率で三次元的な基底状態にいることに対応している。

3. 量子ゲート(制御ノットゲート)の実現

量子計算の原理を用いると大きな整数の素因数分解など一部の演算を従来の計算機と比べ飛躍的に速い速度で行える可能性がある。イオントラップを用いた量子計算に関する初めての提案は Cirac および Zoller によってなされた¹³⁾。その提案においては、リニアトラップ中に1列に並んだ各イオンの内部状態の2準位を量子情報を蓄える量子ビットとして用いる。そしてイオン列の集団振動モードの量子状態の2準位をすべてのイオンによって共有される量子ビットとしてイオン間の演算のために用いる。この提案の中で、内部量子ビットを形成する2準位とは別の補助的な

内部状態 (auxiliary state) を用いて量子演算の最も重要な構成要素となる制御ノット演算を実現する方法を Cirac および Zoller は示している。

複数の量子ビットに対する任意の量子演算 (ユニタリー変換) は、2量子ビット演算 (制御ノット演算) および1量子ビット演算 (回転変換) の組み合わせに分解できることが示されている¹⁴⁾。ここで制御ノット演算とは、制御ビットが $|1\rangle$ 状態にあれば標的ビットの値を反転させ、制御ビットが $|0\rangle$ 状態にあれば何もしないという操作である。制御ビットの状態が $|a\rangle$ 、標的ビットの状態が $|b\rangle$ のときに全体を $|ab\rangle$ のように表すとし、 $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ を基底として制御ノット演算を行行列で表すと以下のようになる。

$$\text{CNOT} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

NIST の Monroe らの実験¹⁾では、単一イオンの振動量子状態および内部状態をそれぞれ制御ビットおよび標的ビットとして用いてこの制御ノット演算の中核となる部分を実現している。

単一イオンの制御ノット演算の実験は振動基底状態まで冷却された Paul トラップ中の単一の⁹Be⁺イオンを用いて行われている。制御ビットとしては、永年振動 ($\omega_x/2\pi=1$ MHz) の振動準位 $|0\rangle$ および $|1\rangle$ を用いる。また、標的ビットとしては、基底状態の2つの超微細準位 $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$ ($|F=2, m_F=2\rangle, |F=1, m_F=1\rangle$) を用いる。さらに、補助的な内部状態 $|aux\rangle$ として $|F=2, m_F=0\rangle$ を用いている（この状態は印加された 0.18 mT の磁場によるゼーマン分裂のため、 $|\downarrow\rangle$ 準位より 2.5 MHz ほど離れている）。演算に用いる5つの状態 $|0\rangle|\downarrow\rangle, |0\rangle|\uparrow\rangle, |1\rangle|\downarrow\rangle, |1\rangle|\uparrow\rangle, |0\rangle|aux\rangle$ 間の遷移には R1, R2 による誘導ラマン遷移（キャリヤー遷移、レッドサイドバンド遷移、ブルーサイドバンド遷移のいずれか）を用いる。

制御ノット演算を実現するために、Monroe らは以下のように3つのラマンビームのパルスを順に印加している。

- (a) $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$ 間のキャリヤー遷移に $\pi/2$ パルスを印加する
- (b) $|\uparrow\rangle$ と $|aux\rangle$ 間のブルーサイドバンド遷移 ($|0\rangle|aux\rangle \rightarrow |1\rangle|\uparrow\rangle$) に 2π パルスを印加する
- (c) $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$ 間のキャリヤー遷移に (a) とは位相差 π をもたせて $\pi/2$ パルスを印加する

ここで (b) は、 $|1\rangle|\uparrow\rangle, |0\rangle|aux\rangle$ からなる仮想的なスピニ/2の系に対する 2π 回転とみなせ、4つの計算基底

$|0\rangle|\downarrow\rangle, |0\rangle|\uparrow\rangle, |1\rangle|\downarrow\rangle, |1\rangle|\uparrow\rangle$ のうち $|1\rangle|\uparrow\rangle$ のみの符号を反転させる働きをする。この操作は制御回転 (controlled rotation)¹⁵⁾ とよばれ、制御ノット演算と等価な演算である。この制御回転と単純な1量子ビットに対する回転変換（この場合は (a), (c) のパルスがその役割を果たす）を組み合わせて制御ノット演算を実現することができる。制御回転は以下の行列で表される。

$$\begin{aligned} \text{CROT} &= \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & & & \\ 0 & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}_{\text{vib}} \otimes \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{bmatrix}_{\text{ion}} + \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{bmatrix}_{\text{vib}} \otimes \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{bmatrix}_{\text{ion}} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで $[]_{\text{ion}}$ はイオンの内部状態に対する作用を $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$ を基底として表したもの、 $[]_{\text{vib}}$ は振動量子状態に対する作用を $|0\rangle, |1\rangle$ を基底として表したものである。 $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$ で張られる系を仮想的なスピニ/2の系とみると、この (b) の作用は振動状態が $|1\rangle$ にある場合にのみ仮想スピニ z 軸（量子化軸）まわりの角度 π の回転を施すことに対応する。

また、一般に $p\pi$ パルス (p は正の実数) の作用は入射光の位相を ϕ として以下のように表せる^{13,15)}。

$$V^p(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \cos(p\pi/2) & -ie^{-i\phi}\sin(p\pi/2) \\ & & -ie^{i\phi}\sin(p\pi/2) & \cos(p\pi/2) \end{bmatrix}_{\text{ion}} \quad (4)$$

以上を用いると、(a), (b), (c) を順に行った場合の作用が確かに制御ノット演算に相当することが以下のように確かめられる。

$$V^{1/2}(\pi/2) \cdot \text{CROT} \cdot V^{1/2}(-\pi/2)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & & & \\ 0 & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}_{\text{vib}} \otimes \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{bmatrix}_{\text{ion}} + \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{bmatrix}_{\text{vib}} \otimes \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{bmatrix}_{\text{ion}} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

これは、振動状態が $|1\rangle$ にある場合に、 $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$ のなす仮想スピニ y 軸まわりの角度 $\pi/2$ の回転、 z 軸まわりの角度 π の回転、 y 軸まわりの角度 $-\pi/2$ の回転を順番に施すことにより仮想スピニを反転させるということに対応している（振動状態が $|0\rangle$ にある場合は y 軸まわりの角度 $\pi/2, -\pi/2$ の回転のみを順番に施すことになるため仮想スピニの向きは最初と変わらない）。

図5が実験により求められた真理表である。 $|0\rangle|\downarrow\rangle, |0\rangle|\uparrow\rangle, |1\rangle|\downarrow\rangle, |1\rangle|\uparrow\rangle$ の各状態を順番に用意し、制御ノット

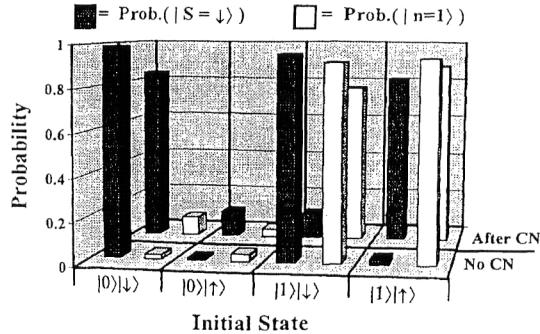


図5 制御ノット演算の真理表の測定結果。手前の行は制御ノット演算を行わない場合の終状態、奥の行は制御ノット演算を行った場合の終状態。測定結果を4つの準備した始状態 $|0\rangle|\downarrow\rangle$, $|0\rangle|\uparrow\rangle$, $|1\rangle|\downarrow\rangle$, $|1\rangle|\uparrow\rangle$ に応じて4つの列に分類して表示している。黒い棒グラフおよび白い棒グラフはそれぞれ内部状態が $|\downarrow\rangle$ にある確率、振動状態が $|\uparrow\rangle$ にある確率を表している（文献1）より転載）。

演算後の占有数を測定している。単一イオンに対して式(2)の演算がほぼ実現されていることが確認できる。観測された確率が完全には0ないし1に等しくない理由としては、レーザー冷却が不完全であること、状態の準備が不完全であること、デコヒーレンスの影響などが考えられる。

イオン配列中の任意の2つのイオン間の制御ノット演算は、原理的には上記の单一イオンの制御ノット演算をもとにして行なうことができるが、技術的な問題のためまだ実現されていない¹⁾。

4. 複数イオンの内部状態のエンタングルメント

複数のトラップされたイオンを用い、内部状態のエンタングルメント（entanglement：絡み合い）を決定論的に生成する実験がNISTで行われている。2つのイオンのエンタングルメントを行った実験²⁾および4つのイオンの最大絡み合い状態を生成した実験³⁾についてここでは触れる。2つの実験で用いられる手法は異なるが、全イオンが協同的に関与した集団振動モードの量子準位を介してイオン間のエンタングルメントを生成しているという点は共通している。

Turchetteらの2つの⁹Be⁺イオンの内部状態のエンタングルメントの実験²⁾においては、以下のようない状態が生成される。

$$|\psi_e(\phi)\rangle = \frac{3}{5}|\downarrow\uparrow\rangle - e^{i\phi}\frac{4}{5}|\uparrow\downarrow\rangle \quad (6)$$

ここで ϕ は制御可能な位相因子である。これは $\phi=0, \pi$ の場合にそれぞれBellのシングレット状態 ($|\psi_B^-\rangle = (|\downarrow\uparrow\rangle - |\uparrow\downarrow\rangle)/2$) およびトリプレット状態 ($|\psi_B^+\rangle = (|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle)/2$) をよく近似する状態となる。

実験は楕円形のリング電極をもつPaulトラップを用い

て行われ、イオンは楕円の長軸方向に2つ並べられる。式(6)のような状態の生成には2つのイオンの内部状態を個別に回転することが必要となるが、イオン間の間隔は2μmであり、個別に光で操作するのは困難である。ここでは、誘導ラマン遷移のラビ周波数がマイクロ運動の振幅に依存することを利用し（結果的に）個別アドレッシングが実現されるようにしている。

イオンは永年振動以外にマイクロ運動を行っており、吸収スペクトルはこれによる変調の影響を受ける。その際誘導ラマン遷移のラビ周波数は以下のように変化することになる。

$$\Omega_i = \Omega_{c0}(|\delta k| \xi_i) \quad (7)$$

ここで i は2つのイオンを区別する添え字であり、 Ω_i は i 番目のイオンに対するキャリヤー遷移のラビ周波数、 Ω_c は変調の影響がないとした場合のラビ周波数である。また δk は2つのラマンビーム R1, R2 の波数の差 (R1, R2 の進行方向は直交させている)、 ξ_i は i 番目のイオンのマイクロ運動の振幅である。2つのイオンがトラップの中心に関して対称な位置にある場合には2つのイオンが感じるRF電場の振幅は同じであり、したがってラビ周波数は同じとなる。しかし直流電場を印加し2つのイオンの位置をずらすと、2つのイオンの感じるRF電場の振幅が異なるようになり、したがってラビ周波数も異なる値となる。このことを用い、例えば $\Omega_1 = 2\Omega_2$ となるように直流電場の大きさを設定した上で、キャリヤー遷移に対しイオン1にとって 2π パルス、イオン2にとって π パルスとなるような時間だけラマンビームを入射すれば、イオン2の内部状態のみを反転させることができる。

エンタングルメントの生成は、まずラマンサイドバンド冷却により準備された基底状態である $|0\rangle|\downarrow\downarrow\rangle$ 状態から始める。 $\Omega_1 = 2\Omega_2$ の条件のもとで上記のようにしてイオン2のスピンのみを反転させることで、状態は $|\psi(0)\rangle = |0\rangle|\downarrow\uparrow\rangle$ へ移る。次に同じく $\Omega_1 = 2\Omega_2$ の条件のもとでレッドサイドバンド遷移にラマンビームを照射する。このとき状態は $|0\rangle|\downarrow\uparrow\rangle$, $|1\rangle|\downarrow\downarrow\rangle$, $|0\rangle|\uparrow\downarrow\rangle$ の間を行き来するが、ある特定の照射時間に対して $|1\rangle|\downarrow\downarrow\rangle$ 状態の振幅が消え、式(6)の $|\psi_e(\phi)\rangle$ が実現される。

Turchetteらは、この方法により生成された状態（式(6)で $\phi=\pi, 0$ とおいた状態に近い状態をここでは生成している）に対して状態生成の忠実度 $\langle\psi_e(\phi)|\rho|\psi_e(\phi)\rangle$ (ρ は密度演算子) を求め、0.7という値を得ている。

また、Sackettらによりリニアトラップ中の4つのイオン（および2つのイオン）のエンタングルメントが実現されている³⁾。ここでは、以下のような最大絡み合い状態

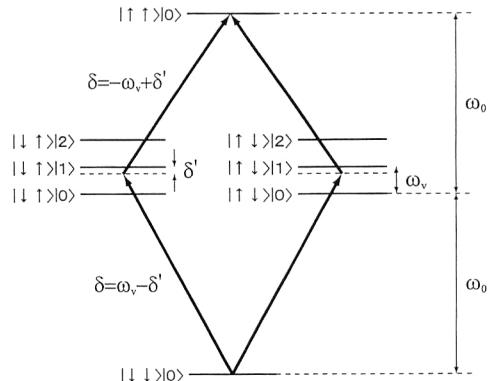


図6 Mølmer らの方法による最大絡み合い状態の生成。

(maximally entangled states) が生成されている (N はイオン数)。

$$|\psi_N\rangle = (|\uparrow\uparrow\dots\uparrow\rangle + i^{N+1}|\downarrow\downarrow\dots\downarrow\rangle)/\sqrt{2} \quad (8)$$

生成法は、Mølmer らの提案¹⁶⁾に基づいている。Mølmer らの方法を用いれば、任意の N 個のイオンの最大絡み合い状態を決定論的に作り出すことが可能であり、偶数の N に対してはたった1回の操作でエンタングルメントを得ることが可能である。また振動基底状態まで冷却されていない熱的な運動状態のイオン列に対しても適用可能である（ここでは振動基底状態まで冷却したイオン列を用いている）。

最大絡み合い状態の生成は、レッドサイドバンド遷移およびブルーサイドバンド遷移に近い離調 $\delta = \omega_v - \delta'$, $-\omega_v + \delta'$ の2種の誘導ラマン遷移を引き起こすラマンビームの組をすべてのイオンに特定の時間照射することで行っている（2種の離調を作り出すために2本のラマンビーム R1, R2 のうち片方を電気光学変調器で変調している）。図6は2つのイオンの場合の励起スキームである（4つのイオンの場合もまったく同じ手順で行われる）。2つの超微細準位間のスプリッティング（~1.25 GHz）を ω_0 で表している。また誘導ラマン遷移は1本の矢印で表されている。2種の誘導ラマン遷移が図6のように左右2つの経路で引き続いて起こり $|0\rangle|\downarrow\downarrow\rangle$, $|0\rangle|\uparrow\uparrow\rangle$ の2準位が結ばれるようにしている。このとき離調 δ' を十分大きく（ただし ω_v よりは十分小さく）とことにより中間準位 $|1\rangle|\downarrow\uparrow\rangle$, $|1\rangle|\uparrow\downarrow\rangle$ に占有数が移らないようにしている（したがって左右2つの経路はいずれも四光子遷移である）。

この方法によって得られた状態に対して忠実度 $\langle\psi_N|\rho|\psi_N\rangle$ を求め、 $N=2$ に対して 0.83, $N=4$ に対して 0.57 という値が得られている。仮に生成された状態が部分系の状態の直積で表せる場合にはこの忠実度は 0.5 以下となることが示されるため、この結果は確かに2つのイオンおよび4つのイオンのエンタングルメントが生じていることを示

している。

冷却イオンを用いた量子状態制御の基本的な技術について概観してきた。より複雑な量子情報処理、量子計算などへ適用していくことは今後の課題と思われる。その際集団振動モードに対する加熱などが問題となる。共同冷却の原理を用いて、量子情報を蓄えるイオン（量子ビットイオン）と集団振動モードの冷却に用いるイオン（冷媒イオン）を別種のものとして量子情報を保ちつつ平行して冷却を行うという提案¹⁷⁾もあり、今後の進展が期待される。

文 献

- 1) C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano and D. J. Wineland: "Demonstration of a fundamental quantum logic gate," Phys. Rev. Lett., **75** (1995) 4714-4717.
- 2) Q. A. Turchette, C. S. Wood, B. E. King, C. J. Myatt, D. Leibfried, W. M. Itano, C. Monroe and D. J. Wineland: "Deterministic entanglement of two trapped ions," Phys. Rev. Lett., **81** (1998) 3631-3634.
- 3) C. A. Sackett, D. Kielpinski, B. E. King, C. Langer, V. Meyer, C. J. Myatt, M. Rowe, Q. A. Turchette, W. M. Itano, D. J. Wineland and C. Monroe: "Experimental entanglement of four particles," Nature, **404** (2000) 256-259.
- 4) H. C. Nägerl, D. Leibfried, H. Rohde, G. Thalhammer, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler and R. Blatt: "Laser addressing of individual ions in a linear ion trap," Phys. Rev. A, **60** (1999) 145-148.
- 5) A. B. Mundt, A. Kreuter, C. Becher, D. Leibfried, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler and R. Blatt: "Coupling a single atomic quantum bit to a high finesse optical cavity," Phys. Rev. Lett., **89** (2002) article no. 103001.
- 6) J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble and H. Mabuchi: "Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network," Phys. Rev. Lett., **78** (1997) 3221-3224.
- 7) H. G. Dehmelt: "Radiofrequency spectroscopy of stored ions I: Storage," *Advances in Atomic and Molecular Physics*, eds. D. R. Bates and I. Estermann, 3 (Academic Press, New York, 1967) pp. 53-72.
- 8) C. F. Roos, D. Leibfried, A. Mundt, F. Schmidt-Kaler, J. Eschner and R. Blatt: "Experimental demonstration of ground state laser cooling with electromagnetically induced transparency," Phys. Rev. Lett., **85** (2000) 5547-5550.
- 9) J. C. Bergquist, W. M. Itano and D. J. Wineland: "Recoilless optical absorption and Doppler sidebands of a single trapped ion," Phys. Rev. A, **36** (1987) 428-430.
- 10) H. G. Dehmelt: "Proposed $10^{14} \nu/\Delta\nu$ laser fluorescence spectroscopy on Tl^+ monoion oscillator II," Bull. Am. Phys. Soc., **20** (1975) 60.
- 11) F. Diedrich, J. C. Bergquist, W. M. Itano and D. J. Wineland: "Laser cooling to the zero-point energy of motion," Phys. Rev. Lett., **62** (1989) 403-406.
- 12) C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, S. R. Jefferts, W. M. Itano and D. J. Wineland: "Resolved-sideband Raman cooling of a bound atom to the 3D zero-point energy," Phys.

- Rev. Lett., **75** (1995) 4011–4014.
- 13) J. I. Cirac and P. Zoller: “Quantum computations with cold trapped ions,” Phys. Rev. Lett., **74** (1995) 4091–4094.
 - 14) D. P. DiVincenzo: “Two-bit gates are universal for quantum computation,” Phys. Rev. A, **51** (1995) 1015–1022.
 - 15) A. Steane: “The ion trap quantum information processor,” Appl. Phys. B, **64** (1997) 623–643.
 - 16) K. Mølmer and A. Sørensen: “Multiparticle entanglement of hot trapped ions,” Phys. Rev. Lett., **82** (1999) 1835–1838.
 - 17) D. Kielpinski, B. E. King, C. J. Myatt, C. A. Sackett, Q. A. Turchette, W. M. Itano, C. Monroe, D. J. Wineland and W. H. Zurek: “Sympathetic cooling of trapped ions for quantum logic,” Phys. Rev. A, **61** (2000) article no. 032310.

(2002年11月29日受理)