

Received December 13, 2002; Accepted February 3, 2003

## レンズ面の微小うねりの光学性能への影響

渋谷 真人\*・青柳 公一\*・中楯 末三\*・小野 広起\*\*\*,\*\*\*\*

\*東京工芸大学工学部光情報メディア工学科（旧東京写真大学写真工学科）〒243-0297 厚木市飯山 1583

\*\*(株)CRC ソリューションズ 〒136-8581 東京都江東区南砂 2-7-5

\*\*\*現在：(株)ニコン映像カンパニー 〒140-8601 東京都品川区西大井 1-6-3

### Effect of Fine Undulation on Lens Surface to the Optical Performance

Masato SHIBUYA\*, Kouichi AOYAGI\*, Suezou NAKADATE\* and Hiroki ONO\*\*\*,\*\*\*\*

\*Department of Photo-Optical Engineering, Tokyo Institute of Polytechnics (Tokyo Kougei Daigaku), 1583 Iiyama, Atsugi 243-0297

\*\*CRC Solutions Corporation, 2-7-5 Minamisuna, Koto-ku, Tokyo 136-8581

\*\*\*Presently, Nikon Corporation, 1-6-3 Nishi-ohi, Shinagawa-ku, Tokyo 140-8601

Since aspherical surface is widely used in many optical systems. It is important to evaluate the effect of figure error on optical performance correctly. However, considering the theoretical derivation of geometrical MTF, it is not adequate to evaluate fine undulation by geometrical MTF which is sometimes utilized. Then firstly, we make this problem clear both theoretically and numerically. The useful equation for evaluating the effect of fine undulation to the wave-optical MTF was discussed to some extent but there may be some ambiguities and complications. Then secondly, we derive the evaluating equation originally and simply and confirm its availability numerically.

**Key words:** optical design, modulation transfer function (MTF), optical performance, figure error, fine undulation, aspherical surface

### 1. はじめに

最近は非球面レンズが多く光学系に使われているが、非球面形状誤差の評価は必ずしも適切ではないよう思われる。特に、製造法のいかんにかかわらず細かなうねり誤差が生じるが、その場合、幾何光学的 MTF (modulation transfer function) による評価は適切ではない。このことは幾何光学的 MTF の理論的導出<sup>1)</sup>を吟味してみればよくわかるのであり、あまり細かなピッチのうねりがある場合には、幾何光学的 MTF は適切ではない。

多くの書物には、収差が大きいときには幾何光学的 MTF は十分よい近似となっていると書かれている<sup>2)</sup>。確かにレンズ設計データを評価するにはよい近似であるが、うねりの製造誤差を評価するには不適切である。小瀬輝次著「フーリエ結像論」には<sup>3)</sup>、幾何光学的 MTF の成立条件として、波面収差の瞳座標による差分と微分とが一致することが明記されている。しかし、レンズ設計を主目的とした内外の教科書の多くには、この条件の記載が不十分で

ある。細かなうねりがある場合には微分と差分が一致しないので、幾何光学的 MTF による評価は適当ではない。

カメラレンズの設計においては伝統的に幾何光学的 MTF を用いることが一般に行われており、設計上で用いることは、技術の継続性という観点からむしろ有意義であるともいえる。しかし、上に述べた理由により、面精度うねりなどの製造誤差評価において幾何光学的 MTF を用いるのは誤りである。このような状況において、幾何光学的 MTF の成立条件を改めて明確にすることは意味があると考え、本論文では、うねり誤差があるときの評価法の問題を理論的に再指摘し、さらに数値シミュレーションで明確にする<sup>4,5)</sup>。

次に、うねり誤差によって発生する波面収差と設計上の波面収差の形状（分布）が瞳内で統計的に独立であり、うねり誤差があまり大きくなく、かつランダムとすることによって、簡単なうねり評価の近似式を導出する。さらに、その正当性を数値シミュレーションによって確認する。

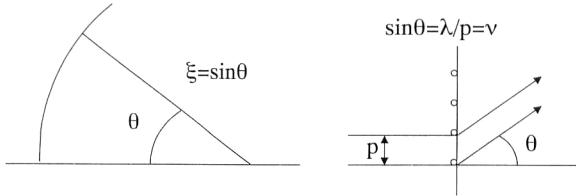


Fig. 1 Definitions of  $\xi$  and  $\nu$ .

筆者らはこの近似式を独自に導いたが<sup>4,5)</sup>、その後、従来の文献などに同様の理論検討やシミュレーションが行われていることを知った<sup>6-9)</sup>。しかしながら、これらの検討は複雑であったり、曖昧な点があつたりする。また、理論的に扱いやすいように、波面形状の分布がガウス分布であることを仮定した導出が基本となっている。さらに、細かなことではあるが、周波数ゼロのところでも MTF の低下を示すような定式となっている<sup>9)</sup>。実際的な近似式の導出ならば、うねり誤差が小さくかつランダムという仮定で導けば十分に思われる。

筆者らの方法はいわゆる Strehl 強度の導出に類似しており、その意味でも光学設計者にはなじみのある導出法であろう。また、本論文では幾何光学的 MTF、波動光学的 MTF、波動光学的近似式の三者のシミュレーション結果を比較し、さらにうねり周波数の違いによる比較を行っており、幾何光学的 MTF および波動光学的近似式の意味がより明確になると見える。

## 2. 幾何光学的 MTF

幾何光学的 MTF の理論的根拠は宮本<sup>1)</sup>によって示されている。以下に、改めてその導出を示し、面形状の細かなうねり誤差の評価には幾何光学的 MTF が適用できないことを示す。

簡単のため瞳を一次元で考える。瞳座標を  $\xi$ 、波面収差を  $W(\xi)$ 、像面での空間周波数を  $\nu$  とおく。ここで、瞳座標、空間周波数とも、Fig. 1 に示すように開口数（対応する光線の方向余弦および対応する回折角の正弦）で換算して表すこととする。そうすると、OTF (optical transfer function) は

$$\text{WOTF}(\nu) = \frac{1}{2NA} \cdot \int_{\substack{|\xi| \leq NA \\ |\xi + \nu| \leq NA}} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(W(\xi + \nu) - W(\xi))\right] d\xi \quad (1)$$

と表される。ここで、波動光学的という意味を明確にするために WOTF (wave OTF) とした。

横収差  $Dy$  は波面収差を瞳座標（開口数換算）で微分す

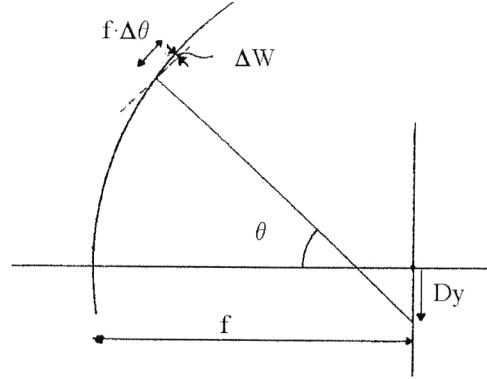


Fig. 2 Relation between  $Dy$  and  $\Delta W$ .

ればよく、Fig. 2 を参照して、

$$Dy(\xi) = \frac{\Delta W}{f \Delta \theta} \cdot f \cdot \frac{1}{\cos \theta} = \frac{\Delta W}{\Delta \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi} W(\xi) \quad (2)$$

となる。そこで、もしも波面収差の差分が微分で置き換えることができるならば、以下のように幾何光学的 OTF (geometrical OTF: GOTF) を導くことができる。

$$\begin{aligned} \text{WOTF}(\nu) &= \frac{1}{2NA} \cdot \int_{\substack{|\xi| \leq NA \\ |\xi + \nu| \leq NA}} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(W(\xi + \nu) - W(\xi))\right] d\xi \\ &\approx \frac{1}{2NA} \cdot \int_{-NA}^{NA} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\partial}{\partial \xi} W(\xi) \cdot \nu\right] d\xi \quad (3) \\ &= \frac{1}{2NA} \cdot \int_{-NA}^{NA} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda} Dy(\xi) \cdot \nu\right] d\xi \\ &\equiv \text{GOTF}(\nu) \end{aligned}$$

ここで、2つめの式から3つめの式に変形するときに、 $\nu \ll \nu_c = 2NA$  であることから積分範囲を  $-NA \sim NA$  と近似し、さらに差分量  $\nu$  が小さいとして、波面収差の微分と差分を等しいと仮定して被積分関数を置き換えている。

なお、実際の像面上の空間周波数  $\bar{\nu}$  を用いて書き表せば、以下のようになる。

$$\bar{\nu} = \frac{1}{p} = \frac{\nu}{\lambda} \quad (4)$$

$$\text{GOTF}(\bar{\nu}) = \frac{1}{2NA} \cdot \int_{-NA}^{NA} \exp[i2\pi \cdot Dy(\xi) \cdot \bar{\nu}] d\xi \quad (5)$$

Fig. 3 では、波面を点線で示している。この図から、周期的な波面収差がある場合に波面収差の差分を微分で置き換えることができる条件は、おおよそ次式で表されることがわかる。

$$\nu \ll \nu_u \quad (6)$$

ここで、 $\nu_u$  は波面うねりのピッチを光線角度の正弦で換

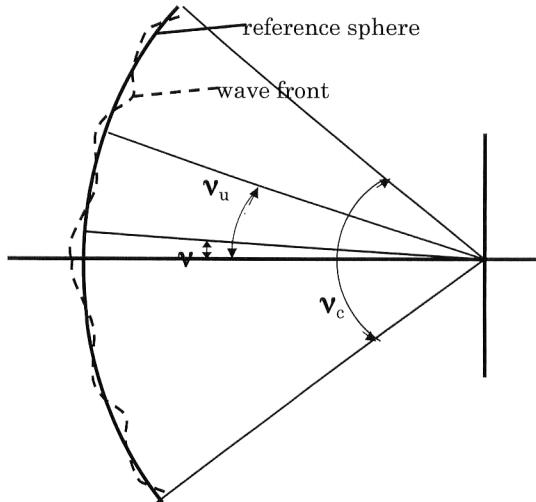


Fig. 3 Relation among  $\nu$ ,  $\nu_c$  and  $\nu_u$ .

算したもので、波面うねりの周波数である。GMTF は、式(6)がおおよそ成立したときに意味をもつ。

### 3. MTF の数値シミュレーション

公知のパテントデータ<sup>10)</sup> (US patent 2645155) を修正し、Fig. 4 に示すように絞りに近い面にうねり誤差を載せて、WMTF および GMTF を計算した。データを Table 1 に示す。レンズデータには非球面が使われているわけではないが、うねりの評価の議論としてはまったく問題がない。また、光線の本数は十分に大きくし（おおよそ 31400 本/瞳）、本数が少ないために生じる誤差はないようにした。 $F/2$ ,  $f=1 \text{ mm}$  であり、波長 546 nm の単色で光軸上のみで評価した。

Fig. 5 には、(a) 設計上の WMTF, (b) 設計上の GMTF, (c) うねりを載せたときの WMTF, (d) うねりを載せたときの GMTF を示す。半径方向に 9 周期の輪帶状の正弦波うねりを考え、その半振幅は 63.2 nm である。また、うねりの載っているガラスの屈折率は 1.64 である。

Fig. 5 から、GMTF は設計評価には有効であるが、微小なうねり誤差があるような場合には無意味であることがわかる。像面上の実の空間周波数で考えるために、うねりの数が瞳直径内に 18 本あることから  $\bar{\nu}_u = 1/18 \cdot \bar{\nu}_c$ ,  $\bar{\nu}_c = \nu_c/\lambda = 2NA/\lambda = 1/\lambda F$ ,  $\lambda = 546 \text{ nm}$ ,  $F = 2$  を式(6)に代入すると、

$$\bar{\nu} \ll \bar{\nu}_u = 50/\text{mm} \quad (7)$$

を得る。Fig. 5(c) と (d) を比べてみると、GMTF は  $\bar{\nu}=50/\text{mm}$  では正しくなく、より低い周波数でのみ有効なことがわかる。

輪帶状のうねりの数を 3 本としたときの計算結果を

Table 1 Lens data for numerical calculation.

	Radius	Thickness	Index
>OBJ:	infinity	infinity	
1:	0.68357	0.035400	1.727100
2:	0.42566	0.161800	1.619700
3:	2.02429	0.002900	
4:	0.42566	0.121200	1.703300
5:	1.64339	0.016000	
6:	2.02429	0.034400	1.548300
7:	0.25716	0.112900	
STO:	infinity	0.090000	
9:	-0.30927	0.020600	1.648200
10:	infinity	0.106000	1.619600
11:	-0.42566	0.003900	
12:	2.96384	0.076600	1.693500
13:	-0.63532	0.636218	

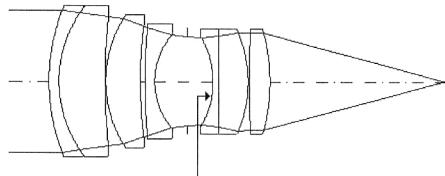


Fig. 4 Lens configuration for simulation. The fine undulation is put on the surface pointed by the arrow.

Fig. 6 に示す。うねりのないときは Fig. 5 の場合と同じなので、(a) にはうねりのあるときの WMTF を、(b) には同じく GMTF を示す。この場合、周波数 50/mm でも GMTF がおおよそ正しい結果を与える。うねりピッチに対応する像面上での像の空間周波数は  $\bar{\nu}_u = 150/\text{mm}$  であり、式(6)をおおよそ満足していることから予想されることである。

次に、レンズ全体を 10 倍スケールアップした場合 ( $F/2$ ,  $f=10 \text{ mm}$ ) の結果を Fig. 7 に示す。Fig. 5 の場合には設計値でのレンズの収差が無収差に近かったが、この場合には収差があることが設計 MTF に明らかにされている。ここでも、うねりは 9 周期で半振幅 63.2 nm としている。Fig. 5 と同様、GMTF は設計値の評価には有効であるが、うねりの評価には不適切なことがわかる。

以上のように、GMTF (幾何光学的 MTF) の適用限界が数値計算からも明らかになった。

### 4. うねりのある場合の近似的な評価法

うねりがある場合に、光学性能にどのような影響があるかの近似的な評価法について考察する。すでにこのような研究がいくつかなされているが<sup>6-9)</sup>、これらの検討は複雑であったり、曖昧な点があつたり、また導出の過程が必ずしもわかりやすく明記されていないようと思われる。筆者らは、波面収差が小さい、ランダムであるという条件で、

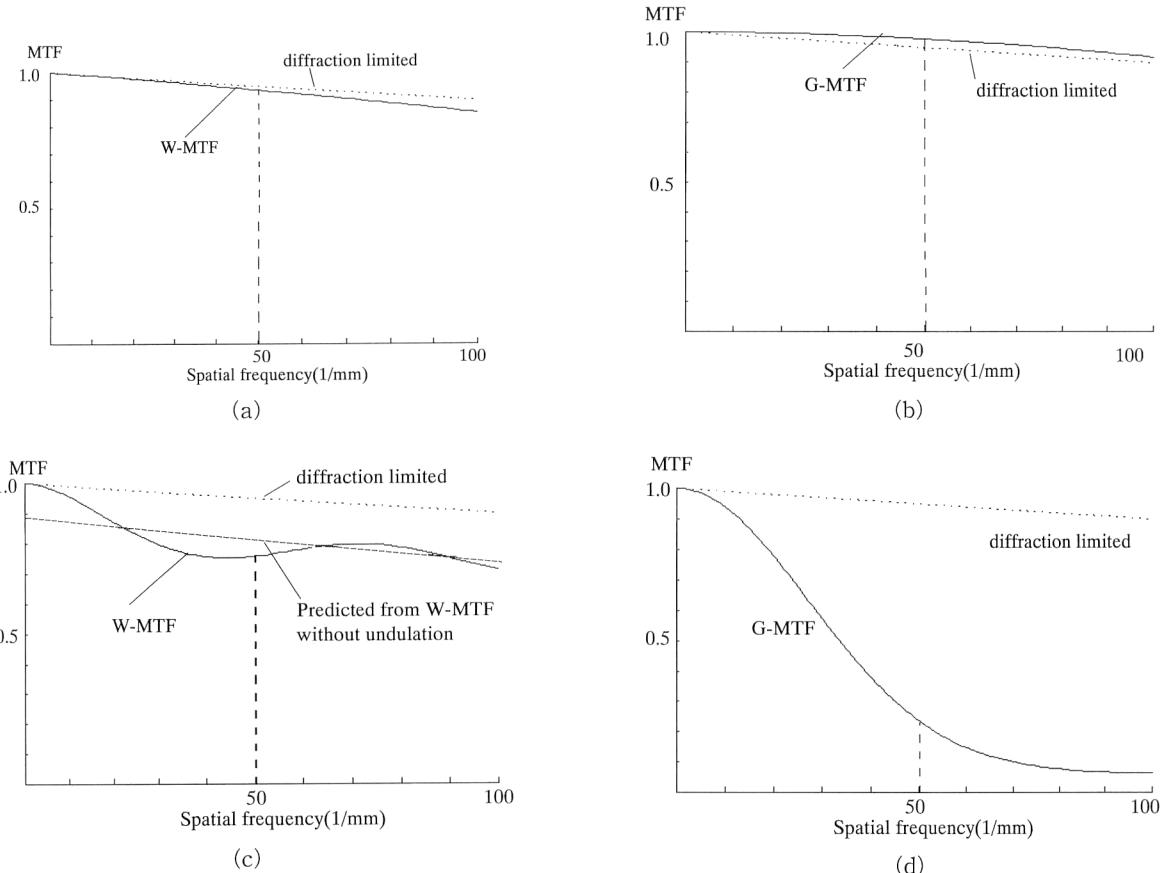


Fig. 5 Lens data is listed in Table. 1. Nine sine waves undulation exists between center and margin on a lens surface which is pointed by an arrow in Fig. 4 and its semi-amplitude is 63.2 nm. (a) W-MTF. (b) G-MTF. (c) W-MTF for the lens with undulation and W-MTF predicted by Eq.(12). (d) G-MTF for the lens with undulation.

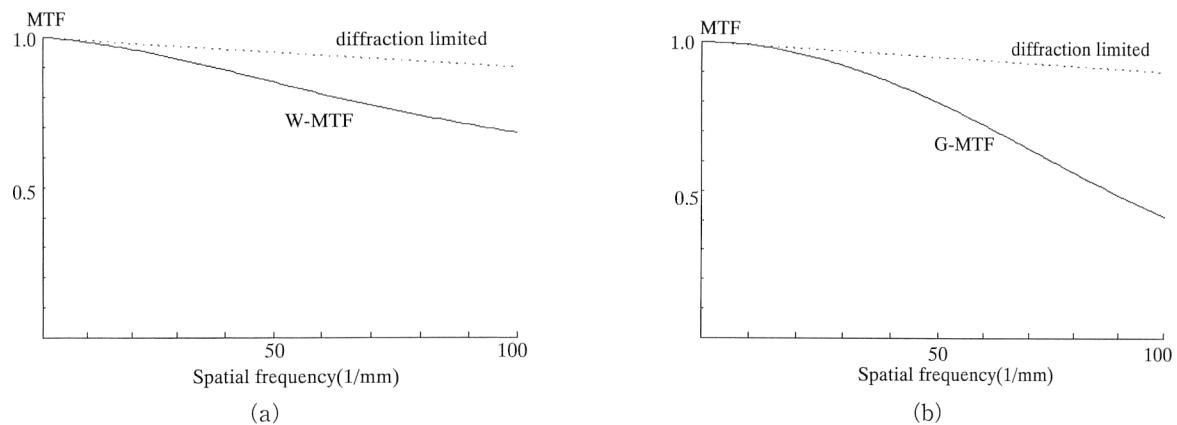


Fig. 6 Three sine waves of undulation exists between center and margin on a lens surface and its semi-amplitude is 63.2 nm. (a) W-MTF for the lens with undulation and W-MTF predicted by Eq.(12). (b) G-MTF for the lens with undulation.

独自に近似的評価法を考察した<sup>4,5)</sup>.

三次収差領域では、うねりの波面収差  $W_{(\text{undulation})}$  を設計値の波面収差  $W_{(\text{design})}$  に加えたものが全体の波面収差となる。高次収差まで考えると単純な和ではなくなるが、うねりの周波数が細かければ、統計的なばらつきを考え

て、足し算で考えてよいであろう。すなわち、

$$W = W_{(\text{design})} + W_{(\text{undulation})} \quad (8)$$

となる。さらに、設計値の波面収差とうねりの波面収差を瞳座標の関数として考えたときに、それらの間に統計的な相関がなければ、以下のような近似が行える。

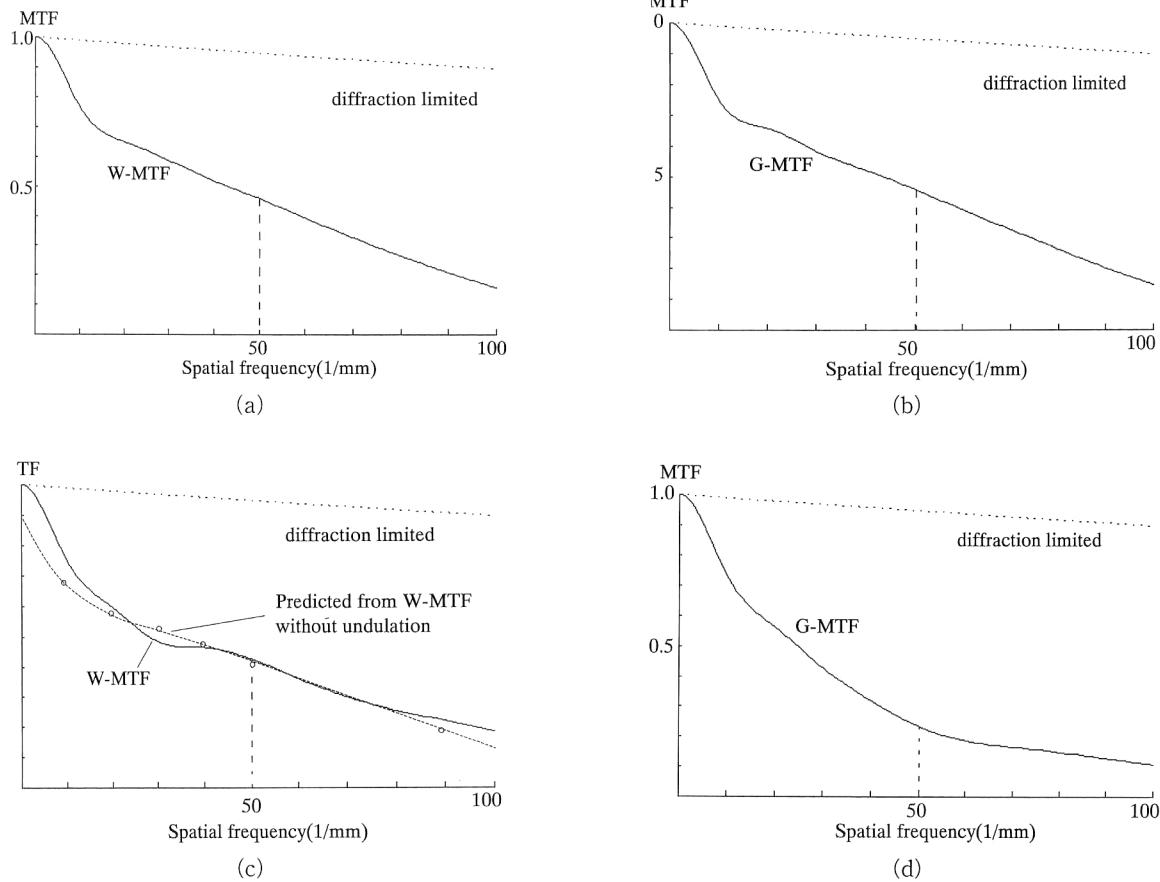


Fig. 7 The lens data is 10 times scaled up from the Table. 1. Nine sine waves of undulation exists between center and margin on a lens surface and its semi-amplitude is 63.2 nm. (a) W-MTF. (b) G-MTF. (c) Solid line is W-MTF for the lens with undulation and dotted line is W-MTF predicted by Eq. (12). (d) G-MTF for the lens with fine undulation.

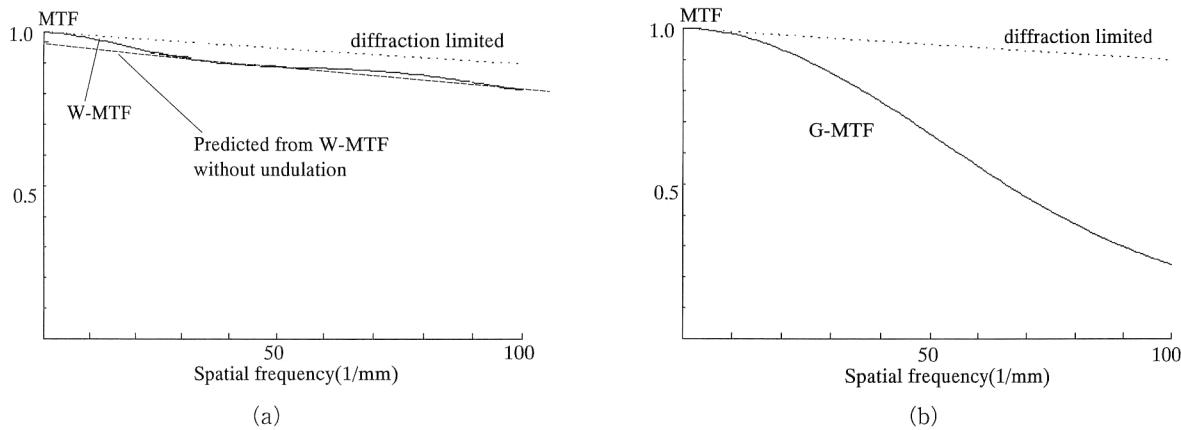


Fig. 8 Nine sine waves of undulation exists between center and margin on a lens surface and its semi-amplitude is 31.6 nm. (a) Solid line is W-MTF for the lens with fine undulation and dotted line is W-MTF predicted by Eq. (12). (b) G-MTF for the lens with undulation.

$$\begin{aligned}
 \text{WOTF}(\nu) &= \frac{1}{2NA} \cdot \int \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (W(\xi + \nu) - W(\xi))\right] d\xi \\
 &= \frac{1}{2NA} \cdot \int \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (W_{\text{design}}(\xi + \nu) - W_{\text{design}}(\xi))\right] \\
 &\quad \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (W_{\text{undulation}}(\xi + \nu) - W_{\text{undulation}}(\xi))\right] d\xi
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\approx \frac{1}{2NA} \cdot \int \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} (W_{\text{design}}(\xi + \nu) - W_{\text{design}}(\xi)) \right] \\ & d\xi \cdot \frac{1}{2NA} \cdot \int \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} (W_{\text{undulation}}(\xi + \nu) - W_{\text{undulation}}(\xi)) \right] d\xi \end{aligned} \quad (9)$$

このように、設計値部分とうねり部分の積として表せる。

さらに、実際のうねりはその向き、ピッチなどがランダムになっているので、以下のような統計的な近似ができるであろう。

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2NA} \cdot \int \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} (W_{\text{undulation}}(\xi + \nu) - W_{\text{undulation}}(\xi)) \right] d\xi \\ &\approx 1 - \frac{1}{2} \cdot (n-1)^2 \cdot \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{2NA} \cdot \int (\bar{W}_{\text{undulation}}(\xi + \nu) - \bar{W}_{\text{undulation}}(\xi))^2 d\xi \\ &= 1 - \frac{1}{2} \cdot (n-1)^2 \cdot \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{2NA} \cdot \int ((\bar{W}_{\text{undulation}}(\xi + \nu))^2 - 2\bar{W}_{\text{undulation}}(\xi + \nu)\bar{W}_{\text{undulation}}(\xi) + (\bar{W}_{\text{undulation}}(\xi))^2) d\xi \\ &\approx 1 - \frac{1}{2} \cdot (n-1)^2 \cdot \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{2NA} \cdot \left[ \int 2(\bar{W}_{\text{undulation}}(\xi))^2 d\xi \right] \cdot [1 - \delta(\nu)] \\ &= 1 - (n-1)^2 \cdot \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \langle \bar{W}_{\text{undulation}}^2(\xi) \rangle \cdot [1 - \delta(\nu)] \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $\bar{W}(\xi)$  はうねりの形状、 $n$  はうねりの生じているガラスの屈折率、 $\delta(\nu)$  はディラックの  $\delta$  関数、 $\langle \cdot \rangle$  は統計平均を意味する。うねりの形状  $\bar{W}$  は波面収差  $W$  と以下の式で関係づけられる。

$$\bar{W}(\xi) = \frac{W(\xi)}{n-1} \quad (11)$$

式 (10) は、 $\nu=0$  を除いて像の空間周波数には依存しない。輪帶状の正弦波うねりの場合にも、瞳内の場所によってうねりの方向が異なっているので、式 (10) を適用してもよいであろう。さらに、その半振幅を  $a$  とおけば、

$$1 - \frac{1}{2} (n-1)^2 \cdot \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \cdot a^2 \quad (12)$$

が、細かなうねりによって生じる MTF の低下を示す。

式 (12) に  $a=63.2 \text{ nm}$ ,  $n=1.64$ ,  $\lambda=546 \text{ nm}$  を代入すると、0.89 の低下率を得る。Fig. 5(a) と Fig. 7(a) の MTF に、この低下率を乗じたものを、Fig. 5(c) および Fig. 7(c) に点線で示してある。この点線は、正しい計算である実線とよくあっており、式 (12) が有効であることが確認された。大雑把にみて、

$$\nu \geq \frac{\nu_u}{2} \quad (13)$$

の領域ではよい近似を与える。すなわち、瞳の自己相関で考えたときに、もとの波面うねりが半周期以上ずれればよいということである（繰り返すが、シミュレーションでは輪帶状なので、方向性、周期性もある程度ランダムになっている）。

式 (12) の正当性をさらに確認するために、うねりの半振幅が  $a=31.2 \text{ nm}$  で、他の条件は Fig. 5 と同じ場合の計

算を行い、うねりのある場合の MTF の結果を Fig. 8 に示す。Fig. 8(a) には、WMTF が実線で、Fig. 5(a) と式 (12) から予測される値が点線で示されているが、よく一致している。

実際の面形状は複雑に誤差をもち、多くの周波数のうねり成分よりなっている。それゆえ、面形状測定結果から  $\bar{W}_{\text{undulation}}(\xi)$  を求め、それをフーリエ変換する。さらに式 (13) から考えて、波面形状うねりそのものの周波数が  $1/\lambda\nu_u = 1/2\lambda\nu$  より細かい範囲のうねりスペクトルについて二乗和をとり（像面周波数を想定している）、それを  $\langle \bar{W}_{\text{undulation}}^2(\xi) \rangle$  に相当するとして式 (10) に代入すればよいであろう。

ただし、ゆっくりした波面変化をツェルニケで表したときなどに、低周波数のフーリエ成分とどのように配分したらよいかは、一意に決められる問題ではない。また、非常に細かな周波数は散乱となり、かつ散乱光が像面にもほとんど到達しなくなるので、高周波数は MTF 低下としては考慮しなくてよいであろう。これらの点についてはまだ詰めるべき余地があると思う。

## 5. まとめ

非球面形状誤差の評価は必ずしも適切ではないように思われる。特に、レンズ表面の細かなうねり誤差を幾何光学的 MTF で評価することは適当ではないことが、一般には十分に理解されていないと思われる。本論文では、この問題を理論的に再提議するとともに、数値シミュレーションによって明確にした。

また、うねりの光学性能への影響を有効に評価する方法はすでに提案されているが、必ずしも十分とはいえない。本論文では、独自に近似的評価法を導き、その有効性をシミュレーションによって確認した。また、幾何光学的MTF、波動光学的MTF、波動光学的近似式の3者のシミュレーション結果を比較し、さらにうねり周波数の違いによる比較を行うことで、近似式の意味、幾何光学的MTFの意味が明確になったと考える。

## 文 献

- 1) K. Miyamoto: "On a comparison between wave optics and geometrical optics by using Fourier analysis. I. General theory," *J. Opt. Soc. Am.* **48** (1958) 57–63.
- 2) G. D. Boreman: *Modulation Transfer Function in Optical and Electro-Optical Systems* (SPIE Press, Bellingham, Washington, 2001) p. 26.
- 3) 小瀬輝次：フーリエ結像論（共立出版, 1979）p. 143.
- 4) M. Shibuya, K. Aoyagi, S. Nakadate and H. Ono: "Effect of fine undulation of lens surface on the optical performance," *Proc. SPIE*, **4832** (2002) 563–570.
- 5) 渋谷眞人、青柳公一、中橋末三、小野広起：“レンズ面の微小うねりの光学性能への影響の評価”，第27回光学シンポジウム予稿集（2002）pp. 47–50.
- 6) R. E. Hufnagel: "Random wavefront effects," *Photogr. Sci. Eng.*, **9** (1965) 244–247.
- 7) R. Barakat: "The influence of random wavefront errors on the imaging characteristics of an optical system," *Optica Acta*, **18** (1971) 683–694.
- 8) J. E. Harvey and C. L. Vernold: "Transfer function characterization of scattering surfaces," *Proc. SPIE*, **3141** (1997) 113–127.
- 9) R. N. Youngworth and B. D. Stone: "Simple estimates for the effects of mid-spatial-frequency surface errors on image quality," *Appl. Opt.*, **39** (2000) 2198–2209.
- 10) A. W. Tronnier: U.S. Patent No. 2645155 (1953).