

エンタングルメントの抽出

山 本 俊^{*,**}

Entanglement Distillation

Takashi YAMAMOTO

Entanglement is considered to be an important resource for quantum information processing, which gives us fast computations and secure communications by using the nature of quantum physics. In practice, however, entanglement is degraded by the decoherence and dissipation processes. Therefore entanglement distillation, which allows us to extract some higher entangled pairs from a larger number of less entangled pairs, is important in quantum information processing. Here we introduce our recent experimental demonstration of entanglement distillation.

Key words: quantum information, entanglement distillation, parametric down-conversion

1. エンタングルメント抽出の役割

量子コンピューターや量子暗号に代表される量子情報処理は、ノイズのない理想的な通信や装置を考える限り、そのよさを十分に発揮できることが知られている。しかし、現実には、このような処理の過程でエラーを引き起こす場合がある。そこで、量子誤り訂正¹⁻³⁾、エンタングルメント抽出⁴⁻⁶⁾や無擾乱部分空間⁷⁾といった、量子状態をノイズの影響から保護するための理論の構築が始まり、ある程度のノイズが存在する状況でも量子情報処理が十分に行えることが示された。特に本号の解説にも多く登場してきているエンタングルメントは、量子情報処理においてさまざまな機能を達成するリソースとしての役割を果たしているため、ノイズの影響を受け弱くなったエンタングルメントから強いエンタングルメントを抽出する操作は量子情報処理の要素技術として重要視されている。

最も簡単なエンタングルメントの例はキュービット (qubit) が2つある場合である。以下では、単一光子の偏光状態を qubit と考え、直交した偏光状態である水平偏光と垂直偏光をそれぞれ $|H\rangle$ と $|V\rangle$ で表す。当然、 $|D\rangle \equiv (|H\rangle + |V\rangle)/\sqrt{2}$ や $|\bar{D}\rangle \equiv (|H\rangle - |V\rangle)/\sqrt{2}$ のような直交した斜め偏光も考えることができる。このような qubit の光子 A と光子 B が2つある場合、最大にエンタングルした状態は

$$|\Psi^{(\pm)}\rangle_{AB} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_A|V\rangle_B \pm |V\rangle_A|H\rangle_B),$$

$$|\Phi^{(\pm)}\rangle_{AB} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_A|H\rangle_B \pm |V\rangle_A|V\rangle_B) \quad (1)$$

のようなベル状態 (Bell state) とよばれる4つの互いに直交した状態であり、ベルペア (Bell pair) ともよばれる。

このようなベルペアを共有したアリスとボブは、量子テレポーテーション⁸⁻¹¹⁾によって、「おのおのの局所的な操作と古典通信」(以下、LOCC; local operation and classical communication とよぶ)を行うだけで qubit を1つ送信することができる。このようなベルペアのリソースとしての性質は、量子情報処理のさまざまな場面で用いられる。しかし、アリスとボブがベル状態でないペア、つまりエンタングルメントが減ってしまったペアを量子テレポーテーションに使った場合には、エラーなく qubit を送信することはできない。したがって、アリスとボブが qubit を高い精度で送信するためには、共有しているペアのエンタングルメントを LOCC で増やす必要がある。これは、アリスとボブがいくつかのペアを共有している場合には、それらのペアのエンタングルメントを一部のペアに集め、ペアあたりのエンタングルメントを増やすことで可能になる。このときの一連の操作がエンタングルメント抽出とよばれている。このエンタングルメント抽出を用いれば、減

*大阪大学大学院基礎工学研究科物質創成専攻物性理工学領域 (〒560-8531 豊中市待兼山町1-3) E-mail: yamamoto@mp.es.osaka-u.ac.jp
**科学技術振興機構 CREST (〒332-0012 川口市本町4-1-8)

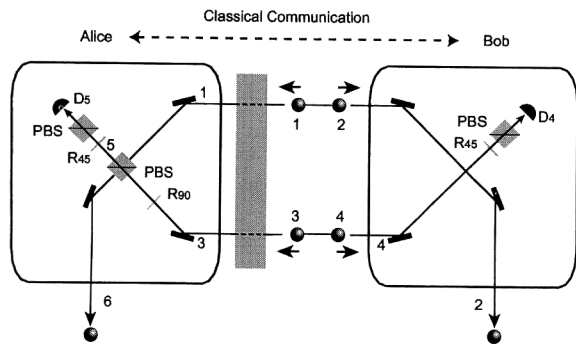


図1 抽出の実験配置. 検出器 D_5 と D_4 の結果をもとにアリスとボブが強くエンタングルした6と2のペアを抽出する. PBSは偏光ビームスプリッター, R_{90} と R_{45} は偏光をそれぞれ90度と45度に回転するように配置された波長板である.

ってしまったエンタングルメントを回復し, それをリソースとして使い, その後の量子情報処理を精度よく行うことができる. 以下では, 最近筆者らが提案したエンタングルメント抽出法とその実証実験について簡単に解説する.

2. 2-qubit のエンタングルメント抽出

2-qubit の純粋状態のエンタングルメントの大きさ (E) は, 状態 $|\alpha, \beta\rangle_{AB} \equiv \alpha |HH\rangle_{AB} + \beta |VV\rangle_{AB}$ の場合には $E = -|\alpha|^2 \log_2 |\alpha|^2 - |\beta|^2 \log_2 |\beta|^2$ である⁴⁾. 当然, ベル状態は $E=1$, まったくエンタングルしていない状態 $|HV\rangle_{AB}$ は $E=0$ である. エンタングルメントの抽出法はいくつか提案されているが, 筆者らが最近提案した状態 $|\alpha, \beta\rangle_{AB}$ のペアが2つある場合に1つのベルペアを抽出する方法^{12,13)} を以下で簡単に説明する. この方法では, 図1のようにアリスは光路1と3の光子を, ボブは光路2と4の光子を受け取る. ペア (1,2) とペア (3,4) の2つのペアの状態は $|\alpha, \beta\rangle_{12} |\alpha, \beta\rangle_{34}$ であり, この状態は

$$\alpha\beta (|HV\rangle_{13} |HV\rangle_{24} + |VH\rangle_{13} |VH\rangle_{24}), \quad (2)$$

$$\alpha^2 |HH\rangle_{13} |HH\rangle_{24}, \quad (3)$$

$$\beta^2 |VV\rangle_{13} |VV\rangle_{24} \quad (4)$$

の重ね合わせ状態である. この抽出法の基本的な考え方は, この重ね合わせ状態のうちのエンタングルした状態 (2) を残し, その他の状態 (3) と (4) を捨てることである. これらの状態を見比べるとわかるように, これは, アリスの光子1と3の偏光が直交する状態を残すことである. 当然, 光子1と3の偏光を明らかにすれば状態 (2) はもはやエンタングルした状態ではなくなるため, アリスの測定は図2のような工夫をし, 検出器 D_5 で1つの光子を検出した場合を残す. 残った3光子の状態から2光子のベル状態に変換するために, ボブの光子の1つも斜め偏光の基底 $\{|D\rangle_4, |\bar{D}\rangle_4\}$ で測定し, 検出器 D_5 で光子を1つ検出した場合を残す. アリスとボブは, それぞれの検出

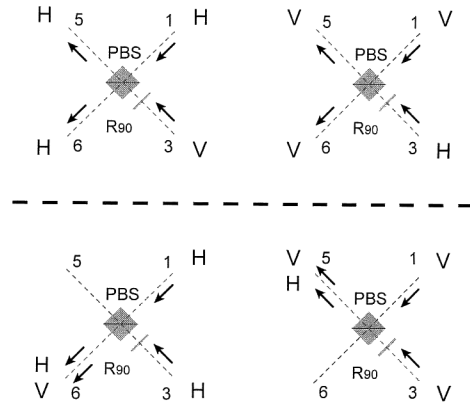


図2 偏光状態のパリティチェック. 入力された2つの光子の偏光が平行か直交かを調べる. 出力5の光子数が1つの場合が上段の状態であり, 出力5の光子数がゼロもしくは2つの場合には下段の状態である. 上段の2つの状態の重ね合わせを保つために, この光子数の測定は斜め偏光の基底 $\{|D\rangle_5, |\bar{D}\rangle_5\}$ で測定する.

器での光子検出の有無を古典通信によって伝える^{*1}. この情報をもとに, アリスとボブが同時に光子6と2を残した場合, それらの光子対はベルペアになっている.

この方法では, 抽出の成功確率は α, β の組 $\{\alpha, \beta\}$ によるが, 抽出方法は $\{\alpha, \beta\}$ によらない. したがって, ベルペアを送信する場合に2つのベルペアに時間差をつけ, ノイズの相関時間内にそれらを送信する場合のように, 隣り合ったペアは同じ $\{\alpha, \beta\}$ をもつ状態であるが, その他のペアは違う $\{\alpha, \beta\}$ をもつような場合でも, ベルペアを抽出することができる.

このような抽出法の例として, $\{\alpha=1/\sqrt{2}, \beta=e^{i\phi}/\sqrt{2}\}$ にある2つのペアからベルペアの抽出を試みたのが, 次章で紹介する実験¹⁴⁻¹⁶⁾ である. 相対位相 ϕ がゆらいでいる場合に, 個々のペアしか受け取らない場合 (図1のペア (1,2) やペア (3,4)) は, 例えば

$$\rho_{34} = \frac{1}{2} (|HH\rangle_{34} \langle HH| + |VV\rangle_{34} \langle VV|) \quad (5)$$

のようにエンタングルしていないペアしか得ることができない. しかし, ϕ のゆらぎの相関時間内に2つのペアを受け取り, それらに対して上記の測定を行えば, ベルペア (6, 2) を抽出することができる.

3. 抽出実験

この抽出法を実験で行うには2つの光子ペアが必要である. 筆者らは, この光源として非線形光学効果であるパラメトリック下方変換を用いた¹⁷⁻¹⁹⁾. ポンプ光にはモード同期チタンサファイアレーザー (中心波長 790 nm, パル

*1 光子検出器を4つ用いればより効率的である.

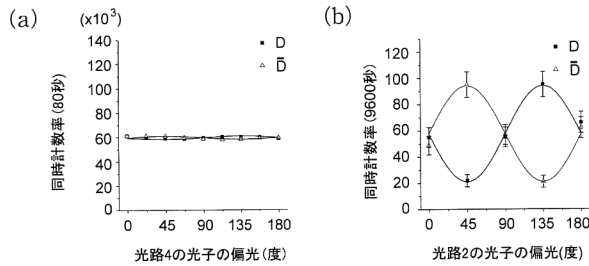


図3 エンタングルメントの抽出の確認。(a) 位相雑音が変わった場合の偏光相関の測定、(b) 抽出後のペアの偏光相関の測定。

ス幅 80 fs, 繰り返し 82 MHz) の第二高調波 (中心波長 395 nm) を用い, 非線形結晶として β -barium borate (BBO) 結晶を用いて 2 光子を発生するようにした。この過程を 2 回行うと, 2 つのベルペアが得られる¹⁴⁾。

この光源から発生した 2 つのベルペアの半分の光子 1 と 3 をアリスに送る。この光子は, 届く前に同一の位相雑音の加わる通信路 (図 1 の中央付近のグレー部分) を通り, 状態 $|H\rangle$ と $|V\rangle$ の間に同一の位相シフトを受けた状態になる。この位相シフトは液晶波長板によって加えられ, 電圧を変化させることで位相雑音をシミュレートする。

この通信路を通ることによって単独のペアがエンタングルメントを失い, 状態 (5) に近づいていることを確認するために, ペア (3, 4) に対して偏光相関の測定を行った。位相雑音を受けていない場合は干渉のビジビリティ (visibility) が 0.89 であったが, 図 3(a) のように位相雑音を受けた場合はビジビリティが 0.03 以下になっている。さらに多くの偏光相関を測定し, このペア (3, 4) の密度行列を求めると, この密度行列は式 (5) に近く, 単独のペアのエンタングルメントはほとんどなかった (ペア (1, 2) も同様である)。

アリスとボブの抽出操作後のペア (6, 2) の偏光相関の測定結果が図 3(b) である。2 つのペアの検出率は 1 つのペアの検出率 (10^{-5} /pulse) のおよそ 2 乗ときわめて低い。そのため, 多くのデータを集められなかったが, 図 3(a) の位相雑音を受けた場合の結果と比べるとはっきりと干渉効果をみることができる。干渉のビジビリティは 0.63 ± 0.05 で古典限界の 0.5 を十分に超えているため, ペア (6, 2) はエンタングルしているといえる。偏光相関の結果から, 抽出後の光子の状態とベル状態 $|\Phi^{(-)}\rangle_{62}$ との忠実度 $f \equiv \langle \Phi^{(-)} | \rho_{62} | \Phi^{(-)} \rangle$ は $0.78 \pm 0.05 \leq f \leq 0.89 \pm 0.02$ と見積もられ, 単独のペアの場合に比べて測定されたペア (6, 2) は

明らかに高いエンタングルメントをもっていることが示された。

本稿では, エンタングルメント抽出に関して, 最近の筆者らの実証実験¹⁴⁾を中心に簡単に紹介した。エンタングルメント抽出は, 抽出を行う前の状態によっていくつかの方法がある。紹介できなかった抽出法の実証実験として, フィルタリング法による抽出実験²⁰⁾や一般の雑音に対するエンタングルメント抽出実験²¹⁾がある。これらは光子を用いた実験であるが, 光の連続波のエンタングルメント抽出に関する理論の進展^{*2}もあり, 今後の実験的な進展が期待されている。エンタングルメント抽出は長距離量子暗号通信や量子コンピューターのための重要な要素技術^{22,23)}として注目されているため, 今後も量子情報処理応用へ向けたより高度な研究が期待される。

文 献

- 1) M. A. Nielsen and I. L. Chuang: *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).
- 2) 松本隆太郎: 電気情報通信学会誌, **85** (2002) 591-595.
- 3) 松本隆太郎: Computer Today, **113** (2003) 16-20.
- 4) C. H. Bennett, *et al.*: Phys. Rev. A, **53** (1996) 2046-2052.
- 5) C. H. Bennett, *et al.*: Phys. Rev. A, **54** (1996) 3824-3851.
- 6) B. M. Terhal, *et al.*: Physics Today, **56**, No. 4 (2003) 45-52. (小芦雅斗訳: パリティ, **18**, No. 12 (2003) 15-24.)
- 7) D. A. Lidar and K. B. Whaley: *Irreversible Quantum Dynamics*, eds. F. Benatti and R. Floreanini, Springer Lecture Notes in Physics, Vol. 622 (Springer Verlag, Berlin, 2003) pp. 83-120.
- 8) C. H. Bennett, *et al.*: Phys. Rev. Lett., **70** (1993) 1895-1898.
- 9) D. Bouwmeester, *et al.*: Nature (London), **390** (1997) 575-579.
- 10) A. Furusawa, *et al.*: Science, **282** (1998) 706-709.
- 11) A. Miranowicz, 玉木 潔: 数理科学, **40**, No. 11 (2002) 28-34.
- 12) T. Yamamoto, *et al.*: Phys. Rev. A, **64** (2001) 012304.
- 13) Z. Zhao, *et al.*: Phys. Rev. A, **64** (2001) 014301.
- 14) T. Yamamoto, *et al.*: Nature, **421** (2003) 343-346.
- 15) 山本 俊ほか: 日本物理学会誌, **58** (2003) 761-765.
- 16) Ş. K. Özdemir, *et al.*: Turk. J. Phys., **27** (2003) 459-479.
- 17) P. G. Kwiat, *et al.*: Phys. Rev. A, **60** (1999) R773-R776.
- 18) Y. H. Kim, *et al.*: Phys. Rev. A, **62** (2000) 011802(R).
- 19) Y. Nambu, *et al.*: Phys. Rev. A, **66** (2002) 033816.
- 20) P. G. Kwiat, *et al.*: Nature (London), **409** (2001) 1014-1017.
- 21) J.-W. Pan, *et al.*: Nature, **423** (2003) 417-422.
- 22) H. Aschauer and H. J. Briegel: Phys. Rev. Lett., **88** (2002) 047902.
- 23) W. Dür and H. J. Briegel: Phys. Rev. Lett., **90** (2003) 067901.

(2003 年 12 月 12 日受理)

*2 J. Eisert, *et al.*: quant-ph/0307106.