

# 光の軌道角運動量制御

佐々田 博之

## Control of Orbital Angular Momentum of Light

Hiroyuki SASADA

Transverse modes of light beams have attracted considerable attentions as an unexplored freedom of light. In particular, light beams in a Laguerre-Gaussian mode with an azimuthal mode index of  $l$  were found to have an orbital angular momentum of  $l\hbar$  per photon. Here angular momenta of light beams, a spin angular momentum of polarized light beams and the orbital angular momentum of the Laguerre-Gaussian beams, are derived from classical electromagnetism and paraxial approximation. Recent works on generation and control of the light beam with the orbital angular momentum and its application to quantum information are reviewed.

**Key words:** orbital angular momentum, transverse mode, Laguerre-Gaussian mode, quantum information, optical vortex

円偏光した光が角運動量をもつことは、19世紀末の古典電磁気学成立以来知られていた。円偏光した光が波長板を透過して逆回りの円偏光になると、光の角運動量は変化する。この反作用として、波長板はトルクを受ける。1936年、Bethはこのトルクを測定して、光の角運動量の大きさを導出している<sup>1)</sup>。最近まで、光の角運動量といえばこの偏光状態との対応だけが考慮されていた。

1992年、Allenらは、横モードがラゲール・ガウス(Laguerre-Gauss; LG)モードの光ビームは偏光に依存しない角運動量をもつと指摘した<sup>2)</sup>。彼らは、これを軌道角運動量とよび、偏光に由来するスピン角運動量と区別した。この指摘以来、軌道角運動量をもつ光(light with orbital angular momentum; LOAM)の性質、伝搬特性、生成方法の研究が急速に進んでいる。また、LOAMの応用は、巨視的物質や原子の操作から量子計算や量子通信にまで及んでいる。さらに、LOAMを含む横モードの研究はsingular optics(位相特異点光学)として注目されている<sup>3)</sup>。

ここではまず、光の軌道角運動量とスピン角運動量を古典電磁気学と近軸光学から導出する。次に、LOAMの発

生方法について述べる。続いて、光の軌道角運動量を光子の量子状態としてとらえ、量子情報処理の分野へ応用した研究を紹介する。最後に、光の横モードの研究をまとめた文献リストと将来の展望を示す。

### 1. 光の角運動量

#### 1.1 平面電磁波の角運動量

電磁場の単位体積あたりの運動量密度は

$$\mathbf{p} = \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

で与えられる。ここで $\mathbf{E}$ は電場、 $\mathbf{B}$ は磁束密度、 $\epsilon_0$ は真空の誘電率である。一方、平面電磁波の電磁場は進行方向と直交している。したがって、式(1)から運動量は進行方向成分しかもたないことがわかる。

ある点Oを原点とした位置ベクトルを $\mathbf{r}$ とすると、点Oまわりの角運動量密度は

$$\mathbf{m} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad (2)$$

で与えられる。平面電磁波の運動量密度 $\mathbf{p}$ が進行方向を

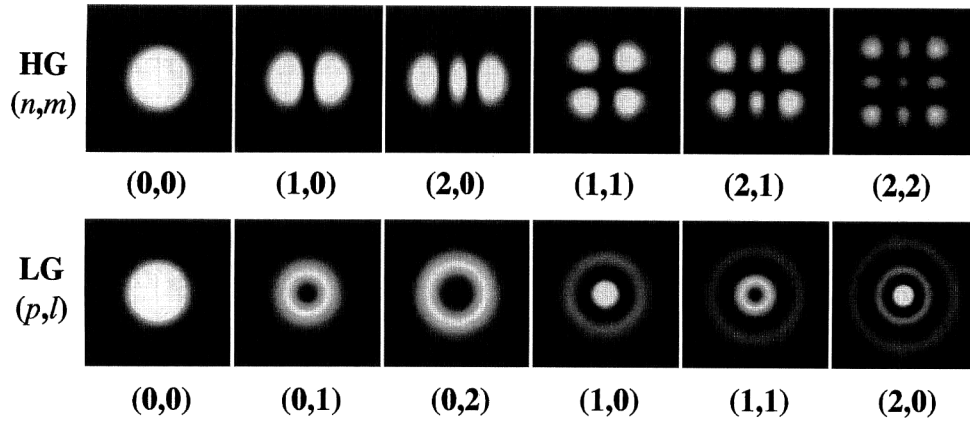


図1 HG<sub>*m,n*</sub> ビームと LG<sub>*p,l*</sub> ビームの横断面強度分布.

向いているので、 $m$  は進行方向成分をもたない。これは偏光状態にかかわらず成り立つ。それでは、光が進行方向に角運動量をもつのはなぜだろうか。それは光が進行横方向に強度変化する光ビームだからである。

## 1.2 近軸波動方程式と固有モード

光ビームの電磁場はしばしば近軸波動方程式で扱われる。 $z$  方向に進む光ビームの電磁場を  $u(\mathbf{r}) \exp[i(\omega t - kz)]$  と表すと、 $u(\mathbf{r})$  は包絡関数である。ここで  $\omega$  は角周波数、 $t$  は時刻、 $k$  は波数である。これを電磁場の波動方程式に代入して、近軸近似が成り立つと仮定する。つまり、光ビームの太さを  $w$  として  $1/kw \ll 1$  が成り立つとする。このとき、包絡関数は近軸波動方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

を満たす。この式を満たす光ビームを、近軸ビームとよぶ。

近軸波動方程式を直交座標系で解くと固有関数はエルミート・ガウス (Hermite-Gauss; HG) 関数で、その表式は

$$u_{n,m}^{\text{HG}}(x, y, z) = C_{n,m}^{\text{HG}} \frac{1}{w(z)} H_n\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right) \times \exp\left[-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[-\frac{ik(x^2+y^2)}{2R(z)}\right] \exp[i(n+m+1)\psi(z)] \quad (4)$$

である。 $x, y$  方向のモード指数  $n, m$  は負でない整数、 $H_n$  は  $n$  次のエルミート多項式で、規格化定数  $C_{n,m}^{\text{HG}}$ 、ビームの太さ  $w(z)$ 、波面の曲率半径  $R(z)$ 、グイ位相に現れる位相  $\psi(z)$  はそれぞれ  $C_{n,m}^{\text{HG}} = \sqrt{2/(\pi n! m!)} \cdot 2^{-(n+m)/2}$ 、 $w(z) = \sqrt{2(z_R^2 + z^2)}/(kz_R)$ 、 $R(z) = (z_R^2 + z^2)/z$ 、 $\psi(z) = \arctan(z/z_R)$  で与えられる。レイリー長  $z_R$  は縦方向のビーム変化を特徴づける長さである。ここでは、 $w(z)$  が最小になる点を  $z=0$  としている。

近軸波動方程式を円筒座標で解くと、ラゲール・ガウスモードが得られる。その表式は

$$u_{p,l}^{\text{LG}}(r, \phi, z) = C_{p,l}^{\text{LG}} \frac{1}{w(z)} \left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right)^{|l|} L_p^{|l|}\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \exp(-il\phi) \times \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[-\frac{ikr^2}{2R(z)}\right] \exp[i(2p+|l|+1)\psi(z)] \quad (5)$$

で、規格化定数は  $C_{p,l}^{\text{LG}} = \sqrt{2p!/\{\pi(p+|l|)!\}}$ 、 $L_p^{|l|}$  はラゲール陪多項式である。偏角モード指数  $l$  は整数、動径モード指数  $p$  は  $0, 1, 2, \dots, |l|-1, |l|$  の値をとる。

エルミート・ガウスモードで電磁場が記述される光ビーム (HG ビーム) とラゲール・ガウスモードで表される光ビーム (LG ビーム) は、図1のような横断面の強度分布をもつ。LG<sub>*p,l*</sub> ビームは同じ強度分布を示す。一般に、光ビームの強度分布は光が進むにつれて変化する。しかし、これら2つの固有モードは、ビームの太さは伸縮するが強度分布の形状は変化しない。 $n, m$  次の HG ビームは  $x$  軸に  $n$  本、 $y$  軸に  $m$  本の節をもつ。一方、 $p, l$  次の LG ビームは動径方向に  $p$  本の節、 $l \neq 0$  では光軸上に零点をもつ。節と零点では電磁場の位相が不定になり、位相の特異点となる<sup>4)</sup>。前者は結晶欠陥の刃状転位、後者は螺旋転位や超流動ヘリウム中の量子渦と同じ特異性を示す。後者は、光渦 (optical vortex) とよばれることが多くなった。これら位相特異点の研究が最近盛んになり、singular optics として認知されている<sup>3)</sup>。

これらの固有モードはそれぞれ、規格直交系を張る。 $N = n + m$  と  $N' = 2p + |l|$  はモードオーダーとよばれ、これが等しい  $N + 1$  個のモード関数どうしはユニタリー変換で互いに移りあう。 $N = 0$  のモードは同一で、この光を

ガウスビームとよぶ。また、 $N=1$  のモードが互いに移りあう様子を図2に示す。

### 1.3 近軸ビームの運動量

近軸ビームは、 $z$  軸にほぼ平行に進行する平面電磁波の重ね合わせと考えられる。したがって、その電磁場は小さな  $z$  方向成分をもつ。近軸ビームの光電場が  $x$  成分と  $z$  成分をもつ場合、

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = E_0 \begin{bmatrix} u \\ 0 \\ -\frac{i}{k} \frac{\partial u}{\partial x} \end{bmatrix} e^{i(\omega t - kz)} \quad (6)$$

とすれば、 $\frac{1}{kw}$  の一次までの近似で  $\text{div} \mathbf{E} = 0$  を満たす。このときの光磁束密度は  $\text{rot} \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$  から導かれ、同じ近似範囲で

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = B_0 \begin{bmatrix} 0 \\ u \\ -\frac{i}{k} \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} e^{i(\omega t - kz)} \quad (7)$$

となる。ここで  $B_0 = E_0/c$  で、 $c$  は光速である。この場合、電場も磁束密度も横成分に対し  $1/kw$  程度の大きさの縦成分をもつ。式(6)、(7)を運動量密度の表式(1)に代入し、実数の位相  $\theta$  を導入して  $u = |u| \exp(-i\theta)$  と書き直すと

$$\mathbf{p}^{\text{grad}} = \frac{\epsilon_0 |E_0|^2}{2} |u|^2 \left( \frac{1}{k} \nabla_t \theta + \hat{\mathbf{z}} \right) \quad (8)$$

となる。これは運動量が等位相面の法線方向を向いていることを表している。ここで、 $\nabla_t = \hat{\mathbf{x}} \cdot (\partial / \partial x) + \hat{\mathbf{y}} \cdot (\partial / \partial y)$ 、また  $\hat{\mathbf{x}}$ 、 $\hat{\mathbf{y}}$ 、 $\hat{\mathbf{z}}$  は各方向の単位ベクトルとした。

光ビームが一般の偏光状態をもつ場合、その運動量を考えよう。近軸光ビームの光電場を式(6)と同様

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \left[ E_{x0} \begin{bmatrix} u \\ 0 \\ -\frac{i}{k} \frac{\partial u}{\partial x} \end{bmatrix} + E_{y0} \begin{bmatrix} 0 \\ u \\ -\frac{i}{k} \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} \right] e^{i(\omega t - kz)} \quad (9)$$

とする。式(7)を導いたときと同様に磁束密度を導き、これと式(9)を式(1)に代入して運動量密度を得る。この中で電場の  $x$  成分と  $y$  成分の積に比例する項をまとめると、

$$\mathbf{p}^{\text{pol}} = \frac{\epsilon_0 |E_0|^2}{c} \frac{\sigma_z}{2k} \frac{\partial |u|^2}{\partial r} \hat{\phi} \quad (10)$$

となる。ここでは、円筒座標系の動径方向成分  $r$ 、偏角方向の単位ベクトル  $\hat{\phi}$  を使った。また、 $|E_{x0}| = |E_{y0}| = |E_0|/\sqrt{2}$  としても一般性は失われない。 $\sigma_z = i(E_{x0}^* E_{y0} - E_{x0} E_{y0}^*) / |E_0|^2$  は左(右)回り円偏光のとき  $1(-1)$ 、直線偏光のとき  $\pm 1$

図2 HG<sub>1,0</sub> ビーム、HG<sub>0,1</sub> ビーム、LG<sub>p=0</sub><sup>l=±1</sup> ビームの変換関係。

ロとなる。一般の近軸光ビームの運動量密度は、式(8)と式(10)の和で表される。

### 1.4 近軸ビームの角運動量

前節で求めた運動量密度を式(2)に代入すると角運動量密度が計算できる。光のスピン角運動量は式(10)の運動量密度から導かれ、その  $z$  成分は

$$m_z^{\text{spin}} = \frac{\epsilon_0 |E_0|^2}{c} \frac{\sigma_z}{2k} r \frac{\partial |u|^2}{\partial r} \quad (11)$$

と偏光状態に依存する。スピン角運動量は強度変化の大きい場所に偏在することがわかる。式(11)からビーム横断面を単位時間に通過する全角運動量を導くと、

$$\begin{aligned} M_z^{\text{spin}} &= c \iint m_z^{\text{spin}} dx dy \\ &= \sigma_z \frac{W}{\omega} \end{aligned} \quad (12)$$

となる。ここで、ビーム横断面を単位時間に通過する全エネルギー

$$W = c \epsilon_0 |E_0|^2 \iint |u|^2 r dr d\phi$$

を使った。つまり、スピン角運動量は全エネルギーに比例し、その比例係数は  $\sigma_z/\omega$  となることが古典電磁気学から導かれた。式(12)の  $W$  に1光子分のエネルギー  $\hbar\omega$  を代入すれば、左回り円偏光  $\sigma_z=1$  のとき、1光子分の角運動量として  $\hbar$  が得られる。

光の軌道角運動量は、式(8)で表される等位相面の法線方向を向いた運動量密度から生じる。ラゲル・ガウスモードの表式(5)に現れる因子  $\exp(-i l \phi)$  に注目しよう。この因子のために、 $l \neq 0$  の LG ビームは図3のように螺旋状の等位相面をもつ。局所的運動量はこの面の法線を向き、光軸以外のいたるところで一定符号の  $\hat{\phi}$  成分をもつ。したがって、式(2)から得られる角運動量密度も一定符号の  $\hat{\phi}$  成分をもつ。これをビーム横断面で積分すると、単位時間に通過する軌道角運動量として

$$M_z^{\text{orbit}} = l \frac{W}{\omega} \quad (13)$$

が得られる。1光子あたりの角運動量としては  $l\hbar$  が得られる。一方、HG ビームでも局所的には軌道角運動量密度

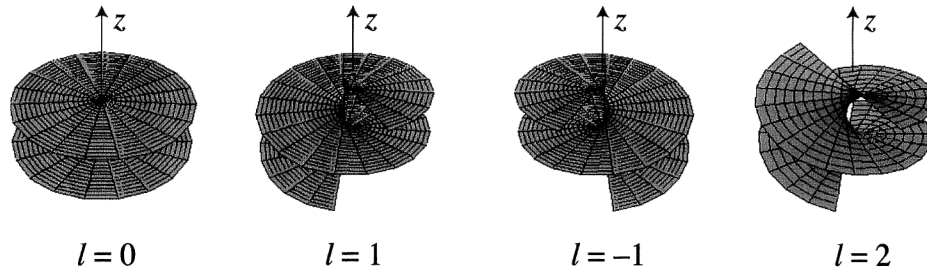


図3  $l=0, 1, -1, 2$  の LG ビームの等位相面.  $l=0$  の面間隔は 1 波長,  $l=\pm 1$  では螺旋のピッチが 1 波長になる.  $l=2$  では等位相面が 2 枚あり, 螺旋のピッチが  $l=\pm 1$  の 2 倍になっている. これらの波面をもつ LG ビームが  $z$  軸の正方向へ進むとき, 1 光子あたり  $l\hbar$  の角運動量をもつ.

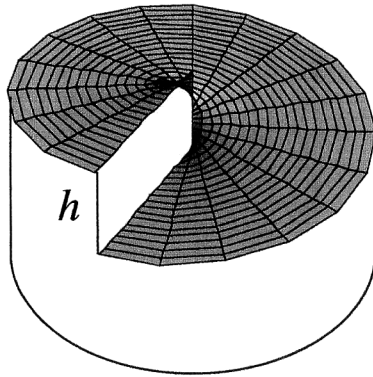


図4 ガウスビームを  $LG_{p=0}^l$  ビームに変換する位相板. 周囲の屈折率が位相板の材質の屈折率より高い場合は  $LG_{p=0}^{-l}$  ビームに変換する.

が  $m_z^{\text{orbit}} \neq 0$  となるが, ビーム横断面で積分すると打ち消しあい  $M_z^{\text{orbit}} = 0$  となる.

上の議論から, 近軸光ビームは 1 光子あたり  $(\sigma_z + l)\hbar$  の角運動量をもつ. 微小物体がさまざまなスピン角運動量と軌道角運動量をもつ光を吸収すると物体が回転する. その回転方向と回転速度から, 2 種類の角運動量の和が物体に移動したことが確認された<sup>5)</sup>. また, 近軸近似によらない光の角運動量密度の導出も行われている<sup>6)</sup>. 軌道角運動量とスピン角運動量の分離<sup>7)</sup>, 量子力学的演算子としての性質<sup>8)</sup> についても議論されている.

## 2. 軌道角運動量をもつ光の発生方法

多くのレーザーはガウスビームを発生している. また, レーザー共振器中に細いワイヤーを張ると, 比較的容易に低次の HG モードでレーザー発振する. しかし, LG ビームを直接レーザーから得ることは難しい. ここでは, ガウスビームや HG ビームを LG ビームに変換する方法を 3 つ紹介する. また, これを角運動量の移動とみて, その物理的原因を考える. 最近, 液晶による光ビームの空間位相変調器が実用になっており, これと 2 章 1 節および

2 章 2 節の原理を利用した LG ビーム発生も報告されている<sup>9,10)</sup>.

### 2.1 位相板

軌道角運動量をもつ光は螺旋状の波面をもつ. 図 4 に示す位相板にガウスビームを入射させると, 屈折により出射光の波面が螺旋構造をもつのは理解しやすい<sup>11)</sup>. 位相板の屈折率を  $n$ , 段差を  $h$ , 波長を  $\lambda$  とすると,  $l = (n-1)h/\lambda$  を満たす  $LG_{p=0}^l$  モードを主成分とする光ビームが発生する.  $n > 1$  では, LG ビームの等位相面と位相板の螺旋は逆向きになる. 光の運動量がねじられるので, 位相板には反作用としてトルクが働く. 角運動量の変換原理はわかりやすいが, 加工が難しく波長帯域も狭いので, あまり使われていない.

### 2.2 計算機ホログラム

ホログラフィーは, 物体光と参照光の干渉縞をホログラムに記録する. その後参照光だけをホログラムに照射させると, 一次回折光として物体光が再生される. 物体光として  $LG_p^l$  ビーム, 参照光にガウスビームを使うと, ガウスビームを  $LG_p^l$  ビームに変換するホログラムが得られる. ホログラムをつくる時, 実際に干渉縞をつくる必要はなく, 干渉縞の分布を計算すればよい<sup>12)</sup>.

図 5 に, ガウスビームを  $LG_{p=0}^{l=1}$  ビームと  $LG_{p=0}^{l=2}$  ビームに変換するホログラムを示す. これは, ガウスビームと  $LG_p^l$  ビームをわずかに傾けて重ねたときに観測される干渉縞である. このため, ホログラムからの一次回折光 ( $LG_p^l$  ビーム) は入射したガウスビームとは異なる方向へ進み分離することができる.  $LG_p^l$  ビームを発生させるホログラムは  $l$  本に枝分かれしたフォーク状の特徴的なパターンを示す. 図 6 に再生の様子を示す. 0 次回折光の両側に  $LG_{p=0}^{l=1}$  ビームと  $LG_{p=0}^{l=-1}$  ビームが現れる. さらにその外側に, 高次の回折光として  $LG_{p=0}^{l=2}$  ビーム,  $LG_{p=0}^{l=3}$  ビームが次々に現れる. これらの軌道角運動量の符号がどのように決まるか, 読者自身でぜひ考えてみてほしい. 光ビーム

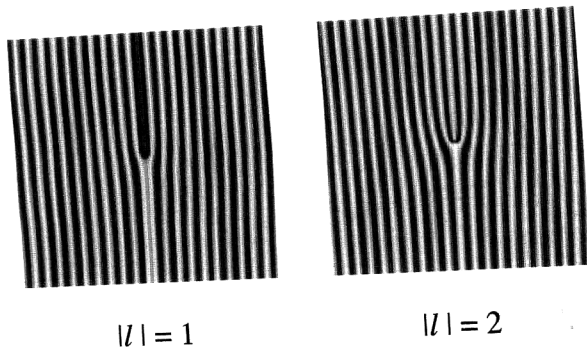


図5 計算機プログラム. ガウスビームを入射すると, 一次回折光として左からは  $LG_{p=0}^{l=1}$  ビーム, 右からは  $LG_{p=0}^{l=2}$  ビームが得られる.

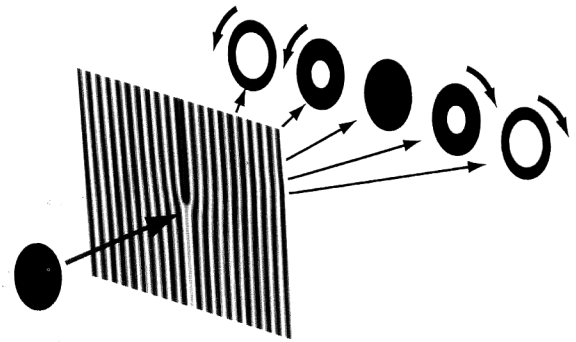


図6 図5の左の計算機プログラムによるガウスビームの回折. 二次の回折光として  $LG_{p=0}^{l=2}$  ビームが得られる. 一般に,  $n$  次の回折光として  $LG_{p=0}^{l=n}$  ビームが得られる.

全体とプログラムの間には角運動量の移動はない. ある特定の次数の回折ビームに効率よく変換するために, プレーズを取り入れるなど工夫されている.

### 2.3 モードコンバーター

1992年に, 円筒レンズを利用したモードコンバーターがつけられた<sup>13,14</sup>. 図7にこれを示す. 焦点距離  $f$  の円筒凸レンズ2枚を  $\sqrt{2}f$  だけ隔てて置く. これに, 横モードの軸と円筒レンズの軸が45度になるようにHGビームを傾けて入射させる. 例えば図7に示す傾いた  $HG_{1,0}$  ビームは,  $HG_{1,0}$  ビームと同位相の  $HG_{0,1}$  ビームに分解される.  $x$  軸と  $y$  軸でレイリー長が異なるため, これらのビームがレンズ間を進む間に獲得するグイ位相も異なる. その結果, モードコンバーターを出射するときには  $HG_{1,0}$  ビームと  $HG_{0,1}$  ビームの位相は90度だけ異なる. これらの重ね合わせは, 図2から  $LG_{p=0}^{l=1}$  ビームとなる. 入射ビームの傾きを90度変えると  $LG_{p=0}^{l=-1}$  ビームが得られる. この原理は, 偏光における  $\lambda/4$  波長板の働きに対応している. モードコンバーターは一般に,  $HG_{n,m}$  ビームを  $LG_{p=\min(n,m)}^{l=n-m}$  ビームに, あるいはその逆に変換する. 図1の上下に並んだHGビームとLGビームは, モードコンバーターで変換しあう1対である.

モードコンバーターと光ビームの間では角運動量の移動が起こっている. 光が屈折率  $n$  の誘電体中を透過するとき, その誘電エネルギーは真空中を透過するとき比べ

$$(n^2 - 1) \int \frac{\epsilon_0 |E|^2}{2} dV$$

だけ下がる. ここで, 図7の入射側の円筒凸レンズに注目しよう.  $HG_{0,1}$  ビームは  $HG_{1,0}$  ビームより大きな体積をレンズ内に占める. このため, 円筒レンズの材質が  $n > 1$  の誘電体なら,  $HG_{0,1}$  ビームが透過するとき誘電エネルギーが極小となる. したがって, 傾いた  $HG_{1,0}$  ビームを円筒レンズに入射させると, 誘電エネルギーを小さくする方向

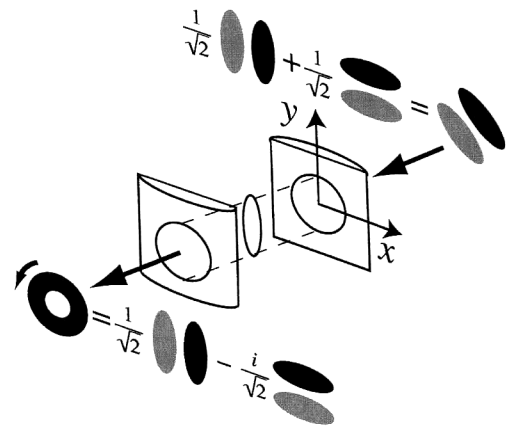


図7 円筒レンズによるモードコンバーター. 45度傾いた  $HG_{1,0}$  ビームが  $LG_{p=0}^{l=1}$  ビームに変換される様子を示す.

に回転するトルクが円筒レンズと光ビームの間に働く. その結果, 光の角運動量が変化する. 一方, 出射側の円筒レンズでは, 角運動量のやりとりはない.

### 3. 軌道角運動量量子状態の応用

光を用いたエンタングルメントや量子暗号通信の研究では, 量子情報の担い手はこれまで偏光の自由度, 空間モード, 位相などに限られていた. 最近, 光の軌道角運動量に着目した研究が報告されるようになった. 上記の自由度に加え, 無限に状態がある軌道角運動量も利用できるようになることは, 量子情報科学にとって大きな可能性を秘めている.

#### 3.1 軌道角運動量がエンタングルした光子対

角周波数  $2\omega$  をもつ1光子 (パンプ光) を非線形結晶に入射して, 角周波数  $\omega$  をもつ光子を2個発生させる (パラメトリック下方変換). この光子対の偏光状態は強い相関をもち, 偏光がエンタングルした光子対が発生する. これを用いて, さまざまな量子情報にかかわる実験が行われ

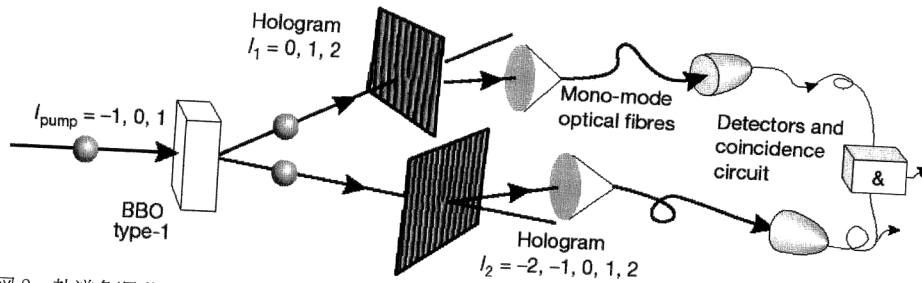


図8 軌道角運動量がエンタングルした光子対発生の実験装置。軌道角運動量をもつパンプ光はBBO結晶でパラメトリック下方変換される。発生した光子の軌道角運動量は、計算機プログラムとシングルモードファイバーを組み合わせた分析装置で同定される。2つの検出器で同時に検出された1対の光子を光子対と考える（文献15より一部削除して転載）。

てきた。

2001年、Mairらは軌道角運動量をもつパンプ光を用いてパラメトリック下方変換を行い、発生した光子対の軌道角運動量を調べた<sup>15)</sup>。図8に実験装置を示す。ガウスビームを計算機プログラムに入射して、軌道角運動量  $l = -1, 0, 1$  をもつ光子を発生させる。これをパンプ光としてBBO結晶に入射させ、そこで発生した光子対の軌道角運動量を計算機プログラムとシングルモードファイバーにより同定した。その結果、発生した光子対の軌道角運動量を  $l', l''$  とすると、軌道角運動量の保存則  $l = l' + l''$  が成り立つことを確認した。さらに、ガウスビームを計算機プログラムのフォーク状の分岐点から少しずらして入射させると、零点が光軸からずれた光ビームが発生する。これは、軌道角運動量が異なる状態の重ね合わせ状態である。この光ビームをパンプ光としてパラメトリック下方変換すると、発生した光子対もその重ね合わせ係数を保存していることがわかった。このことから、光子対は  $\sum_{l'} C_{l', l''} |l', l'' = l - l'\rangle$  で表される軌道角運動量についてエンタングルした状態であることが示された。ここで、 $C_{l', l''}$  は光子対が  $|l', l''\rangle$  状態である確率振幅である。

この実験後、パラメトリック下方変換過程での軌道角運動量の変化について理論的に検討された<sup>16)</sup>。また、3つの軌道角運動量状態がエンタングルした光子対がつくられた<sup>17)</sup>。

### 3.2 光子の軌道角運動量の測定と量子暗号通信

軌道角運動量を量子情報と考えると、それを測定する方法が必要となる。ダブリズムとマッハ・ツェンダー干渉計を組み合わせると1光子の  $|l|$  の値が測定された<sup>18)</sup>。3章1節で紹介した実験では、計算機プログラムとシングルモードファイバーが使われた<sup>15)</sup>。最近、鏡を付加したマッハ・ツェンダー干渉計がモードオーダー  $N=1$  の入射光をHGビームの成分に分解することが示された<sup>19)</sup>。これとモードコンバーターを組み合わせると、 $N=1$  の光子を

軌道角運動量の成分ごとに分類することができる。

BB84プロトコル<sup>20)</sup>の提案以来、量子暗号通信の研究が急速に進んだ。ここでは、縦直線偏光と横直線偏光で1ビットを通信する方法と、右回り円偏光と左回り円偏光で1ビットを通信する方法をランダムに切り替えて秘匿性を保つ。ここで、偏光と横モードの対応を考えよう。図2の変換関係から、 $HG_{1,0}$  ビームと  $HG_{0,1}$  ビームが縦と横の直線偏光、 $LG_{p=0}^{l=1}$  ビームと  $LG_{p=0}^{l=-1}$  ビームが左回りと右回りの円偏光に対応していることがわかる。偏光を切り替える  $\lambda/4$  波長板に相当するのはモードコンバーターであり、偏光状態を分解する偏光ビームスプリッターに対応するのがHGビームを分解する干渉計である<sup>19)</sup>。これらの対応関係を使えば、横モードでもBB84プロトコルで量子暗号通信が可能であることがわかる。横モードと偏光状態は独立なので、1光子で偏光と横モードの2ビットを伝える量子暗号通信が可能となる。

## 4. 軌道角運動量をもつ光の研究

光の強度、偏光、周波数はあらゆる分野で盛んに利用されている。しかし、横モードを利用する試みは遅れていた。半導体レーザーや光ファイバーの開発段階ではむしろ、高次の横モードを排除してシングルモード動作をめざしていた。軌道角運動量をもつ光の認識後、横モードの研究が盛んになっている。誌面の都合上割愛したが、LOAMによる冷却原子の操作、singular optics、非線形光学、光ソリトンに関する研究の進展は最近出版された論文集<sup>21)</sup>で概観できる。また、[www.u.arizona.edu/~grovers/SO/so.html](http://www.u.arizona.edu/~grovers/SO/so.html)にはこの分野に関する文献リストが掲載されている。

光学、量子エレクトロニクス、光物性、光通信の研究では、大部分の実験でガウスビームが光源として使われてきた。また、光のスピ角運動量に依存した性質の研究も行われてきた。これをLOAMに置き換えれば新しい視点が

開かれる。また、軌道角運動量とスピン角運動量の統合的理解も進むであろう。回折光学、液晶空間位相変調器の進歩により、多様な光ビームを自由に得られるようになってきている。これらを利用して、現在注目されている量子情報分野に限らず、さらに多くの未開拓の領域への展開が期待される。

## 文 献

- 1) R. A. Beth: "Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light," *Phys. Rev.*, **50** (1936) 115-125.
- 2) L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw and J. P. Woerdman: "Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes," *Phys. Rev. A*, **45** (1992) 8185-8189.
- 3) M. Berry: "Much ado about nothing: Optical dislocation lines (phase singularities, zeros, vortices...)," *Proc. SPIE*, **3487** (1998) 1-5.
- 4) J. F. Nye and M. V. Berry: "Dislocations in wave trains," *Proc. R. Soc. London A*, **336** (1974) 165-190.
- 5) M. E. J. Friese, J. Enger, H. Rubinsztein-Dunlop and N. R. Heckenberg: "Optical angular-momentum transfer to trapped absorbing particles," *Phys. Rev. A*, **54** (1996) 1593-1596.
- 6) S. M. Barnett and L. Allen: "Orbital angular momentum and nonparaxial light beams," *Opt. Commun.*, **110** (1994) 670-678.
- 7) S. M. Barnett: "Optical angular momentum flux," *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, **4** (2002) S7-S16.
- 8) S. J. van Enk and G. Nienhuis: "Spin and orbital angular momentum of photons," *Europhys. Lett.*, **25** (1994) 497-501.
- 9) M. Reicherter, T. Haist, E.U. Wagemann and H. J. Tiziani: "Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display," *Opt. Lett.*, **24** (1999) 608-610.
- 10) D. Ganic, X. Gan, M. Gu, M. Hain, S. Somalingam, S. Stankovic and T. Tschudi: "Generation of doughnut laser beams by use of a liquid-crystal cell with a conversion efficiency near 100%," *Opt. Lett.*, **27** (2002) 1351-1353.
- 11) M. W. Beijersbergen, R. P. C. Coerwinkel, M. Kristensen and J. P. Woerdman: "Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate," *Opt. Commun.*, **112**, (1994) 321-327.
- 12) N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith and A. G. White: "Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms," *Opt. Lett.*, **17** (1992) 221-223.
- 13) M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. E. L. O. van der Veen and J. P. Woerdman: "Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum," *Opt. Commun.*, **96** (1993) 123-132.
- 14) M. Padgett, J. Arlt, N. Simpson and L. Allen: "An experiment to observe the intensity and phase structure of Laguerre-Gaussian laser modes," *Am. J. Phys.*, **64** (1996) 77-82.
- 15) A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs and A. Zeilinger: "Entanglement of the orbital angular momentum states of photons," *Nature*, **412** (2001) 313-316.
- 16) S. Franke-Arnold, S. M. Barnett, M. J. Padgett and L. Allen: "Two-photon entanglement of orbital angular momentum states," *Phys. Rev. A*, **65** (2002) 033823.
- 17) A. Vaziri, G. Weihs and A. Zeilinger: "Experimental two-photon, three-dimensional entanglement for quantum communication," *Phys. Rev. Lett.*, **89** (2002) 240401.
- 18) J. Leach, M. J. Padgett, S. M. Barnett, S. Franke-Arnold and J. Courtial: "Measuring the orbital angular momentum of a single photon," *Phys. Rev. Lett.*, **88** (2002) 257901.
- 19) H. Sasada and M. Okamoto: "Transverse-mode beam splitter and its application to quantum cryptography," *Phys. Rev. A*, **68** (2003) 012323.
- 20) C. H. Bennet and G. Brassard: "Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing," *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer, Systems and Signal Processing*, Bangalore (IEEE, New York, 1984) pp. 175-180.
- 21) L. Allen, S. M. Barnett, and M. J. Padgett ed.: *Optical Angular Momentum* (Institute of Physical Publishing, Bristol and Philadelphia, 2003).

(2003年12月9日受理)