

量子テレポーテーションとマルチパーティトエンタングルメント

古 澤 明^{*,**}

Quantum Teleportation and Multipartite Entanglement

Akira FURUSAWA

I will review quantum teleportation and multipartite entanglement.

Key words: quantum teleportation, quantum entanglement, squeezed state

近年、量子情報通信、量子情報処理（量子コンピュータ）が精力的に研究されている。その中で、筆者らが研究している量子テレポーテーションは、量子情報通信に分類されているようである。量子情報通信の側面からの解説はいくつか出ているので^{1,2)}、ここでは別の角度から量子テレポーテーションの解説を試みる。もちろん、量子情報通信の側面を否定するわけではない。また、この解説では、量子情報処理を高度化していくとき、必ず生じるマルチパーティトエンタングルメント（多量子間の量子エンタングルメント）についても解説する。

1. 量子回路としてみた二次元量子テレポーテーション³⁾

図1に、1993年 Bennett らにより提案された二次元つまり量子ビットのテレポーテーション⁴⁾の量子回路^{3,5)}を示す。量子ビットとは、 $|0\rangle$ 、 $|1\rangle$ の2つの直交したベクトルで張られる規格化された状態ベクトル ($\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$) であり、量子情報の基本ユニットとなっている。

まず、図1において、quantum entanglementとして囲われている部分について考えてみる。これはアダマールゲートと制御ノットゲートにより構成されている。アダマールゲートは $|0\rangle$ を $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ に変換し、 $|1\rangle$ を $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$ に変換する。また、制御ノットゲートは $|x, y\rangle$

を $|x, x \oplus y\rangle$ に変換する^{*1}。このブロックへの入力は $|00\rangle = |0\rangle|0\rangle$ であるから、このブロックからの出力は、 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ となり、エンタングルしている^{**2}。

次に、図1において、Bell measurementとして囲われている部分について考えてみる。いわゆるベル測定では、次のような変換が起こる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) &\rightarrow |00\rangle, \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) &\rightarrow |10\rangle, \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) &\rightarrow |01\rangle, \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle) &\rightarrow |11\rangle \end{aligned} \tag{1}$$

つまり、ベル基底（左辺）が通常の2量子ビットの基底に変換される。単なる基底変換だと思いかもかもしれない。しかし、これにはもっと強い力がある。

ベル測定の出力としては、いずれにしても00, 01, 10, 11の4通りしかない。例えば、出力として00が出た場合、入力がどんな状態であっても、入力が強制的に $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ とされたのと同様に振る舞う。他の出力の場合も同様である。つまり、ベル測定によって、もともと独立であったヴィクターとアリスの量子ビットがエンタングルさせられてしまうのである^{**3}。エンタングルのしか

*東京大学大学院工学系研究科物理工学専攻（〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1） E-mail: akiraf@ap.t.u-tokyo.ac.jp

**CREST, 科学技術振興機構（〒103-0028 東京都中央区八重洲1-9-9）

*1 $|x, y\rangle = |x\rangle|y\rangle = |x\rangle \otimes |y\rangle$ (\otimes は直積) であり、 \oplus は排他的論理和である。

**2 簡単にいうと、 $|\psi\rangle \otimes |\phi\rangle$ のように部分系の直積のかたちで書ける場合をセパラブルとよび、書けない場合をエンタングルしているとよぶ。

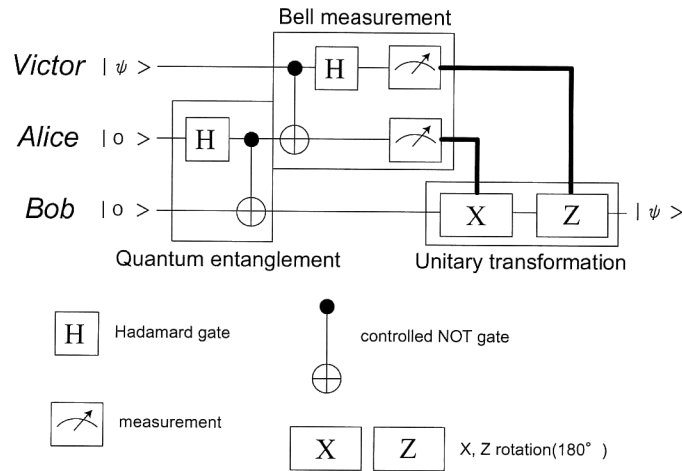


図1 二次元量子テレポーテーションの量子回路。ヴィクターの(生成した)状態 $|\psi\rangle$ がアリスに渡され、(空間的に離れた)ボブのところで再生されている。

たは、ベル測定結果に依存して4通りあるのは式(1)から明らかである。ベル測定には、もともと他人であった2人を強制的に「結婚」させる力があるのである*4。

最後にベル測定結果によって、ユニタリー変換を行う*5。最終的には入力状態 $|\psi\rangle$ がボブで再現される。

以上が二次元量子テレポーテーション回路である。ここまで説明してくると、量子テレポーテーションに量子情報科学あるいは量子情報処理のエッセンスが詰まっている様子がよくわかる。エッセンスとは量子情報科学流にいうと、量子エンタングルメントの代表的な生成法(図1の quantum entanglement および Bell measurement の部分)が含まれていること、量子情報処理流に言えば、制御ノットと1量子ビットユニタリー変換が含まれていることである。ここで、制御ノットと1量子ビットユニタリー変換が自由に使えれば、ユニバーサルな量子コンピューターをつくれることが知られている*6)。量子テレポーテーション回路の重要さがわかる。

2. 連続量量子テレポーテーション

二次元(量子ビット)テレポーテーション回路での議論は、すべて筆者らが行っている連続量量子情報にも当ては

まる。連続量量子情報とは、位置と運動量のような共役物理量 (x, p) で構成される(位相)平面、あるいは無限個ある $|x\rangle$ のような状態ベクトルを基底とする空間での量子情報である。光の場合、共役物理量演算子 \hat{x} と \hat{p} の交換関係を電磁波のcos成分、sin成分(つまり光の直交位相成分の振幅)の演算子が満たすことから、直交位相成分のそれぞれを \hat{x} 、 \hat{p} とみなすことができ、連続量の量子情報(量子力学的状態)に関して実験しやすい。その例として、二次元のテレポーテーション回路と比べながら、連続量の量子テレポーテーション回路(図2)をみていこう。

まず、図2の quantum entanglement について考えてみる。連続量におけるアダマール変換は、90度の位相シフトである*6。また、入力の $|0\rangle$ は、 $|x=0\rangle$ (演算子 \hat{x} の $x=0$ を固有値とする固有状態、つまり x 方向に無限にスクイーズした状態、光でいえば無限にスクイーズされた真空場)となる。「アダマール変換」つまり90度の位相シフトを受けた $|x=0\rangle$ は、 $|p=0\rangle = \int dx |x\rangle$ (p 方向に無限にスクイーズした状態)となる。連続量での制御ノットは $|x, y\rangle$ を $|x, x+y\rangle$ に変換する。二次元の場合の排他的論理和が普通の和になっただけである。二次元の場合は、 $1 \oplus 1 = 0$ であり、普通の和とは大きく異なるような気がする

*3 この部分に合点がいけない読者も多いことと思う。実は、この部分は「量子回路」という記述法の限界なのである。例えば、図1の quantum entanglement 部分の出力は、セパラブルな2量子ビットを表す2本線で書かれているが、これらはエンタングルしているため本来2本線で書くのは間違いである*3)。それをこの記述法では2本線で書くため、種々の誤解が生じる。同様にベル測定の部分も、ヴィクターの入量子ビットはそのまま測定されているような印象を与えるが、実際はヴィクターの入量子ビットとはまったくの別物を測定している。ここでは、ベル測定全体でベル基底への射影を行っているとしか表現しようがないが、「量子回路」という記述法では図1のようになってしまい、種々の誤解のもととなっている。しかし、その点に注意すれば、量子回路の記述法は非常に便利である。

*4 ここで、もともとアリスとボブがエンタングルしていた場合、ベル測定により新たにヴィクターとアリスの間で「関係」(エンタングルメント)を結ぶことになるから、「人間関係」としてはかなり複雑になる。このように、多者間でのエンタングルメントをマルチパーティトエンタングルメント(この場合は、三者間エンタングルメント)とよぶ。

*5 測定結果が1のときのみ、それに結びついているユニタリー変換を行う。Xは $|0\rangle, |1\rangle$ をそれぞれ $|1\rangle, |0\rangle$ に変換する。Zは $|0\rangle, |1\rangle$ をそれぞれ $|0\rangle, -|1\rangle$ に変換する。

*6 量子ビットでのアダマール変換は、プロット球上での90度の回転となっている。

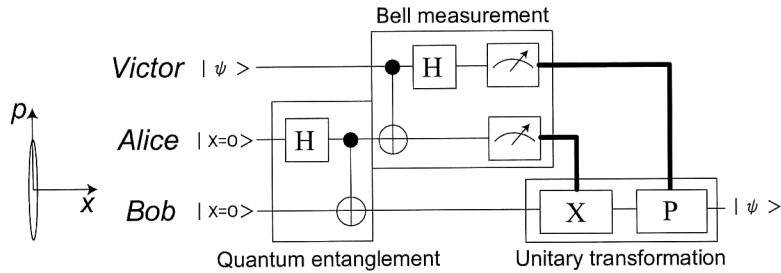


図2 連続量子テレポーテーションの量子回路。

る。しかし、二次元の場合、成分は0, 1の2つしかなく、2というものがないので0に戻っているだけだと考えれば、 x として任意の実数をとれる連続量では普通の和にしてもそれほど違和感はないであろう。また、光の場合、このような和はビームスプリッターによる重ね合わせと考えるてもよい*7。したがって、実験的には制御ノットはビームスプリッターに置き換えることができる。

話を quantum entanglement の部分に戻そう。「アダマール変換」を受けて $\int dx_A |x_A\rangle$ になったアリスのモードと $|x_B=0\rangle$ であるボブのモードの間で「制御ノット」演算が行われる。明らかに、その出力は次式ようになる。

$$\int dx_A |x_A, x_A+0\rangle = \int dx_A |x_A, x_A\rangle \quad (2)$$

つまり、完全な EPR 状態になっている。ここで EPR 状態とは、 $x_A - x_B$ と $p_A + p_B$ (添え字 A, B はそれぞれアリス, ボブのモードを表す) の同時固有状態 (固有値: $x_A - x_B = 0$ ($\Leftrightarrow x_A = x_B$), $p_A + p_B = 0$, ベル基底のひとつ) のことである。実験的にはこのように完璧なスクイーズは得られないから完全な EPR 状態は得られないが、2つのスクイーズされた真空場を位相を直交させてビームスプリッターで重ね合わせるにより、エンタングルした状態を生成できる様子が見えるであろう。

少し話がそれるが、EPR 状態について述べる。不確定性原理のよりどころとなっている x_A と p_A の間や、 x_B と p_B の間の非可換性は、 $x_A - x_B$ と $p_A + p_B$ の間にはない。つまり、 $x_A - x_B$ と $p_A + p_B$ は交換可能なため、同時固有状態をもつことになる。1つの量子の「位置」と「運動量」は同時には定まらないが、2つの量子の「相対位置」と「運動量の和」は同時に決まるのである。一見不確定性原理に

反するような感じがするが、不確定性原理は1つの量子に関するものだけということを出すと、2つの量子系で「相対位置」と「運動量の和」が同時に決まったとしても特に不思議なことはないであろう。少なくとも量子力学的には何の矛盾もない。しかし、測定と絡めて考えると、アインシュタインらが唱えたいいわゆる EPR のパラドックスのように、摩訶不思議な状態になっている⁹⁾。

次に、連続量でのベル測定に話を移そう。先ほど述べたように、制御ノットは排他的論理和を普通の和 (実験的にはビームスプリッター) に、アダマール変換は90度位相シフトに置き換えればよいだけなので、この測定は、ビームスプリッターで合わせて、直交位相成分を測定することになる。この場合、ベル測定結果は $x_V - x_A$ と $p_V + p_A$ (添え字 V はヴィクターのモードを表す) の同時測定結果 (x_M, p_M) を与えることになり、二次元での議論と同様、ベル測定により入力 $x_V - x_A$ と $p_V + p_A$ の同時固有状態 (固有値: $x_A - x_B = x_M, p_A + p_B = p_M$, ベル基底のひとつ*) に射影され、ヴィクターのモード V とアリスのモード A の間で完全な EPR 相関 (二者間の量子エンタングルメント) が形成される。もともとアリスとボブはエンタングルしていたから、ヴィクターと合わせて三者間の量子エンタングルメントが形成されたことになる。

最後のユニタリー変換の部分も、二次元の場合の X, Z の部分を x 方向, p 方向へのディスペースメント (位相平面上での変位演算) と読み替えればそのまま使える*9。

連続量の量子情報処理では、 $|x\rangle$ を基底として用いるのに対し、量子ビットの系では $|0\rangle, |1\rangle$ を基底としている。アプローチは異なるように見えるが、やっていることはほ

*7 もちろん、ユニバーサルな和の演算がビームスプリッターに置き換え可能なわけではないが、この量子回路においては置き換え可能である。ハーフビームスプリッターの演算子を $\hat{B}_{12}(\frac{\pi}{4})$ とすると、 $\hat{B}_{12}(\frac{\pi}{4})|x, y\rangle = |\frac{1}{\sqrt{2}}(x-y), \frac{1}{\sqrt{2}}(x+y)\rangle$ であるから、 $|x, 0\rangle$ はハーフビームスプリッターにより $|\frac{x}{\sqrt{2}}, \frac{x}{\sqrt{2}}\rangle$ に変換される。最後に改めて $\frac{x}{\sqrt{2}}$ を x と置き直せば式 (2) が得られる。

*8 位相平面のすべての点 (x_M, p_M) がそれぞれベル基底に対応している。したがって、ベル基底の数は無限個あり、無限次元すなわち連続量となっている。

*9 この部分がなぜディスペースメントとなるかに関しては、文献7参照。

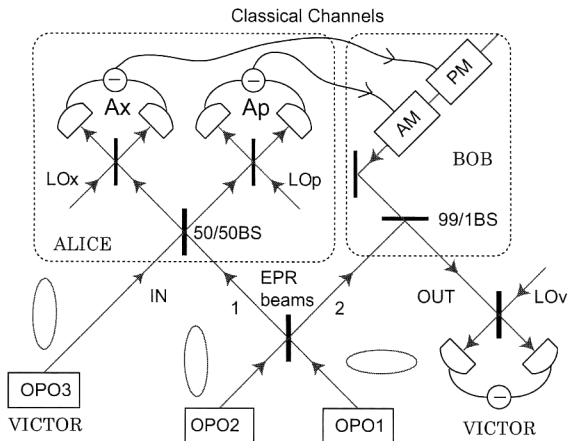


図3 スクイズド状態のテレポーテーション実験装置概略図。OPOは光パラメトリック発振器、AM、PMは振幅および位相変調器、LOはホモダイン検出のためのローカルオシレーター光を表している。

とんど同じであることがわかる。さらにいえば、実験的には連続量のほうにアドバンテージがある場合もある。もっとも端的な例は、量子ビットでのベル測定法は確立されていないのに対し、連続量では上述の方法（ビームスプリッターで合波し、直交位相成分を測定）が確立されている。

3. スクイズド状態のテレポーテーション

筆者らは、前章で説明した量子テレポーテーション装置（回路）を作製し、実験を行っている。入力状態 $|\psi\rangle$ としては任意の状態が許されるが、実験的な容易さから、これまではコヒーレント状態が用いられてきた⁸⁻¹⁰。コヒーレント状態は、Glauber-Sudarshanの P 関数¹¹が非負という意味で古典的な状態である。筆者らは、次のステップとして、非古典的な状態であるスクイズド状態を入力状態 $|\psi\rangle$ に選んだ。テレポーテーションの量子回路が、非古典的な入力状態に対しても正常に動くかという確認の意味をもつ。本章では、この実験について述べる^{12,10}。

図3に、スクイズド状態のテレポーテーション実験装置概略図を示す。光パラメトリック発振器（OPO）から3つの独立したスクイズド光を生成し、2つをいわゆるEPRビーム生成用に、残りの1つを入力として用いた。実験結果を図4と図5に示す。

図4はアリスのベル測定結果（ x 成分のみ）であり、EPRビームを用いなかった場合の出力（古典限界）(a)とEPRビームを用いた場合(b)を示している。入力としては、スクイズド状態のほか参照として真空場を用

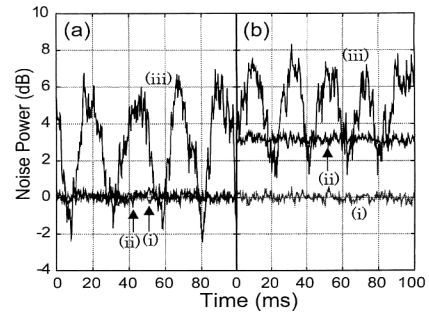


図4 アリスのホモダインディテクター A_x からの出力。(a)はEPRビームを用いなかった場合つまり古典テレポーテーション（古典限界）、(b)はEPRビームを用いた場合つまり量子テレポーテーションである。それぞれにおいて、(i)はショットノイズレベル、(ii)は入力を真空場とした場合、(iii)は入力をスクイズされた真空場とした場合である。

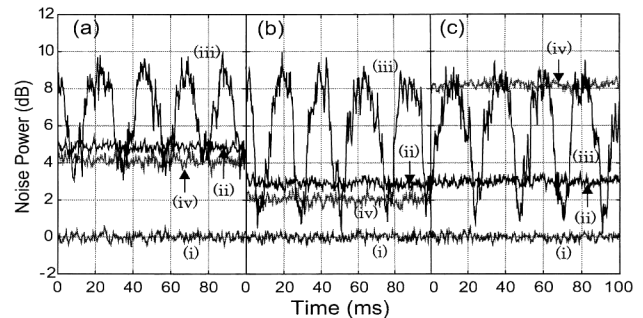


図5 ボブからの出力状態をホモダイン検出。(a)は古典テレポーテーション、(b)と(c)は量子テレポーテーション結果を示しており、(b)と(c)はそれぞれ x 成分と p 成分である。(i)、(ii)、(iii)に関しては図4と同様である。(iv)は(a)、(b)においては入力の位相をスクイズされた位相にロックした場合、(c)においては入力の位相をアンチスクイズされた位相にロックした場合である。

いている。EPRビームを用いなかった場合(a)に比べ、EPRビームを用いた場合(b)は、よりノイズが大きくなっている。EPRビームは片方のモードのみを観測した場合、大きなノイズ（「EPRノイズ」）としてしかみえない。この実験でもそれが現れている。

図5は、ボブからの出力状態をホモダイン検出したものである。(a)はEPRビームを用いなかった場合つまり古典テレポーテーション、(b)と(c)はEPRビームを用いた場合つまり量子テレポーテーション結果を示している。図4と対照的に、量子テレポーテーションのほうにノイズが小さくなり、古典限界を超えて入力状態が再現されていることがわかる。ここで、アリス側でみた「EPRノ

¹⁰ N. Takei, T. Aoki, S. Koike, K. Yoshino, K. Wakui, H. Yonezawa, T. Hiraoka, J. Mizuno, M. Takeoka, M. Ban and A. Furusawa: LANL e-print quant-ph/0311056.

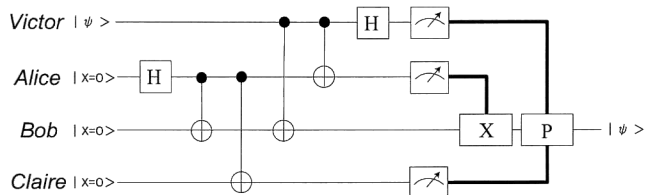


図6 量子テレポーテーションネットワークの量子回路。量子テレポーテーションネットワークでは、任意の二者間において第三者の助けを借りてテレポーテーションが可能となる。ここでは、アリスからボブへのテレポーテーションにおいて、クレアの助けを借りる場合を示している。他の場合でも、同様な量子回路となる。この量子回路では4つのモードがエンタングルしている。

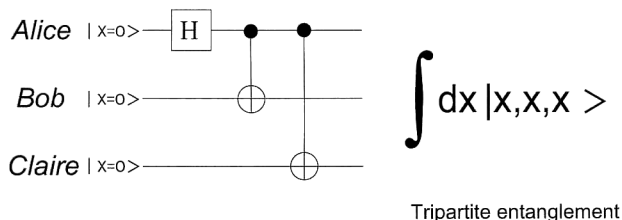


図7 三者間量子エンタングルメント状態（連続量 GHZ 状態）生成の量子回路。GHZ は発案者 Greenberger, Horne, Zeilinger の頭文字である¹⁵⁾。

イズ」は EPR 相関（量子相関、量子エンタングルメント）によりボブ側ではキャンセルされている。この x, p 両成分での非古典的相関が量子エンタングルメントなのである。

以上から、古典限界を超えてスクイーズド状態がテレポートされたことがわかる。つまり、非古典的な入力に対してもこの量子回路は正常に動いたことになる。

4. もっと複雑な量子回路—テレポーテーションネットワーク

前章のように、筆者らは、量子情報処理の基本的なビルディングブロックである量子テレポーテーション回路が、非古典的入力に対しても正常に動作することを確認した。当然の流れとして、もう少し複雑な量子回路実現にトライしたくなる。そのひとつは、量子テレポーテーションネットワーク（多者間での量子テレポーテーション）回路である。この量子回路を図6に示す。この回路では4つのモードのエンタングルメントが形成され、量子テレポーテーションの回路に比べ、より多者間でのエンタングルメント（マルチパーティットエンタングルメント）を制御していることになる。

量子テレポーテーションネットワーク回路にはキーとなる量子回路として、量子テレポーテーションと三者間量子

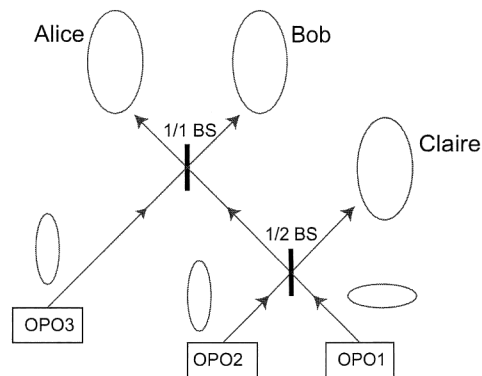


図8 量子光学的三者間量子エンタングルメント状態（連続量 GHZ 状態）生成実験。3つの OPO から3つの独立したスクイーズド光を生成し、これらを2つのビームスプリッターにより適当な位相関係で合波し、三者間量子エンタングルメント状態を生成している。

エンタングルメント生成の回路が入っている。ここでは、三者間量子エンタングルメント生成について述べる。三者間量子エンタングルメントそのものは量子テレポーテーションの過程で生成されていることについては前に触れた。ただ、これについて詳しい研究は行われていない。そこで、筆者らは三者間量子エンタングルメントを生成し、その性質を直接調べた^{13,14)}。

三者間量子エンタングルメント生成の量子回路は、図7のようであり、量子テレポーテーションのときと同様、 $|x=0\rangle$ をスクイーズド光に、アダマールゲートを90度の位相シフトに、制御ノットゲートをビームスプリッターにすれば、量子光学実験に置き換えることができる（図8）。筆者らは、図8の生成実験に成功した¹⁴⁾。現在、これを用いた量子テレポーテーションネットワーク実験を行っている¹⁶⁾。

以上、量子テレポーテーションおよびマルチパーティットエンタングルメントについて、量子情報処理（量子回路）の側面から概観してきた。特に、連続量を用いると、量子テレポーテーション回路やマルチパーティットエンタングルメント生成回路が比較的容易に実現できることが感じられたと思う。また、鍵を握るのは、量子ビットの回路にしても連続量の回路にしても、初期状態である $|0\rangle$ あるいは $|x=0\rangle$ をいかに高いレベルで生成できるかということだとわかったと思う。量子ビットの場合の $|0\rangle$ は簡単に生成できると感じるかもしれないが、それと直交する $|1\rangle$ があってはじめて生きるものなので、むしろ量子ビットの系のほうが難しいことがあるかもしれない。いずれにしても、量子ビットと連続量は相補的なものなので、どちらに傾く

のでもなく等しく精力的に研究していく必要があると思われる。

今後の研究の方向性であるが、 $|0\rangle$ あるいは $|x=0\rangle$ の完全度追求とあわせて、どれだけ多者間で量子エンタングルメントを生成し制御できるかが非常に重要である。現在の技術ではこのようなマルチパーティットエンタングルメントを固体系で生成するのは難しいと考えられるので、それを比較的容易に生成できる光での研究は非常に重要だと思われる。

この研究の一部は文部科学省、総務省、光科学技術研究振興財団から助成を受けている。また、ここに示した結果は、青木隆朗博士をはじめとする東京大学大学院工学系研究科・物理工学専攻・古澤研究室所属メンバーの努力の賜物である。記して感謝したい。

文 献

- 1) 古澤 明：量子テレポーテーション，現代物理最前線5（共立出版，2001）。
- 2) 古澤 明：応用物理，**72**（2003）157-162.
- 3) G. Brassard, S. L. Braunstein and R. Cleve: *Physica D*, **120**（1998）43-47.
- 4) C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau, R. Jozsa, A. Peres and W. K. Wootters: *Phys. Rev. Lett.*, **70**（1993）1895-1899.
- 5) M. A. Nielsen and I. L. Chuang: *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).
- 6) A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen: *Phys. Rev.*, **47**（1935）777-780.
- 7) H. F. Holger, T. Ide, T. Kobayashi and A. Furusawa: *Phys. Rev. A*, **62**（2000）062304.
- 8) A. Furusawa, J. L. Sorensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble and E. S. Polzik: *Science*, **282**（1998）706-709.
- 9) W. P. Bowen, N. Treps, B. C. Buchler, R. Schnabel, T. C. Ralph, H.-A. Bachor, T. Symul and P.-K. Lam: *Phys. Rev. A*, **67**（2003）032302.
- 10) T. C. Zhang, K. W. Goh, C. W. Chou, P. Lodahl and H. J. Kimble: *Phys. Rev. A*, **67**（2003）033802.
- 11) D. F. Walls and G. J. Milburn: *Quantum Optics* (Springer, Berlin, 1994).
- 12) 小池 郷，吉野健一郎，武井宣幸，和久井健太郎，米澤英宏，青木隆朗，古澤 明：日本物理学会秋期大会講演予稿集，21pTF-14（2003）p.127.
- 13) P. van Loock and A. Furusawa: *Phys. Rev. A*, **67**（2003）052315.
- 14) T. Aoki, N. Takei, H. Yonezawa, K. Wakui, T. Hiraoka, A. Furusawa and P. van Loock: *Phys. Rev. Lett.*, **91**（2003）080404.
- 15) D. M. Greenberger, M. A. Horne, A. Shimony and A. Zeilinger: *Am. J. Phys.*, **58**（1990）1131-1143.
- 16) 米澤英宏，武井宣幸，小池 郷，平岡卓爾，青木隆朗，古澤明：日本物理学会秋期大会講演予稿集，21pTF-13（2003）p.126.

（2003年12月4日受理）