

Received January 13, 2004; Accepted May 14, 2004

## 2枚の90°位相シフトした干渉縞を用いる位相干渉計

中楯 末三・喜入 明宏・塩沢 和則・渋谷 真人

東京工芸大学工学部 〒243-0297 厚木市飯山 1583

### Phase-Shifting Interferometer Using Two Phase-Shifted Fringe Patterns in Quadrature

Suezou NAKADATE, Tomohiro KIIRE, Kazunori SHIOZAWA and Masato SHIBUYA

Tokyo Polytechnic University, Faculty of Engineering, 1583 Iiyama, Atsugi 243-0297

A new type phase-shifting interferometer is presented. Two fringe patterns whose phases are shifted 90 degrees are captured in each state of an object measured. Phase calculation methods with four fringes give two phase distributions which are the original phase of the interferometer and phase difference between two states of the interferometer. Phase errors by calculation are analyzed theoretically and standard deviations of maximum phase errors are evaluated by computer simulations in the phase calculation method proposed. Fundamental experiment results are also given.

**Key words:** interferometry, phase calculation method, phase-shifting, error analysis

### 1. はじめに

位相シフト干渉計を用いて干渉縞の位相を求める場合には、少なくとも3枚の位相シフトした干渉縞が必要になる<sup>1)</sup>。高速に位相を求める場合には、空間に位相シフトした干渉縞をつくり、3つのCCD (charge-coupled device) 素子で干渉縞を同時撮像することにより高速測定が可能である<sup>2-13)</sup>。このような実時間干渉計は、微少重力下での結晶成長測定など、ダイナミックな現象の解析などに応用されている<sup>14-17)</sup>。このような干渉計で特に問題になるのは、各CCD間でのピクセルの位置合わせである。そこで、CCDの個数を少なくできれば、素どうしのピクセル位置合わせも容易になり、さらに干渉計の構成法も簡素化される。

本報告では、時間的に変化する干渉計で、90°位相シフトした2枚の干渉縞を同時に取り込み、干渉計が変化する前後の合計4枚の干渉縞を用いると、もとの干渉計の位相分布と、干渉計の変化前後の位相差を同時に求めることができる手法を提案する。さらに、提案した位相計算法の最大誤差の理論的見積もりと、計算機シミュレーションによる位相誤差解析の結果を述べ、本計算法の得失を明らかにする。最後に、この原理による原理検証のための基礎的な実験として、従来の位相シフト干渉計を用いた実験結果

について述べる。

### 2. 基本原理

ここでは、ある干渉計が変化する前と後の2つの状態を考える。干渉計が変化する前の、それぞれ90°位相シフトした2枚の干渉縞を  $I_1 = A + B \cos\theta$ ,  $I_2 = A - B \sin\theta$  とする。次に、干渉計の被測定物体あるいは参照面が何らかの原因で変化した後の干渉縞を  $I_3 = A + B \cos(\theta + \varphi)$ ,  $I_4 = A - B \sin(\theta + \varphi)$  とする。ここで、 $\theta$  を干渉計のもとの位相とし、 $\varphi$  を干渉計の変化前後の位相差とする。これら4枚の干渉縞を用いて、まず次のCとSの値を求める。

$$C = I_1 - I_4 = 2B \cos\left(\theta + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (1)$$

$$S = I_2 - I_3 = 2B \cos\left(\theta + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (2)$$

となるので、さらに次の値EとFとを求める。

$$E = C^2 - S^2 = 4B^2 \cos^2\left(\theta + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \sin\varphi \quad (3)$$

$$F = -2CS = 4B^2 \cos^2\left(\theta + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\varphi \quad (4)$$

となるので、次の逆正接を計算すると、まず干渉計変化前後の位相差 $\varphi$ を求めることができる。

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{E}{F}\right) \quad (5)$$

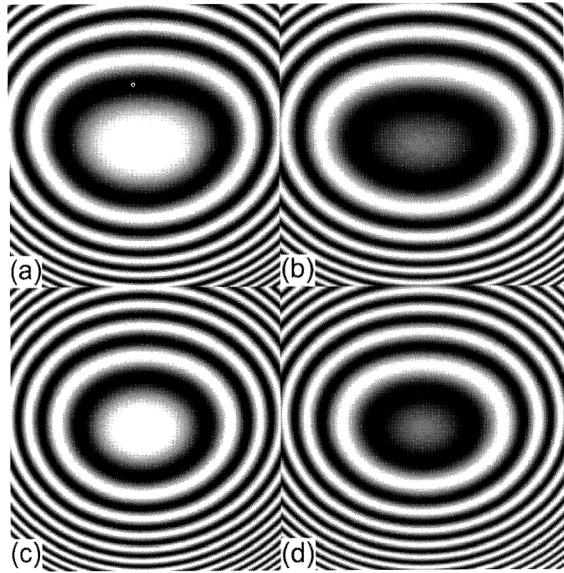


Fig. 1 Interferograms due to aberrations of a lens. Fringe patterns: (a), (b) before a defocus of a lens, (c), (d) after the defocus of  $1\lambda$  of the lens.

ただし、ここで逆正接が計算できる条件は、 $\cos(\theta + \varphi/2 - \pi/4) \neq 0$ である。これは逆正接の余弦成分と正弦成分がともにゼロにならない条件であるが、干渉計のもとの位相分布  $\theta$  が  $2\pi$  を超えて変化する場合では、必ず計算不定な箇所が出てくることになる。この解決法としては、数学的には  $E, F$  の近傍の値（極限値）を使うことであり、実際には  $E, F$  の空間的平均値などを使うことで解決できる。次に、干渉計が変化する前の位相  $\theta$  を求めるために、次の計算をする。

$$G = (I_1 - I_3) + (I_2 - I_4) \\ = 2\sqrt{2} B \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\theta + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (6)$$

$$H = (I_1 - I_3) - (I_2 - I_4) \\ = 2\sqrt{2} B \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(\theta + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (7)$$

さらに、次の値  $J$  と  $K$  とを求めると、

$$J = G^2 - H^2 = 8B^2 \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin(2\theta + \varphi) \quad (8)$$

$$K = -2GH = 8B^2 \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos(2\theta + \varphi) \quad (9)$$

となるので、次の逆正接を計算すると、位相  $2\theta + \varphi$  を求めることができる。

$$2\theta + \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{J}{K}\right) \quad (10)$$

ただし、ここで逆正接が計算できる条件は、 $\sin(\varphi/2) \neq 0$ である。この条件  $\varphi \neq 0$  は干渉計の位相が変化していないところは計算できないことを表し、この条件が位相測定の

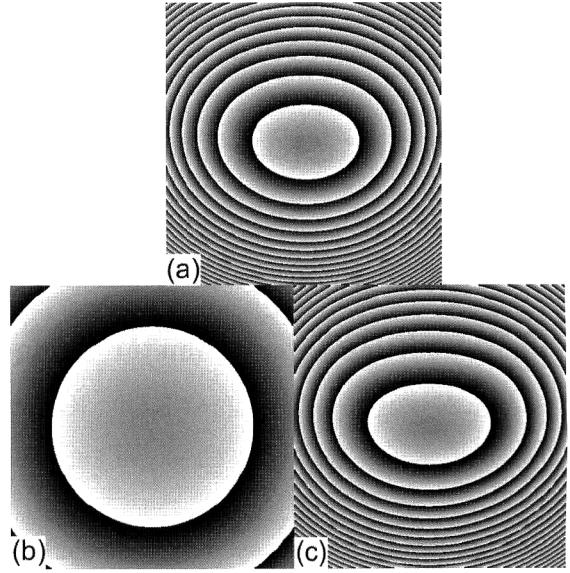


Fig. 2 Phase distributions calculated with the fringes shown in Fig. 1, (a)  $2\theta + \varphi$ , (b) phase difference of  $\varphi$ , and (c) original phase distribution  $2\theta$ , where spatial smoothings of  $3 \times 3$  pixels are used.

基本的な条件となる。以上の計算で求めた2つの位相  $2\theta + \varphi$  と  $\varphi$  の位相差を求めるとき、干渉計のもとの位相に比例した位相分布  $2\theta$  を求めることができる。この干渉計の基本的な条件は、位相変化量  $\varphi$  がゼロではないことであるが、 $\varphi$  には分布があってもよいし、一定値でもよい。したがって、 $\varphi$  は空気ゆらぎのような位相変化でもよいし、参照面または物体面の一様な移動やティルトのような変化でもよい。また、結晶成長のような位相差のみが重要な場合には、位相  $\varphi$  の計算のみを用いることができる。

### 3. 計算機シミュレーションによる原理検証

上で述べた原理を検証するために、簡単なシミュレーションの結果を示す。画像は  $512 \times 512$  ピクセルで干渉縞の濃度値は最大値 255、最小値 0 レベルとし、コントラスト 1.0 の干渉縞をつくった。干渉計のもとの位相  $\theta$  として、レンズの波面収差測定で、球面収差、コマ収差と非点収差がそれぞれ  $1\lambda$  あると仮定して干渉縞を形成した<sup>18)</sup>。形成した干渉縞を Fig. 1 に示した。図の (a), (b) が干渉計変化前の干渉縞で、それぞれ位相が  $90^\circ$  シフトしている。干渉計の位相変化量の  $\varphi$  として、被測定レンズに  $1\lambda$  のデフォーカスを与えた場合とした。干渉計変化後の  $90^\circ$  位相シフトした干渉縞を Fig. 1 の (c), (d) に示した。この4枚の干渉縞から、2章で述べた計算法を用いて求めた位相分布を Fig. 2 に示した。図の (a) が  $2\theta + \varphi$  に対応し、図の (b) が位相差  $\varphi$  であり、デフォーカスに対応した球面状の位相分布となっている。Fig. 2 (c) がレンズのもとの収差

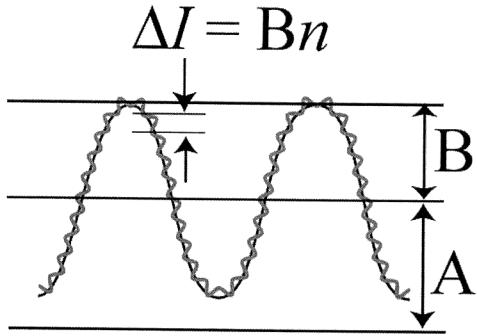


Fig. 3 Illustration of a fringe profile with intensity noise of  $n$ .

を与える  $2\theta$  であり、Fig. 2(a) の位相から (b) の位相を引いて求めたものである。それぞれの位相分布には計算不定の箇所があり、位相ノイズとなっているが、 $3 \times 3$  ピクセルの画像空間平均処理により位相画像にはあまり目立っていない。この空間平均は、逆正接を計算する直前の正弦成分と余弦成分について、それぞれ 1 回行った。

#### 4. 最大位相誤差の理論解析

ここでは、提案した位相計算法による最大位相誤差を理論的に見積もることにする。おもな強度雑音としては、検出器の暗電流や検出素子の感度むらなどが考えられる。まず、干渉縞に強度ノイズがある場合の位相誤差を求める。干渉縞のバイアス分が  $A$  で、干渉縞の変調分が  $B$  であり、強度ノイズが  $\Delta I = Bn$  と書ける場合の干渉縞強度の模式図を Fig. 3 に示した。ここで、 $n$  は振幅  $B$  に対するノイズの割合を示すもので、干渉縞の S/N 比と考えられる。強度ノイズの最大値はすべての干渉縞で同じ値  $\Delta I$  とすると、式 (1) の  $C$  のノイズを含んだ値の最大値は  $\tilde{C} = C + 2\Delta I$  と書ける。同様な計算により、式 (3) の余弦  $E$  のノイズを含んだ最大値  $\tilde{E}$  は、

$$\tilde{E} = \tilde{C}^2 - \tilde{S}^2 = E + 4C\Delta I + 4S\Delta I = 4B^2(1 + 4n) \quad (11)$$

と書ける。ここで、ノイズの 2 次項は無視し、各項の  $E$ ,  $C$ ,  $S$  の最大値は式 (1), (2) よりそれぞれ  $4B^2$ ,  $2B$ ,  $2B$  とした。式 (11) の最右辺の括弧内の  $4n$  がノイズ成分である。ここで、Fig. 4 に示すように正弦成分  $\tilde{F}$  が 0 で、余弦成分  $\tilde{E}$  が 1 のまわりにあっても、位相誤差  $\Delta\varphi$  の一般性は失われない。ここでは位相のみが問題となるので、 $\tilde{E}$ ,  $\tilde{F}$  は  $4B^2$  で規格化できるとした。よって Fig. 4 より、このときの最大位相誤差  $\Delta\varphi$  は、 $\Delta\varphi \cong 8n$  と見積もることができる。同じような方法で  $2\theta + \varphi$  の最大誤差を見積もると、 $\Delta(2\theta + \varphi) \cong 8\sqrt{2}n$  となり、さらに最初の位相  $2\theta$  の誤差は、以上 2 つの誤差から  $\Delta(2\theta) \cong 8$

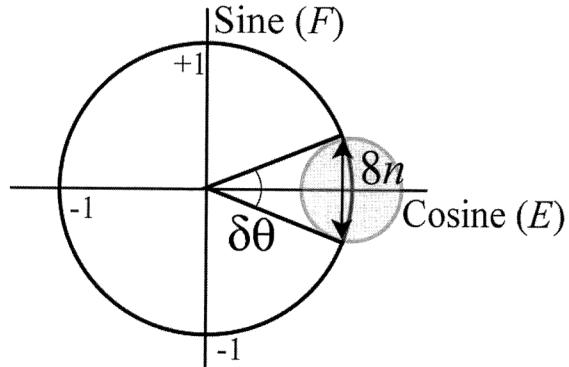


Fig. 4 Illustration of phase error caused by intensity noises.

$(1 + \sqrt{2})n$  と見積もることができる。

次に、干渉計に位相誤差  $\Delta\alpha$  がある場合の計算位相誤差を見積もることにする。このおもな雑音の原因としては、干渉縞の位相設定誤差や画像検出素子間の位置ずれなどが考えられる。干渉計の位相誤差  $\Delta\alpha$  は、干渉縞に最大強度誤差  $\Delta I = B\Delta\alpha$  がある場合と同等と考えられる。この場合、最終的な計算位相  $2\theta$  の誤差  $\Delta(2\theta)$  は上式から、 $\Delta(2\theta) \cong 8(1 + \sqrt{2})\Delta\alpha$  となる。

以上から、干渉縞に振幅ノイズ  $n$  と位相誤差  $\Delta\alpha$  がそれぞれ独立にあるとすると、それらによる最大位相誤差は、 $\Delta(2\theta) \cong 8(1 + \sqrt{2})(n + \Delta\alpha)$  と見積もることができる。ただし、ここで  $n$ ,  $\Delta\alpha$  ともに正值をとるものとする。たとえば、干渉縞の S/N 比  $n$  を  $40[\text{dB}]$  とし、位相誤差  $\Delta\alpha$  を  $0.01[\text{rad}]$  とすると、上式から計算される最大位相誤差は  $\Delta(2\theta) = 22.1^\circ$  となる。この値は、後の計算機シミュレーションと比較して少し大きな値ではあるが、本方法による位相誤差の目安にはなる。本方法では使う干渉縞の枚数が少ないので、位相誤差が普通の位相シフト法より大きくなる。なお、この誤差の見積もりには、計算不定の箇所による位相誤差は考慮に入れていない。

#### 5. 位相誤差の計算機シミュレーション

位相誤差解析を実際の状況に近づけるために、位相解析の計算機シミュレーションを行った。縞の強度雑音は、縞の S/N 比に応じてある範囲の一様乱数を発生させて、それを縞強度に加えた。また、位相ノイズは、ある範囲の一様乱数を用いて位相ノイズをつくり、それを干渉縞の位相成分に加算した。位相  $2\theta + \varphi$  のシミュレーションの流れを Fig. 5 に示した。縞の S/N 比あるいは位相ノイズに応じて作成した干渉縞を用いて、2 章で示した計算法により位相を計算する。これには位相ノイズが入っているので、これを  $2\theta + \varphi + \tilde{\alpha}$  とし、ノイズのない縞から計算した位

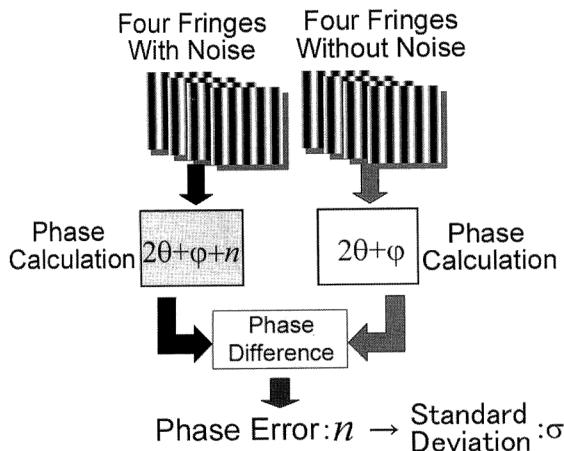


Fig. 5 Flowchart of computer simulation of a phase error of  $2\theta + \varphi$ .

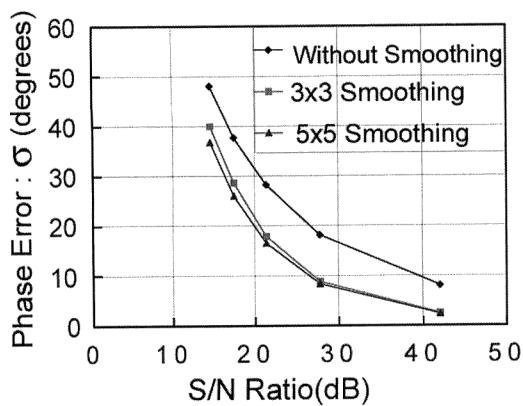


Fig. 6 Standard deviations of calculated phase errors due to intensity noises in interferograms used.

相を  $2\theta + \varphi$  とする。これらの位相差から位相ノイズ  $n$  を求め、その標準偏差  $\sigma$  を位相誤差とした。位相  $\varphi$  の誤差も同様にして求め、位相  $2\theta$  については、2つの位相  $2\theta + \varphi$ ,  $\varphi$  の位相差から位相誤差の標準偏差を求めた。干渉縞は、縦方向に 5 本の干渉縞を発生させ、干渉計の変化としては、干渉縞全面で  $30^\circ$  の一定バイアスを与えた。したがって、基本原理で述べたように、位相  $2\theta + \varphi$  には  $\varphi$  が一定なので式(8), (9)より計算不定な箇所は出現しない。一方、位相差  $\varphi$  には式(3), (4)から計算不定の箇所が現れることになる。計算不定箇所の処理としては、逆正接を計算するときの正弦・余弦値が  $(0, 0)$  のときには位相として 0 を出力した。したがって、誤差結果には計算不定の箇所の結果も含まれているが、その出現個数が少なく、誤差の分布がほぼガウス分布を示していることなどにより、上記のシミュレーションの結果を誤差の見積もりとした。

振幅ノイズに対する位相  $2\theta$  の誤差解析結果を Fig. 6 に示した。横軸が与えた振幅ノイズの強度を S/N 比で表

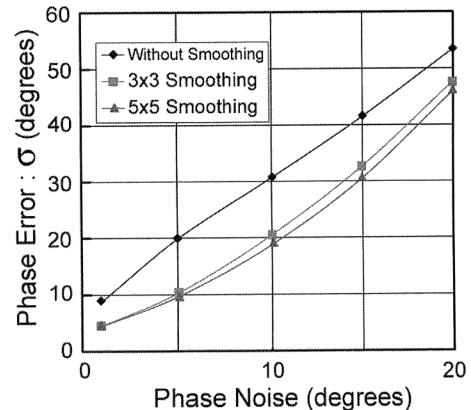


Fig. 7 Standard deviations of calculated phase errors due to phase errors in interferograms used.

してあり、縦軸が位相ノイズの標準偏差の値である。干渉縞はほぼ 255 レベルの振幅をもち、縞のコントラストはほぼ 1 である。ノイズレベルが 1 レベルのとき S/N 比は約 42[dB] であり、ノイズレベルが 20 レベルのときグラフ左端の S/N 比が約 13[dB] となる。空間平均 (smoothing) をしないときは、振幅ノイズ 40[dB] で、約  $8^\circ$  の位相誤差を生じるのがわかる。位相計算時における単純空間平均の効果を見るために、 $3 \times 3$  画素と  $5 \times 5$  画素の空間平均を使った結果を Fig. 6 の図中に示した。空間平均によって位相誤差がほぼ一様に  $6 \sim 7^\circ$  低減できているのがわかるが、画素数を  $3 \times 3$  より増やしても、あまり位相誤差は低減できないことがわかる。

次に、干渉縞の位相誤差による計算位相誤差解析の結果を Fig. 7 に示した。横軸が与えた位相誤差であり、土のランダムな位相の値を示している。縦軸が  $2\theta$  の計算位相誤差である。空間平均をしない場合、位相誤差  $1^\circ$  で約  $9^\circ$  の計算誤差が出ることがわかる。また、空間平均により  $4^\circ \sim 10^\circ$  の誤差の低減ができることがわかるが、空間平均の幅を大きくしてもあまり顕著な誤差の低減効果がないこともわかる。

## 6. 実験結果

実験により 2 章で述べた基本原理を確かめるために、よく用いられている位相シフト干渉計で簡単な実験を行った。この実験により、画素の位置合わせ以外の実験条件などが位相分布に与える影響などを検討した。実験配置図を Fig. 8 に示した。He-Ne レーザーからの直線偏光を偏光ビームスプリッター (PBS) により 2 分割し、参照ミラーと物体ミラーを照明する。それぞれのミラーから反射してきた光を再び PBS で合わせて干渉縞をつくり、これを TV カメラで撮像する。90° 位相シフトした干渉縞は、参

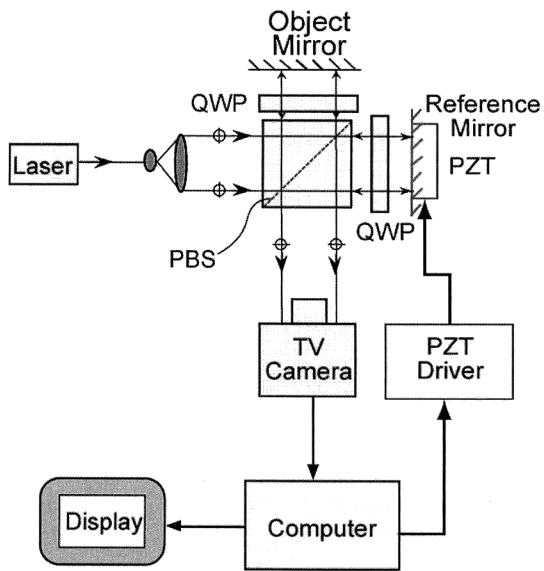


Fig. 8 A schematic diagram of a phase-shifting interferometer to evaluate the phase calculation method presented.

照ミラーに貼り付けたピエゾ素子 (PZT) に高電圧を印加することにより求めた。物体ミラーとしては、顕微鏡用スライドガラス上に石英をスパッターし、約  $1.3 \mu\text{m}$  のステップ状段差となるように製作した。さらに、その表面にアルミを蒸着しミラー面とした。撮像した干渉縞を Fig. 9 に示す。図の (a), (b) および (c), (d) が、それぞれ  $90^\circ$  位相がずれている。干渉計の変化としては、参照ミラーの一様変位とし、PZT に印加する定電圧で実現した。これらの干渉縞を用いて計算した位相分布を Fig. 10 に示した。位相計算には、 $5 \times 5$  の空間平均を用いた。図(a)が  $2\theta + \varphi$  に対応する位相分布であり、Fig. 9 の干渉縞と比べると、位相の飛び回数が 2 倍となって、より細かい分布になっているのがわかる。図(b) が位相差  $\varphi$  に対応する位相画像であり、一様な分布となっている。干渉縞間の  $90^\circ$  の位相設定誤差や、画像撮像中に外乱による位相変化や強度変化が大きくなると、計算不定箇所による誤差と考えられるノイズの大きな部分が画像中に現れてくる。この計算不定による誤差とは、式(3), (4) および式(8), (9) 最右辺の振幅部分が小さくなると、信号の S/N 比が悪くなるので、このところで大きな位相誤差が生じると考えられる。Fig. 10 図(c) が図(a) と (b) との引き算をした結果であり、物体形状に比例した位相分布を与える。この場合、参照面の一様な変位のみを与えているので、図(a) ももともとの干渉計の位相分布に比例していると考えてもよい。位相  $\varphi$  は一定値なので、式(8), (9) より図(a)の中には計算不定になる箇所はなく、ノイズの少ない位相が得られている。

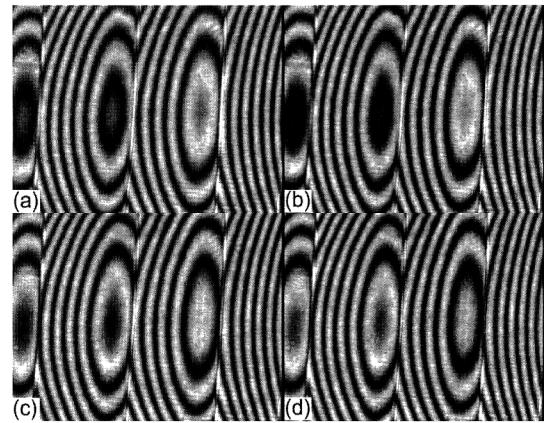


Fig. 9 Quadrature phase-shifting interferograms. (a), (b) Phase shifted fringes in one state of the interferometer. (c), (d) Phase shifted fringes after uniform displacement of the reference mirror.

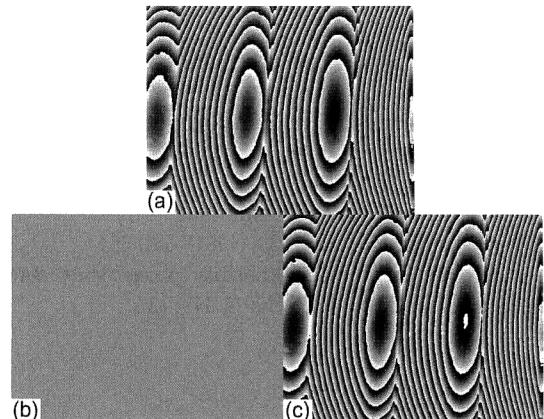


Fig. 10 Phase distribution calculated with fringe patterns shown in Fig. 9. Phase distributions proportional to (a)  $2\theta + \varphi$ , (b)  $\varphi$  which is the phase difference, (c)  $2\theta$  which is obtained by subtraction between the phases of  $2\theta + \varphi$  and  $\varphi$ . These phase distributions are obtained using the spatial smoothings of  $5 \times 5$  pixels before the phase calculations.

物体には  $1.3 \mu\text{m}$  のステップ状段差があるが、図 (a) または (c) の位相分布からは、このステップの段差は求められない。各ステップの面形状がどのようにになっているかはよくわかる。このようなステップ状の段差量を求めるには、二波長法などを応用することが考えられる。

## 7. ま と め

干渉計の 1 つの状態で  $90^\circ$  位相シフトした 2 枚の干渉縞を得ることによって、干渉計のもとの位相分布と、干渉計の変化前後の位相差分布を同時に求める手法を提案し、誤差を見積もった。干渉縞の使用枚数が少ないので、やはり従来の位相シフト干渉計で得られる位相計算法より誤差は大きくなる。最近、MEMS を用いた素子やセンサーが開発されているが、測定感度が高くしかも高速に動作解析が

行えれば、そういった分野の計測法としても本干渉計が貢献できると思われる。

今後は、計算不定箇所で誤差が大きくなる点を解消し、干渉計の外乱を積極的に利用した位相干渉計を検討することや、さまざまな干渉計への応用を検討し、簡便で高速測定が行えるさらなる干渉計の開発が課題となる。

## 文 献

- 1) J. E. Greivenkamp and J. H. Bruning: "Phase shifting interferometry," *Optical Shop Testing*, 2nd ed., ed. D. Malacara (John Wiley & Sons, New York, 1992) pp. 501–598.
- 2) O. Y. Kwon: "Multichannel phase-shifted interferometer," *Opt. Lett.*, **9** (1984) 59–61.
- 3) O. Y. Kwon, D. M. Shough and R. A. Williams: "Stroboscopic phase-shifting interferometry," *Opt. Lett.*, **12** (1987) 855–857.
- 4) L. Mertz: "Complex interferometry," *Appl. Opt.*, **22** (1983) 1530–1534.
- 5) D. Colucci and P. Wizinowich: "Millisecond phase acquisition at video rates," *Appl. Opt.*, **31** (1992) 5919–5925.
- 6) R. Onodera and Y. Ishii: "Frame rate phase-shifting interferometer with a frequency-modulated laser diode," *Opt. Eng.*, **38** (1999) 2045–2049.
- 7) R. Smythe and R. Moore: "Instantaneous phase measuring interferometry," *Opt. Eng.*, **23** (1984) 361–364.
- 8) C. L. Koliopoulos: "Simultaneous phase shift interferometer," *Proc. SPIE*, **1531** (1991) 119–127.
- 9) C. L. Koliopoulos and M. Jensen: "Real-time video rate phase processor," *Proc. SPIE*, **2003** (1993) 264–268.
- 10) N. Bareket: "Three-channel phase detector for pulsed wavefront sensing," *Proc. SPIE*, **551** (1985) 12–16.
- 11) J. Roehrig, P. Ehrensberger and M. Okamura: "High speed, large format wavefront sensor employing hexflash phase analysis," *Proc. SPIE*, **1163** (1989) 44–50.
- 12) L. Mertz: "Real-time fringe-pattern analysis," *Appl. Opt.*, **22** (1983) 1535–1539.
- 13) S. Nakadate and M. Isshiki: "Real-time fringe pattern processing and its applications," *Proc. SPIE*, **2544** (1995) 74–86.
- 14) K. Onuma, K. Tsukamoto and S. Nakadate: "Application of real time phase shift interferometer to the measurement of concentration field," *J. Cryst. Growth*, **129** (1993) 706–718.
- 15) K. Tsukamoto, E. Yokoyama, S. Maruyama, K. Maiwa, K. Shimizu, R. F. Sekerka, T. S. Morita and S. Yoda: "Transient crystal growth rate in microgravity," *J. Jpn. Soc. Microgravity Appl.*, **15** (1998) 2–9.
- 16) K. Tsukamoto, C. Li, H. Kobatake and T. Maki: "In situ observation of crystal growth in microgravity," *J. Jpn. Soc. Microgravity Appl.*, **18** (2001) 190–196.
- 17) S. Maruyama, T. Shibata and K. Tsukamoto: "Measurement of diffusion fields of solutions using real-time phase-shift interferometer and rapid heat-transfer control system," *Exp. Therm. Fluid Sci.*, **19** (1999) 34–48.
- 18) D. Malacara: "Twyman-Green interferometer," *Optical Shop Testing*, 2nd ed., ed. D. Malacara (John Wiley & Sons, New York, 1992) pp. 77–86.