

## 波長変換の描き方 (2)

光学工房では2回にわたり、第二高調波発生 (second harmonic generation: SHG) をビジュアルに描く方法を紹介しています。今回は、SHGの源となる非線形分極について、その異方性を表現する三次元ベクトルマップ表示を紹介しました。さて、効率的なSHGが起こるためには、大きな非線形分極が誘起されるだけでなく、位相整合条件が満たされる必要があります。一方で、位相整合条件が満たされないときには、基本波に三次相当の非線形効果が誘起されるという興味深い現象が起こります。今回は、位相整合条件の違いに応じて変化する光波の振る舞いを、フェイザー (phasor) 表示<sup>1,2)</sup>を使って描いてみましょう。

## 二倍波の発展

まず、フェイザー表示について簡単に復習しましょう。基本波と二倍波の光電場を次の規格化振幅で表します。

$$a_{1,2}(z,t) = (1/2)A_{1,2}(z)\exp[i(k_{1,2}z - \omega_{1,2}t)] + c.c \quad (1)$$

ここで、 $a_{1,2}$ はその二乗が光強度となるように規格化した振幅、 $k_{1,2}$ は波数、 $\omega_{1,2}$ は角周波数 (添え字1,2はそれぞれ基本波と二倍波に対応) です。いま、複素振幅  $A_{1,2}$  を

$$A_{1,2}(z) = |A_{1,2}(z)|\exp[i\Phi_{1,2}] \quad (2)$$

のように表すと、振幅  $|A_{1,2}(z)|$  と位相  $\Phi_{1,2}$  の情報は、二次元ベクトル ( $\text{Re}[A_{1,2}(z)]$ ,  $\text{Im}[A_{1,2}(z)]$ ) として表現できることがわかります。このように複素振幅を複素平面上のベクトルとして表したものがフェイザーです。SHG過程での複素振幅  $A_{1,2}$  の発展は、基本波が単一の偏光成分からなる場合、次の結合波方程式によって表されます。

$$\begin{cases} \frac{dA_1}{dz} = i\frac{\omega_1 d_{\text{eff}}}{cn_1} A_1^* A_2 \exp(+i\Delta kz) & (3a) \\ \frac{dA_2}{dz} = i\frac{\omega_2 d_{\text{eff}}}{2cn_2} A_1^2 \exp(-i\Delta kz) & (3b) \end{cases}$$

ここで、 $c$ は光速、 $d_{\text{eff}}$ は有効非線形光学定数、 $\Delta k = k_2 - 2k_1$ は波数不整合量です。位相整合条件  $\Delta k = 0$ は、基本波と二倍波の位相速度の一致に対応します。

さて、基本波の変化を無視 ( $A_1 = |A_1(0)|$ ) して、二倍波の光電場の発展を考えましょう。式 (3b) の右辺をみると、 $z=0$ において発生する二倍波は、虚

数  $i$  の寄与から基本波に比べて90度だけ位相が遅れることがわかります。これは、虚数軸の正方向に向くフェイザーとして表現されます。位相整合が満たされていない場合 ( $\Delta k \neq 0$ )、位置  $z$  において発生する二倍波は、 $z=0$ で発生した二倍波とは  $\Delta kz$ だけ異なる位相をもちます。これらが次々と足し合わされるため、二倍波のフェイザーは図1(a)の実線のように円弧を描きながら発展し、半円となる  $z = l_c = \pi/\Delta k$ で最大、一周した  $z = 2l_c$ でゼロとなります。これに対し、位相整合条件 ( $\Delta k = 0$ ) では位相  $\Delta kz$ が常にゼロなので、各点で発生する二倍波は互いに同位相となり二倍波は図1(b)のように効率的に成長するのです。

一般には、結晶の複屈折を使って位相整合を達成しますが、複屈折を利用せずに基本波から二倍波へのエネルギーの流れを保つ「擬位相整合」と呼ばれる手法もあります。非線形感受率を周期的に変調する方法では、二倍波のフェイザーは次々と半円を連ねるように実数軸方向へ伸びていきます (図2(a)の点線)。このとき、二倍波の振幅は、フェイザーの描く軌跡 (半円) に比べて  $2/\pi$  の効率で成長するのです。

## 非線形位相シフトの発生：光カー効果の模倣

次に、基本波の変化に目を向けてみましょう。図2(a, b, c)はそれぞれ、3つの異なる位相不整合条件 ( $\Delta kL = 1, 10, 50$ , ただし伝搬長  $L$  と光強度は一定とする) で結合波方程式 (3a, 3b) を数値計算した結果です。実線は基本波のフェイザーが伝搬にともなって描く軌跡を、点線は二倍波のそれを表しています。また、図中の1, 2, 3 (1', 2', 3') は基本波 (二倍波) のフェイザーが描く軌跡の順序を表しています。図からわかる通り、位相不整合条件では

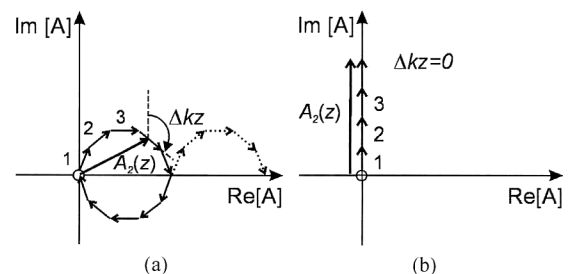


図1 二倍波の光電場の発展。(a)  $\Delta kz \neq 0$ , (b)  $\Delta kz = 0$ . 番号1, 2, 3...に対応する短い矢印は、順次発生する二倍波を表す。

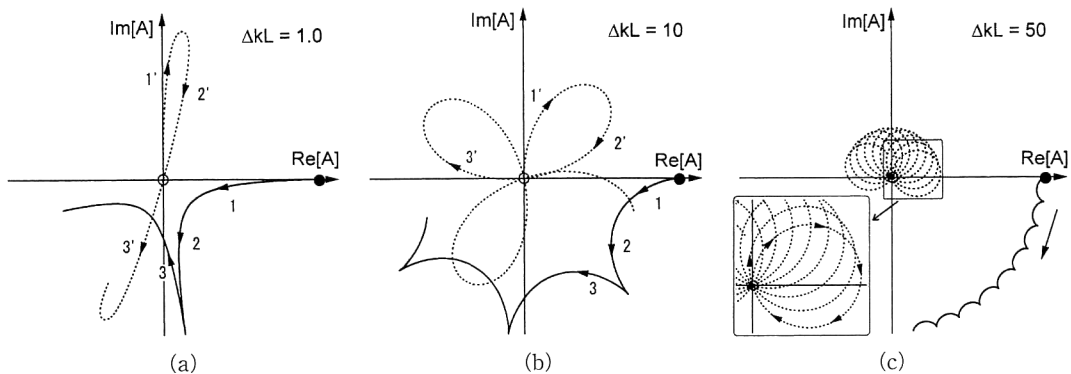


図2 Phasorが描く軌跡（実線：基本波，点線：二倍波）．(a)  $\Delta kL=1.0$ ，(b)  $\Delta kL=10$ ，(c)  $\Delta kL=50$ ．

基本波は振幅の増減を繰り返しながら位相を変化させます．このような振る舞いは，式 (3a) から理解できます．まず，入射直後に差周波発生 ( $2\omega - \omega \rightarrow \omega$ ) によって発生する基本波は，二倍波の位相 ( $\sim 90$ 度) と虚数  $i$  からの寄与により  $180$ 度の位相をもちます．つまり，実数軸の正方向に向く基本波のフェイザーに，逆向きのベクトルが足し合わされて，その長さが縮みます．ところが，伝搬とともに  $\Delta kz$  の位相が蓄積すると，基本波に足し合わされるベクトルの向きが変化するため，基本波のフェイザーは長さを変化させながら回転するのです．この位相変化は一様ではなく，特に基本波の振幅が極小となる位置で，基本波のフェイザーに直交するベクトルが足し合わせるため，急峻な位相変化が起こります．

この SHG と差周波発生の繰り返し（カスケードイング）により基本波に誘起される位相シフトは，三次非線形効果である光カー効果とよく似ています．光カー効果では光強度に比例した屈折率変化が誘起されるため，光波のフェイザーは，その長さを保ちながら光強度に応じた速度で回転します．SHG 過程での基本波の振る舞いは，振幅の変化をとまなうものの，光強度に依存した位相シフトが起こるという点で光カー効果を模倣しているといえるのです．

この非線形位相シフトの興味深い点は，三次相当の非線形効果が必要とされる応用に，二次非線形効果からアプローチできる点です．その際だった特徴として，位相シフトの符号と大きさを簡単に制御で

きる事が挙げられます． $\Delta k$  を変化させると発生する位相シフトの大きさが変化することは図2でみた通りですが，さらに  $\Delta k$  の符号を逆転させるとフェイザーの回転方向が反転するのです．このような特徴を生かすと光-光スイッチ，ソリトン伝搬，パルス圧縮などを実現することが知られています<sup>3,4)</sup>．

フェイザー表示を眺めることで，SHG 過程での光波の振る舞いを明快にイメージできたでしょうか．

後半で紹介した非線形位相シフトについてはあまりなじみがないかもしれませんが，結晶のちょっとした温度変化や角度のずれによって起こる，意外と身近な現象です．空間的な強度分布をもつビームを考えると，自己収束が起こって結晶が破壊される…なんてこともあり得る話です．だとすると，このような「波長変換の裏事情」も知っておいて損にはならないでしょう．

（東京大学生産技術研究所 芦原 聡）

## 文 献

- 1) Phasor 表示については，例えば E. Hecht: *Optics (4th Edition)* (Addison Wesley, 2002) に詳しい．
- 2) Phasor を使った SHG の表現は，例えば A. Yariv: *Optical Electronics in Modern Communications (5th Edition)* (Oxford University Press, 1997) にも記載されている．
- 3) G. I. Stegeman *et al.*: *Opt. Quantum Electron*, **28** (1996) 1691-1740．
- 4) 芦原 聡ほか：レーザー研究，**32**, (2004) 170-172．