

大気擾乱媒質中を伝搬する部分的コヒーレント光ビームの諸特性

白井智宏

Properties of Partially Coherent Beams Propagating through Atmospheric Turbulence

Tomohiro SHIRAI

The propagation of laser beams through atmospheric turbulence is a subject of considerable importance for many applications, such as remote sensing and free-space optical communications. However, fully coherent laser beams are very sensitive to the properties of the medium through which they propagate and, as a consequence, they broaden on propagation through atmospheric turbulence. The spatial broadening of the beam is a limiting factor in most applications. For this reason, in recent years, the propagation of partially coherent beams rather than fully coherent ones have been studied theoretically to show that under certain circumstances partially coherent beams are less affected by atmospheric turbulence than are fully coherent laser beams. In this paper, we review some of the recent findings obtained in these studies.

Key words: partially coherent beams, atmospheric propagation, coherence theory

大気擾乱媒質中を伝搬する光ビームの諸特性は、リモートセンシングや空間光通信の基礎として、おもに空間的にコヒーレントなレーザービームを対象として研究されてきた^{1,2)}。これらの応用分野では、一般に、その光ビームは大気擾乱媒質の影響を受けずに伝搬することが期待されている。しかし、空間的にコヒーレントな光波ほどランダムな散乱媒質の影響を受けやすく、伝搬する光ビームの歪みや広がり効果を無視できないことが経験的にも直感的にもよく理解される。そのため、これらの問題を解決する手段として空間的に部分的コヒーレントな光ビームの利用が考えられるが、このような視点に基づく研究はこれまでにあまり注目されてこなかった。

しかし90年代に入り、大気擾乱媒質中を伝搬する部分的コヒーレント光ビームの振る舞いが計算機シミュレーションにより評価されたことから^{3,4)}、改めてこの分野における部分的コヒーレント光ビームの重要性が認識されたように思われる^{5,6)}。以上を背景として、筆者らは大気擾乱媒質中を伝搬する部分的コヒーレント光ビームの諸特性を

現代的なコヒーレンス理論に基づき解析し、関連する諸現象の理論的解明を目指す研究を進めてきた。本稿では、これらの研究の最近の成果を概説する。

1. 大気擾乱媒質中を伝搬する部分的コヒーレント光ビームの広がり

1.1 問題の定式化

大気擾乱媒質を伝搬する光ビームの解析には、条件に応じた基本方程式の適切な選択が必要となる⁷⁾。本研究では、伝搬する光波の振幅ゆらぎが小さい場合でも大きい場合でも適用が可能であり、さらに現象に対する直感的な理解が得られやすい拡張型ホイヘンス・フレネルの原理 (extended Huygens-Fresnel principle) に基づく理論解析を行う⁸⁾。

図1に示すように、部分的コヒーレント光ビームを大気擾乱媒質に入射させ、伝搬距離 z の位置で観測する問題を考えよう。このとき、拡張型ホイヘンス・フレネルの原理により、伝搬後の光波の振幅 U は、入射光の振幅 $U^{(0)}$

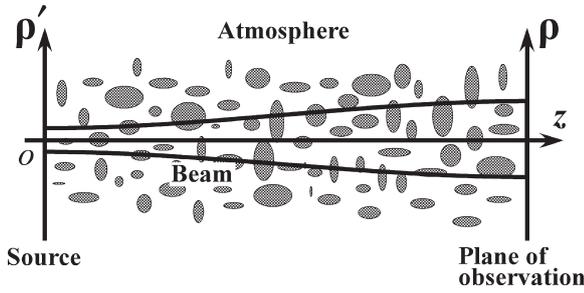


図1 大気擾乱媒質中を伝搬する光ビームの解析のための概念図。

を用いて

$$U(\boldsymbol{\rho}, z, \omega) = -\frac{ik \exp(ikz)}{2\pi z} \int U^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) \times \exp\left[ik \frac{(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')^2}{2z}\right] \exp[\psi(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}', z)] d^2\rho' \quad (1)$$

と記述される。ここで、 $\boldsymbol{\rho} \equiv (x, y)$ および $\boldsymbol{\rho}' \equiv (x', y')$ は二次元の位置ベクトル、 $k = \omega/c$ は波数 (ω : 角周波数, c : 真空中での光速)、 ψ は擾乱媒質の性質に依存する位相関数である。その結果、平均化された伝搬後の光ビーム強度 (厳密には、スペクトル密度) は

$$\begin{aligned} \langle S(\boldsymbol{\rho}, z, \omega) \rangle_m &\equiv \langle U^*(\boldsymbol{\rho}, z, \omega) U(\boldsymbol{\rho}, z, \omega) \rangle_m \\ &= \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \int d^2\rho'_1 \int d^2\rho'_2 \langle U^{(0)*}(\boldsymbol{\rho}'_1, \omega) U^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_2, \omega) \rangle \\ &\quad \times \exp\left[-ik \frac{(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'_1)^2 - (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'_2)^2}{2z}\right] \\ &\quad \times \langle \exp[\psi^*(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}'_1, z) + \psi(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}'_2, z)] \rangle_m \end{aligned} \quad (2)$$

となる。ここで、 $\langle \dots \rangle$ は波動場自身に対する統計平均を、 $\langle \dots \rangle_m$ は大気擾乱媒質に対する統計平均を、 $*$ は複素共役を表している。式(2)の被積分関数の第1項目は入射光ビームの相互スペクトル密度である。また、同関数の最後の項は、大気の屈折率ゆらぎの空間的パワースペクトル Φ_n を用いて

$$\begin{aligned} \langle \exp[\psi^*(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}'_1, z) + \psi(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}'_2, z)] \rangle_m \\ = \exp\left[-4\pi^2 k^2 z \int_0^\infty \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) [1 - J_0(\kappa \xi |\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2|)] d\kappa d\xi\right] \end{aligned} \quad (3)$$

と記述される^{9,10)} (J_0 : 0次の第1種ベッセル関数)。

以下の解析では、数学的な取り扱いを単純化し現象に対する理解をより深めることを目的として、ガウス型シェルモデル (Gaussian Schell-model: GSM) 光源¹¹⁾ から放射された部分的コヒーレント光ビーム (GSM ビーム) に限定した議論を行う。GSM 光源とは、光源の強度分布がガウス関数

$$S^{(0)}(\boldsymbol{\rho}, \omega) = A \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\rho}^2}{2\sigma_s^2}\right) \quad (4)$$

で与えられ、さらにその二次の空間的相関関数が2点の差にのみ依存するガウス関数

$$\mu^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2, \omega) = \exp\left[-\frac{(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2}{2\sigma_\mu^2}\right] \quad (5)$$

で与えられる部分的コヒーレント光源モデルである。そのため、この GSM 光源の相互スペクトル密度は

$$W^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) = A \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\rho}_1^2 + \boldsymbol{\rho}_2^2}{4\sigma_s^2}\right) \exp\left[-\frac{(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2}{2\sigma_\mu^2}\right] \quad (6)$$

となる。ここで、 A 、 σ_s 、 σ_μ はそれぞれ正の定数であり、 σ_s は光源強度の広がり幅を、 σ_μ はその空間的コヒーレンスの広がり幅を表す。

式(3)と式(6)を式(2)に代入して積分を実行すると、

$$\langle S(\boldsymbol{\rho}, z, \omega) \rangle_m = \frac{A}{\Delta^2(z)} \exp\left[-\frac{\boldsymbol{\rho}^2}{2\sigma_s^2 \Delta^2(z)}\right] \quad (7)$$

が導出される¹²⁾。ここで

$$\begin{aligned} \Delta(z) &= \left\{1 + \frac{1}{(k\sigma_s)^2} \left(\frac{1}{4\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_\mu^2}\right) z^2\right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\sigma_s^2} \left[\frac{2}{3}\pi^2 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa\right] z^3\right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (8)$$

である。したがって、

$$w(z) \equiv \left[\frac{\int \boldsymbol{\rho}^2 \langle S(\boldsymbol{\rho}, z, \omega) \rangle_m d^2\rho}{\int \langle S(\boldsymbol{\rho}, z, \omega) \rangle_m d^2\rho}\right]^{1/2} \quad (9)$$

で定義されるビームの広がり幅 (rms 幅) を評価すると

$$\begin{aligned} w(z) &= \left\{2\sigma_s^2 + \frac{2}{k^2} \left(\frac{1}{4\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_\mu^2}\right) z^2\right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{4}{3}\pi^2 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa\right] z^3\right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (10)$$

となる。

式(10)から、大気擾乱媒質中を伝搬する GSM ビームの空間的な強度広がり起源を物理的に説明することができる。すなわち、式(10)において、 z^2 を含む項は回折に伴うビーム広がりを、 z^3 を含む項は大気の擾乱に伴うビーム広がりを表している。そのため、大気擾乱媒質のモデル Φ_n を決定し、光源のコヒーレンス σ_μ を変化させて、 z^2 を含む項と z^3 を含む項の大小関係を伝搬距離 z の関数として比較することにより、部分的コヒーレント光ビーム (厳密には、GSM ビーム) の耐擾乱性を定量的に評価することができる。さらに、2章で議論するように、この式から大気擾乱媒質中を伝搬する部分的コヒーレント光ビームの特徴的な振る舞いが明らかとなる。

なお、式(10)を一般化すると、大気擾乱媒質中を伝搬

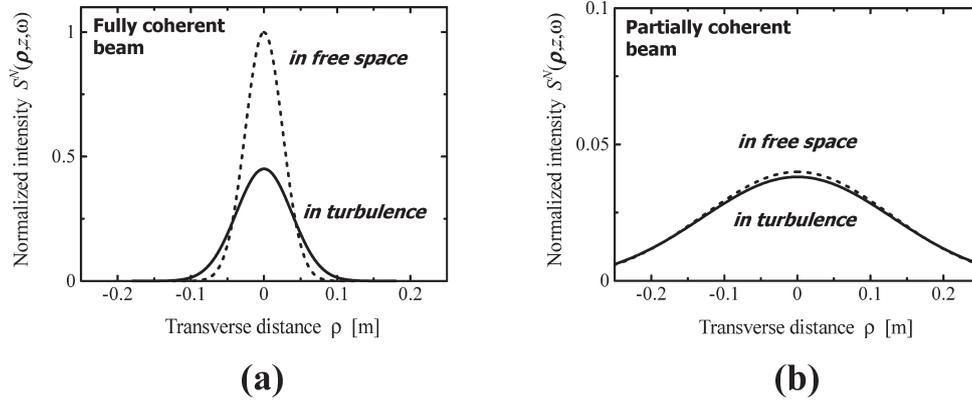


図2 自由空間および大気擾乱媒質中を伝搬した光ビームの断面の規格化強度分布. (a) レーザービーム, (b) 部分的コヒーレント光ビーム (GSM ビーム). この図の解析には, $k=10^7 \text{ m}^{-1}$ ($\lambda=628 \text{ nm}$), $C_n^2=10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ (ただし, 自由空間では $C_n^2=0$), $l_0=0.01 \text{ m}$, $\sigma_s=5 \text{ mm}$, $\sigma_\mu=2 \text{ mm}$, $z=5000 \text{ m}$ を使用した.

する任意の部分的コヒーレント光ビーム^{*1}の広がりとは,

$$w(z) = \sigma_I \left\{ 1 + \frac{z^2}{z_R^2} + \frac{1}{\sigma_I^2} \left[\frac{4}{3} \pi^2 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa \right] z^3 \right\}^{1/2} \quad (11)$$

で与えられることが示されている^{5)*2}. ここで, σ_I は光源強度の rms 幅 (式 (9) の定義参照) を, z_R はレーリー長 (ビームの断面積が 2 倍に広がるまでに伝搬する距離) を表す.

1.2 数値例

部分的コヒーレント光ビームの耐擾乱性を示す数値例として, 大気擾乱媒質中を伝搬するレーザービームと部分的コヒーレント光ビームの断面強度を比較する. そのための準備として, 式 (7) で与えられる部分的コヒーレント光ビームの強度を, 空間的にコヒーレントなレーザービームが自由空間を伝搬した際に得られる光軸上の強度 (式 (7) を, $\rho=0$, $\Phi_n=0$, $\sigma_\mu \rightarrow \infty$ の条件で評価) で規格化する. さらに, 大気擾乱媒質のモデルとして Tatarskii スペクトル

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3} \exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2}\right) \quad (12)$$

を仮定する. ここで, C_n^2 は大気の屈折率ゆらぎの構造定数であり, $\kappa_m=5.92/l_0$ (l_0 : 大気ゆらぎの内側のスケール (inner scale)) である. 構造定数 C_n^2 の値は, 大気ゆらぎのない自由空間では $C_n^2=0$ となるが, 一般に地表付近では, $10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ (強いゆらぎ) $\sim 10^{-17} \text{ m}^{-2/3}$ (弱いゆらぎ) の範囲をとる¹³⁾.

結果の一例として, 上記の方法で評価されるビーム断面の規格化強度を図 2 に示す. 図より, 空間的にコヒーレントなレーザービーム ($\sigma_\mu \rightarrow \infty$ に相当) が大気擾乱媒質中を伝搬すると, その強度は自由空間を伝搬する場合に比べてかなり低下し, かつビーム断面の強度が空間的に広がる様子が明らかである (図 2(a) 参照). 一方, 部分的コヒーレント光ビームについては, 大気擾乱媒質中でも自由空間中でも, ビーム断面の強度分布はあまり変化しないことがわかる (図 2(b) 参照).

2. 新しい定理

1 章の議論から, GSM 光源から放射された部分的コヒーレント光ビーム (GSM ビーム) は, 大気擾乱媒質中を伝搬する過程で回折と擾乱の影響を受けて空間的に広がり, その広がり幅は式 (10) で与えられることが明らかとなった. この式から, 比較的単純でありかつ実用的に重要な 2 つの定理が導出される^{14)*3}.

2.1 光ビームの長距離伝搬

伝搬距離 z が十分に大きい場合には, 一般に $1 \ll z^2 \ll z^3$ が成立する. この関係を式 (10) に適用すると, 以下の定理が導出される.

【定理 1】 大気擾乱媒質中を長距離伝搬した GSM ビームの rms 広がり幅は, その入射光ビームの特性に依存せず, 常に

$$w_{\text{long}}(z) = \left[\frac{4}{3} \pi^2 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa \right]^{1/2} z^{3/2} \quad (13)$$

^{*1} 厳密には, 光源の空間的相関が 2 点の差のみ依存するシェルモデル光源から放射された部分的コヒーレント光ビーム.

^{*2} 文献 5) の式 (29) の係数には誤りがある. 正しくは, $2\pi^2/3$ ではなく $4\pi^2/3$ である.

^{*3} 文献 14) では, GSM 光源の強度広がり幅の定義が本稿と異なるため, 結果の数学的表現式の一部が本稿と異なることに注意する必要がある.

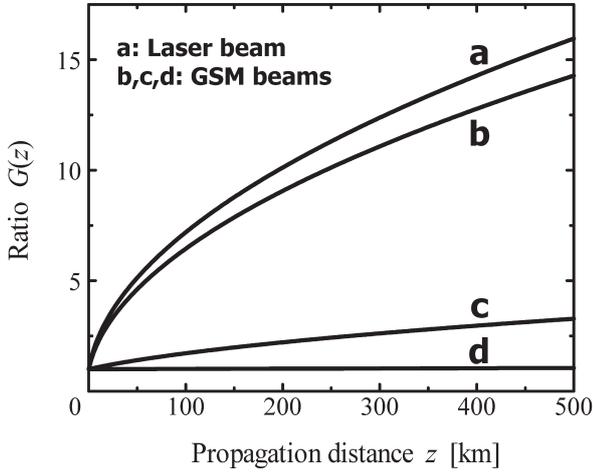


図3 伝搬に伴う GSM ビームの広がり幅の比 $G(z) \equiv w(z)/w_F(z)$ ($w(z)$: 大気擾乱媒質中を伝搬する GSM ビームの広がり幅, $w_F(z)$: 自由空間を伝搬する GSM ビームの広がり幅). a: $\sigma_\mu \rightarrow \infty$ (レーザービーム), b: $\sigma_\mu = 2$ cm, c: $\sigma_\mu = 2$ mm, d: $\sigma_\mu = 0.2$ mm. その他の共通パラメータとして, $k = 10^7 \text{ m}^{-1}$ ($\lambda = 628 \text{ nm}$), $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ (ただし, 自由空間では $C_n^2 = 0$), $l_0 = 0.01 \text{ m}$, $\sigma_s = 5 \text{ mm}$ を使用した.

で与えられる.

この定理に記されている「長距離」の具体的な数値を評価しよう. 式(13) が成り立つためには, 式(10) において右辺の第 1 項が第 3 項に比べて無視できるほど小さい条件

$$z \gg \left\{ 2\sigma_s^3 \left[\frac{4}{3} \pi^2 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa \right]^{-1} \right\}^{1/3} \equiv z_1 \quad (14)$$

と, 右辺の第 2 項が第 3 項に比べて無視できるほど小さい条件

$$z \gg \frac{2}{k^2} \left(\frac{1}{4\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_\mu^2} \right) \left[\frac{4}{3} \pi^2 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa \right]^{-1} \equiv z_2 \quad (15)$$

を同時に満たす必要がある. 式(12) を式(14) と式(15) に代入して整理すると, それぞれ

$$z_1 = \left(\frac{\sigma_s^2 l_0^{1/3}}{1.093 C_n^2} \right)^{1/3}, \quad z_2 = \frac{l_0^{1/3}}{1.093 C_n^2 k^2} \left(\frac{1}{4\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_\mu^2} \right) \quad (16)$$

を得る. 具体的な数値例として, 図 2 と同様のパラメータを使用すると, それぞれ $z \gg z_1 \approx 790 \text{ m}$, $z \gg z_2 \approx 51.2 \text{ km}$ となる. すなわち, この例の場合, 定理 1 は伝搬距離が 51 km よりも十分に長い場合に成立する.

式(13) には, 光源の強度分布と同時にコヒーレンスの情報も含まれていないことから, 大気擾乱媒質中を伝搬する光ビームは, 伝搬距離が十分に長ければ入射光ビームの空間的コヒーレンスに依存しないことが明らかである. その結果, 光ビームを大気中で十分に長く伝搬させる目的に限っては, 空間的にコヒーレントな高品質のレーザービームを使用する必要はなく, 部分的にコヒーレントな低品質のレーザービームでも, 独立した複数のレーザーの重ね合

わせでも全く同じ効果が得られることになる.

2.2 光ビームの安定性

図 2 の結果をより定量的に理解するために, 大気擾乱媒質中を伝搬する GSM ビームの広がり幅 $w(z)$ と自由空間を伝搬する GSM ビームの広がり幅 $w_F(z)$ の比 $W(z) = w(z)/w_F(z)$ を評価する. このとき, 自由空間では大気ゆらぎの構造定数が $C_n^2 = 0$ となることを考慮すると, 式(10) から

$$G(z) \equiv \frac{w(z)}{w_F(z)} = \left\{ 2\sigma_s^2 + \frac{2}{k^2} \left(\frac{1}{4\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_\mu^2} \right) z^2 + \left[\frac{4}{3} \pi^2 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa \right] z^3 \right\}^{1/2} / \left\{ 2\sigma_s^2 + \frac{2}{k^2} \left(\frac{1}{4\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_\mu^2} \right) z^2 \right\}^{1/2} \quad (17)$$

が導出される. この式において光源の空間的コヒーレンス σ_μ が小さくなると, ビーム広がり比 $G(z)$ も小さくなり, その値は最終的に 1 に近づくことがわかる. その結果, 以下の定理が導出される.

【定理 2】 大気擾乱媒質中を伝搬する GSM ビームの広がり幅 $w(z)$ と自由空間を伝搬する GSM ビームの広がり幅 $w_F(z)$ の比 $w(z)/w_F(z) \equiv G(z)$ は, 入射光ビームの空間的コヒーレンスが劣化するほど (つまり, σ_μ が小さくなるほど) 小さくなり, その値は最終的に 1 に近づく. すなわち, 空間的にインコヒーレントに近い光源から放射された部分的コヒーレント光ビームほど安定しており, 大気擾乱媒質中でもそのビーム広がり自由空間を伝搬する場合とほぼ同じとなる.

この定理によると, 安定した光ビームでは光源の空間的コヒーレンス σ_μ がきわめて小さな値をとることになる. しかし, 光源から光ビーム (鋭い指向性を持ち伝搬する光) が放射される条件として, 関係式

$$\frac{1}{2\sigma_s^2} + \frac{2}{\sigma_\mu^2} \ll k^2 \quad (18)$$

を満たす必要がある¹¹⁾.

数値例として, 式(17) に基づき, 伝搬に伴うビームの広がり幅の比 $G(z)$ の変化を図 3 に示す. 図より, 光源が空間的にインコヒーレントに近づくほど, 伝搬に伴う $G(z)$ の変化が少なく, その値はほぼ 1 を保ち続けることがわかる. すなわち, 安定した光ビームの伝搬が実現される.

3. 部分的コヒーレント光ビームの耐擾乱性のモード解析

大気擾乱媒質中を伝搬する部分的コヒーレント光ビーム

の耐擾乱性をさらに詳しく調べるために、伝搬に伴う光ビームの広がりをコヒーレント・モード展開を利用して解析する¹²⁾。ここで、コヒーレント・モードとは、本来は空間一周波数領域の相関関数である相互スペクトル密度を厳密に定義するために導入された概念である¹⁵⁾。しかし、多くの部分的コヒーレント光はコヒーレント・モードで展開でき、さらにこれらのモードは空間的に完全にコヒーレントでありかつ互いに相関がないことから、この概念を部分的コヒーレント光ビームの伝搬^{16,17)}や逆問題¹⁸⁾の解析に適用すると効果的であることが広く認識されるようになった。

ここでは前章までと同様に、GSM光源から放射されたGSMビームを大気擾乱媒質に入射し、伝搬距離 z の位置で観測する問題を考える。ただし、本章の議論では、GSM光源をコヒーレント・モードに展開し、大気擾乱媒質中を伝搬する個々のモードの広がりを、拡張型ホイヘンス・フレネルの原理に基づき解析する。

式(4)~(6)で定義されるGSM光源をコヒーレント・モード展開すると、その相互スペクトル密度は

$$W^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) = \sum_m \sum_n \alpha_{mn}(\omega) \phi_{mn}^{(0)*}(\boldsymbol{\rho}_1, \omega) \phi_{mn}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_2, \omega) \quad (19)$$

と記述される^{16,17)}。ここで、

$$\alpha_{mn}(\omega) = A \left(\frac{\pi}{a+b+\sqrt{a^2+2ab}} \right) \left(\frac{b}{a+b+\sqrt{a^2+2ab}} \right)^{m+n},$$

$$a = \frac{1}{4\sigma_x^2}, \quad b = \frac{1}{2\sigma_y^2} \quad (20)$$

であり、 m と n はモード番号を表す。また、コヒーレント・モード $\phi_{mn}^{(0)}$ は

$$\phi_{mn}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}, \omega) \equiv \phi^{(0)}(x, y, \omega) = B_{mn} H_m \left(\frac{\sqrt{2}}{d} x \right) H_n \left(\frac{\sqrt{2}}{d} y \right) \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{d^2} \right) \quad (21)$$

で与えられ(H_n, H_m :エルミート多項式),

$$B_{mn} = \frac{1}{d\sqrt{\pi} 2^{m+n-1} m! n!}, \quad d = \frac{1}{(a^2 + 2ab)^{1/4}} \quad (22)$$

である。以上の結果から、空間的に部分的コヒーレントなGSM光源は、空間的に完全にコヒーレントでありかつ互いに独立なエルミート・ガウス関数(モード)の重ね合わせで記述されることがわかる。

式(21)で与えられるモード関数 $\phi_{mn}^{(0)}$ を式(2)の $U^{(0)}$ に代入し、式(3)を利用すると、大気擾乱媒質を伝搬した各モードの強度分布が導出される。この強度分布の広がりを式(9)に基づき評価すると、最終的には、各モードの強度広がり幅(rms幅)として

$$w_{mn}(z) = \left\{ \left(\frac{m+n+1}{2} \right) d^2 \left[1 + \left(\frac{2}{kd^2} \right)^2 z^2 \right] \right\}^{1/2}$$

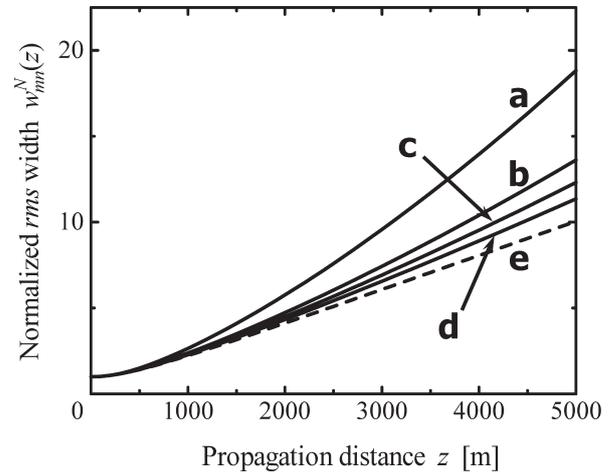


図4 大気擾乱媒質中を伝搬する各モードの相対的広がり幅。a: $m=n=0$, b: $m=n=1$, c: $m=n=2$, d: $m=n=4$, e: 自由空間におけるすべてのモード。この図の解析には、 $k=10^7 \text{ m}^{-1}$ ($\lambda=628 \text{ nm}$), $C_n^2=10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ (ただし、自由空間では $C_n^2=0$), $l_0=0.01 \text{ m}$, $d=0.01 \text{ m}$ を使用した。

$$+ \left[\frac{4}{3} \pi^2 \int_0^\infty \chi^3 \Phi(\chi) d\chi \right] z^3 \Big\}^{1/2} \quad (23)$$

を得る¹²⁾。各モードの相対的な広がりを評価するために、式(23)で与えられる伝搬距離 z での広がり幅 $w_{mn}(z)$ を伝搬前($z=0$)の広がり幅 $w_{mn}(0)$ で規格化すると、

$$w_{mn}^N(z) \equiv \frac{w_{mn}(z)}{w_{mn}(0)} = \left\{ 1 + \left(\frac{2}{kd^2} \right)^2 z^2 + \left[\frac{8\pi^2}{3(m+n+1)d^2} \int_0^\infty \chi^3 \Phi(\chi) d\chi \right] z^3 \right\}^{1/2} \quad (24)$$

となる。

最初に、式(24)に基づき、自由空間を伝搬する各モードの相対的な広がりを解析すると

$$w_{mn}^N(z)|_{FS} = \sqrt{1 + \left(\frac{2}{kd^2} \right)^2 z^2} \quad (25)$$

を得る。この式は、その右辺にモード番号(m, n)が含まれていないことから、自由空間を伝搬する各モードの相対的な広がりはすべて同じであることを表している。次に、1章と同様に大気モデルとしてTatarskiiスペクトルを仮定して、大気擾乱媒質中を伝搬する各モードの相対的広がりを評価する。その結果を図4に示す。図より、高次のモードほど、大気の擾乱による強度の相対的広がりが小さくなる様子が確認される。モード展開の理論によると、高次モードが増加するほど、それらの重ね合わせによって形成される場の空間的コヒーレンスは低下することが知られている。その結果、空間的コヒーレンスが悪い光ビームほどそこに含まれる高次モードが多くなるため、低次のモードが多く含まれる空間的コヒーレンスの高い光ビー

ムに比べて、最終的なビームの相対的広がり小さくなる。すなわち、高次モードが多く含まれる空間的にインコヒーレントに近い光ビームほど、ビームの断面強度が相対的に広がりにくく、耐擾乱性にすぐれているといえる。

本稿では、大気擾乱媒質中を伝搬する部分的コヒーレント光ビームの諸特性を、現代的なコヒーレンス理論に基づき解析した。特に、大気擾乱媒質中を伝搬する部分的コヒーレント光ビームが、空間的にコヒーレントなレーザービームに比べて耐擾乱性にすぐれていることを、いくつかの異なる視点から理論的に示してきた。これらの結果から、今後はリモートセンシングや空間光通信等の応用分野において、部分的コヒーレント光ビームの積極的な活用が期待されよう。

一般に、大気の屈折率ゆらぎの空間的スケールは光の波長に比べて十分に大きいため、散乱に伴う偏光状態の変化を無視することができる。そのため、本稿では偏光を考慮しないスカラー理論に基づく解析を行った。しかし、最近構築されたコヒーレンスと偏光の統一理論¹⁹⁾に基づき波動場のベクトル性を考慮した理論解析を行うと、大気擾乱媒質中を伝搬する部分的コヒーレント光ビームの偏光状態が興味深い振る舞いを示すことがわかっている^{20,21)}。本稿で触れることのできなかつたこれらの研究を含めて、コヒーレンスと偏光を統一的に取り扱う理論的研究は、現在、その理論体系の整備とあわせて積極的に推進されている^{*4)}。

文 献

- 1) J. W. Strohbehn ed.: *Laser Beam Propagation in the Atmosphere* (Springer-Verlag, New York, 1978).
- 2) L. C. Andrews and R. L. Phillips: *Laser Beam Propagation through Random Media* (SPIE Press, Bellingham, 1998).
- 3) J. Wu: "Propagation of a Gaussian-Schell beam through turbulent media," *J. Mod. Opt.*, **37** (1990) 671-684.
- 4) J. Wu and A. D. Boardman: "Coherence length of a Gaussian-Schell beam and atmospheric turbulence," *J. Mod. Opt.*, **38** (1991) 1355-1363.
- 5) G. Gbur and E. Wolf: "Spreading of partially coherent beams in random media," *J. Opt. Soc. Am. A*, **19** (2002) 1592-1598.
- 6) S. A. Ponomarenko, J.-J. Greffet and E. Wolf: "The diffusion of partially coherent beams in turbulent media," *Opt. Commun.*, **208** (2002) 1-8.
- 7) A. Ishimaru: *Wave Propagation and Scattering in Random*

Media (IEEE Press, New York, 1997) Part IV.

- 8) R. L. Fante: "Wave propagation in random media: A systems approach," *Progress in Optics XXII*, ed. E. Wolf (Elsevier, Amsterdam, 1985) pp. 341-398.
- 9) L. C. Andrews and R. L. Phillips: *Laser Beam Propagation through Random Media* (SPIE Press, Bellingham, 1998) pp. 355-357.
- 10) L. C. Andrews and R. L. Phillips: *Laser Beam Propagation through Random Media* (SPIE Press, Bellingham, 1998) pp. 136-137.
- 11) L. Mandel and E. Wolf: *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995) pp. 276-287.
- 12) T. Shirai, A. Dogariu and E. Wolf: "Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence," *J. Opt. Soc. Am. A*, **20** (2003) 1094-1102.
- 13) L. C. Andrews and R. L. Phillips: *Laser Beam Propagation through Random Media* (SPIE Press, Bellingham, 1998) pp. 43-64.
- 14) M. Salem, T. Shirai, A. Dogariu and E. Wolf: "Long-distance propagation of partially coherent beams through atmospheric turbulence," *Opt. Commun.*, **216** (2003) 261-265.
- 15) L. Mandel and E. Wolf: *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995), pp. 213-223.
- 16) A. Starikov and E. Wolf: "Coherent-mode representation of Gaussian Schell-model sources and of their radiation fields," *J. Opt. Soc. Am.*, **72** (1982) 923-928.
- 17) F. Gori: "Mode propagation of the field generated by Collett-Wolf Schell-model sources," *Opt. Commun.*, **46** (1983) 149-154.
- 18) T. Habashy, A. T. Friberg and E. Wolf: "Application of the coherent-mode representation to a class of inverse source problems," *Inverse Probl.*, **13** (1997) 47-61.
- 19) E. Wolf: "Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams," *Phys. Lett. A*, **312** (2003) 263-267.
- 20) O. Korotkova, M. Salem and E. Wolf: "The far-zone behavior of the degree of polarization of electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence," *Opt. Commun.*, **233** (2004) 225-230.
- 21) M. Salem, O. Korotkova, A. Dogariu and E. Wolf: "Polarization changes in partially coherent electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence," *Wave. Random Media*, **14** (2004) 513-523.
- 22) E. Wolf: "Comment on 'Complete electromagnetic coherence in the space-frequency domain'," *Opt. Lett.*, **29** (2004) 1712.
- 23) T. Setälä, J. Tervo and A. T. Friberg: "Reply to comment on 'Complete electromagnetic coherence in the space-frequency domain'," *Opt. Lett.*, **29** (2004) 1713-1714.

(2005年6月15日受理)

*4 やや余談となるが、電磁場(ベクトル波動場)のコヒーレンス度の定義に関するWolf教授とFriberg教授の論争は興味深い。例えば、文献22, 23)参照。