# ランダム媒質のレーザー発振および局在モードの数値解析

藤原 英樹・笹木 敬司

## Numerical Analysis of Laser Operation and Localized Modes in a Random Medium

Hideki FUJIWARA and Keiji SASAKI

By use of a finite difference time domain method combined with rate equations, we analyzed the characteristics of laser action induced in a two-dimensional random medium. Calculating the pumping rate dependences and the medium size dependences of the laser actions, we confirmed that the lasing modes were determined depending on their Q factors and the spatial profiles of individual resonant modes. The results suggest the possibility to control the lasing mode induced in the medium.

Key words: random medium, localized mode, laser operation

光をナノメートルオーダーの微小空間に局在させる構造 として,フォトニック結晶や微小球がこれまで数多く報告 されているが、波長オーダーで不規則な屈折率分布構造を もつランダム媒質においても、多重散乱光の干渉効果によ り局所領域において高い光閉じ込め効率を実現できること が、レーザー発振等の観測により示されている1-5).この ランダム媒質の利点として、①光閉じ込めが可能、②作 製がきわめて容易,③形状やサイズの自由度が大きい, ④ 材料選択性が高い, ⑤ 非線形材料や機能性材料を容易 に取り込むことが可能,等が挙げられる。筆者らはこのよ うな点に注目し,新しい三次元微小光共振器構造として, 塗布するだけで機能発現可能な簡便かつ汎用性の高い光反 応場への応用を目指して研究を行っている。しかし、最大 の特徴である無秩序さのため,任意のモードを実現あるい は解析的に評価することは非常に困難である.本稿では, ランダム媒質中のレーザー発振挙動の解析を目的とし, レ ート方程式を組み込んだ時間領域差分(FDTD)法を用い て、 ランダム媒質の共鳴特性やレーザー発振特性の解析を 行った筆者らの研究について紹介する.

#### 1. レート方程式を組み込んだ時間領域差分法

二次元解析モデルとして,一辺 50 µm の計算領域内に 一辺 15 µm の散乱体分散領域を用意した。その領域に散 乱体として,直径 400 nm,屈折率 2.6 の誘電体円柱を充 塡率が約40%となるようにランダムに配置し、利得媒質 は周辺媒質中(屈折率1.0)にあると仮定した(図1).解 析プログラムは文献6、7をもとに作成し、マクスウェル 方程式に加え、利得媒質を表す分極方程式と反転分布密度 を計算する4準位のレート方程式を差分化することにより 計算を行った(式(1)~(3)).

$$\mathcal{\Delta} \times E = -\partial B/\partial t, \quad \mathcal{\Delta} \times H = \varepsilon \partial E/\partial t + \partial P/\partial t$$
(1)  
 
$$\partial^2 P/\partial t^2 + \mathcal{\Delta} \omega_a \partial P/\partial t + \omega_a^2 P = 6\pi \varepsilon_0 c^3/(\omega_a^2 \tau_{21}) (N_1 - N_2) E$$
(2)

$$\partial N_0 / \partial t = N_1 / \tau_{10} - PrN_0$$
  

$$\partial N_1 / \partial t = N_2 / \tau_{21} - N_1 / \tau_{10} - 1 / (\hbar \omega_a) E \partial P / \partial t$$
  

$$\partial N_2 / \partial t = N_3 / \tau_{32} - N_2 / \tau_{21} - 1 / (\hbar \omega_a) E \partial P / \partial t$$
  

$$\partial N_3 / \partial t = PrN_0 - N_3 / \tau_{32}$$
(3)

初期状態ではすべての分子は基底状態(N<sub>0</sub>)にあるとし, レート方程式中の励起レート(Pr)は領域全体にわたっ て一様であると仮定した.駆動光として十分弱いパルスで 領域全体を励振すると,レート方程式中の誘導放出・吸収 項が駆動され,計算が開始される.誘導放出・吸収の効果 は分極方程式を介してレート方程式およびマクスウェル方 程式へと戻される.励起レートが十分高く,誘導放出が支 配的になると,電界強度の増加や反転分布密度(N<sub>1</sub>-N<sub>2</sub>) の減少がみられ,一定時間経過後ほぼ一定となる(図1

北海道大学電子科学研究所(〒060-0812 札幌市北区北 12 条西 6 丁目) E-mail: fuji@es.hokudai.ac.jp



図1 (a) 二次元ランダム媒質の解析モデル, (b, c) 発振強 度および反転分布密度の時間変化.

(b), (c)). この状態を定常状態とし,各セルにおける電 界強度あるいは反転分布密度をプロットすることにより, おのおのの空間分布を得た. さらに,定常状態の時間ゆら ぎをフーリエ変換することによって発振スペクトルを計算 した.ただし,本解析では,自然放出過程を考慮しておら ず,発振閾値以上の状態についてのみ解析可能となるた め,スペクトル中のピークはすべて発振ピークを表す.計 算では,中心周波数 ( $\omega_a$ ) 281.3 THz,半値全幅 ( $\Delta\omega_a$ ) 16 THz の利得スペクトルを仮定し,各準位の寿命は有機色 素分子を仮定して, $\tau_{10}=10^{-11}$ , $\tau_{21}=10^{-9}$ , $\tau_{32}=10^{-12}$  sとし た.また,セルサイズ,時間ステップをそれぞれ 50 nm, 0.07 fs とし,吸収境界条件として Mur の二次吸収境界条 件を用いた.

### 2. ランダム媒質中レーザー発振の解析

図2は、励起レート(a)10<sup>6</sup>、(b)10<sup>7</sup>、(c)10<sup>8</sup>、(d)10<sup>9</sup> s<sup>-1</sup>とした場合のレーザー発振強度分布である。励起レー トの増加に伴い、発振スポット数やスポットの現れる領域 が拡大する様子が確認できる。このとき、各励起レートに おける反転分布密度や発振スペクトルを計算した結果、発 振領域の拡大に応じて、発振ピーク数の増加や反転分布の 飽和領域の拡大を確認した。さらに、発振スペクトルを利 得のない場合の共鳴スペクトルと比較すると、一部の共鳴 モードのみが発振していることが確認できた。

このような挙動を解析するため、これらの共鳴波長にお ける共鳴モード分布とQ値(=周波数×強度減衰時間)を 計算し、比較を行った。図2中の円は発振スペクトル中に 現れるいくつかの共鳴モードの大まかな分布を示してお り、数字は各モードのQ値を表す。それぞれ発振するモ ードに対応する共鳴モードが存在し、励起レートの増加に 伴い、高いQ値をもつモードから順に発振している様子 がわかる。さらに、発振しない他の共鳴モードも同様に計 算を行った結果、各共鳴モード分布が空間的に重なる場 合、Q値の高いモードが発振し、利得の飽和によってQ



図2 媒質サイズ  $15 \times 15 \mu m^2$  におけるレーザー発振強度分 布.励起レート (a) 10<sup>6</sup>, (b) 10<sup>7</sup>, (c) 10<sup>8</sup>, (d) 10<sup>9</sup> s<sup>-1</sup>.分布 はおのおのの最大値で規格化している.図(d) 中の円は各共 鳴波長における大まかな共鳴モードの分布の様子を示し、数 字は各モードのQ値を表す.





値の低い他のモードの発振が抑制される様子を確認できた。このような挙動は従来の実験的な観測ともよく一致することから、ランダム媒質におけるレーザー発振挙動を定性的に再現できていると考えられる<sup>3,4)</sup>.

次に、この媒質サイズに対するレーザー発振挙動の変化 について解析を行った。図3左図は、発振モード数が飽和 するほどに十分高い励起レート( $10^{10}$  s<sup>-1</sup>)において、媒 質サイズを(a) 25,(b) 15,(c) 5 µm と変化させたときの 媒質全体の発振スペクトルを示している。媒質サイズの変 化に対して、発振モード数が変化している様子が確認でき る.この発振ピーク数を媒質面積に対してプロットした結 果を図3(d)に示す。面積の大きい領域(約100 µm<sup>2</sup>以 上)では、発振モード数が面積に比例し、面積当りの発振 モード数がほぼ一定(約0.15 µm<sup>-2</sup>)となるようにレーザ 一発振が誘起されていることを確認した。これは、上述の



図4 ランダム媒員の中心に直径 600 nm の欠陥頑或を配直 した場合の (a) レーザー発振強度分布と (b) 中心点における 発振スペクトル.励起レート 10<sup>9</sup> s<sup>-1</sup>,充塡率 52% とした.

ように、モード間の競合によって単位面積当りの発振モー ド数が制限されるためであると理解できる。一方、サイズ の小さい領域では、局所的な構造の影響が強く表れてくる ため、この比例関係からはずれる、この挙動は、Q 値の サイズ依存性を同様に計算した結果において、約10 µm 以下では光局在を仮定した指数関数的な振る舞いからはず れる様子が確認されることから,干渉効果に寄与する散乱 体数の減少により光局在が起こらなくなっているためと理 解できる.この挙動をうまく使うと、サイズを制御するこ とによってほぼ単一モードのレーザー発振をランダム媒質 中で実現することができる(図3(b),(c)).実際,すで に Cao らによって、直径約1µmの酸化亜鉛ナノ微粒子 クラスターにおいて単一モード発振が観測されている4. また,筆者らも別の制御方法として,最適な散乱体密度を もったランダム媒質の中心付近に故意に散乱体を配置しな い"欠陥"領域を設けることによって、空間的に発振位置 を制御する方法について提案を行っている。図4は、充塡

率 52%,中心に直径 600 nm の欠陥領域を設けた媒質を高 い励起レート(10<sup>9</sup> s<sup>-1</sup>)で発振させた場合の,(a)強度分 布と(b)中心点における発振スペクトルを示している. 誌面の都合上詳細は省くが,ランダムさと高励起レートに 起因してスペクトル中には複数の発振モードが観測されて いるにもかかわらず,充填率 40%の場合とは異なり,発 振強度分布において中心の欠陥領域に局在したモードが優 先的に発振する様子が観測される.このことから,ランダ ム媒質内の欠陥領域を用いたレーザー発振モード制御の可 能性を示しているといえる.

#### 文 献

- N. M. Lawandy, R. M. Balachandran, A. S. L. Gomes and E. Sauvain: "Laser action in strongly scattering media," Nature, 368 (1994) 436-438.
- G. van Soest, M. Tomita and A. Lagendijk: "Amplifying volume in scattering media," Opt. Lett., 24 (1999) 306–308.
- H. Cao, J. Y. Xu, S. H. Chang and S. T. Ho: "Transition from amplified spontaneous emission to laser action in strongly scattering media," Phys. Rev. E, 61 (2000) 1985– 1989.
- H. Cao, Y. Ling, J. Y. Xu and C. Q. Cao: "Spatial confinement of laser light in active random media," Phys. Rev. Lett., 84 (2000) 5584-5587.
- H. Fujiwara and K. Sasaki: "Observation of upconversion lasing within a thulium-ion-doped glass powder film containing titanium dioxide particles," Jpn. J. Appl. Phys., 43 (2004) L1337-L1339.
- X. Jiang and C. M. Soukoulis: "Theory and simulations of random lasers," *Photonic Crystals and Light Localization in the 21st Century*, ed. C. M. Soukoulis (Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 2000) pp. 417-433.
- C. Vanneste and P. Sebbah: "Random laser in the localized regime," Phys. Rev. B, 66 (2002) 144202.

(2006年2月8日受理)