

# 有限要素時間領域ビーム伝搬法

辻 寧英・平山 浩一

## Finite Element Time Domain Beam Propagation Method

Yasuhide TSUJI and Koichi HIRAYAMA

Recently, lightwave behavior in nanostructures, represented by photonic crystal, attract great interest, and numerical simulation methods for such structures are highly required. Finite element time domain beam propagation method (FETD-BPM) is one of powerful time domain analysis methods. FETD-BPM is based on finite element discretization in space domain and arbitrary structures which have nanoscale structural variation can be easily treated. Compared to finite-difference time-domain (FDTD) method, FETD-BPM can use larger time step size and non-uniform mesh. In this report, we introduce a basic formulation and characteristics of FETD-BPM and show some numerical examples for photonic crystal waveguides.

**Key words:** finite element method, time domain beam propagation method, photonic crystal, adaptive mesh generation, oriented perfectly matched layer

近年、フォトニック結晶(PC)やナノ粒子に代表されるような複雑かつ微細な構造中での光波の振る舞いが注目を集め、その特性を明らかにするための数値解析法の開発も活発に行われている。光の伝搬・散乱を扱う解析法は周波数領域解法と時間領域解法に大別されるが、周波数領域の解析法としては有限要素法(FEM)、境界要素法、モーメント法、フーリエ変換法、時間領域解析としては時間領域有限差分(FDTD)法や時間領域ビーム伝搬法(TD-BPM)が広く用いられている<sup>1)</sup>。TD-BPMは、光波帯での変調周波数がキャリアの周波数よりも通常十分に低いことを利用して緩慢変化包絡線近似(SVEA)を用いているため、FDTD法に比べて時間方向の刻み幅を通常10倍以上にとることができる、計算の効率化を図れるとされている<sup>2,3)</sup>。TD-BPMは、空間の離散化によってさらにいくつかの方法があり、差分法(FDM)を用いたFDTD-BPM<sup>2)</sup>とFEMを用いたFETD-BPM<sup>3-7)</sup>が代表的である。

有限要素法(FEM)は任意形状への適用性にすぐれており、空間の離散化にFEMを用いたFETD-BPMでは、通常格子状にメッシュを切るFDTD法やFDTD-BPMに

対して、曲辺を含むような形状に対しても階段近似を用いることなく曲辺境界を取り扱うことができ、メッシュを空間的に不均一にすることで、解析精度を劣化させることなく計算の効率化を図ることができる。さらに、FETD-BPM解析においては、各時間ステップごとに界分布に合わせて不均一メッシュを更新することで、より少ない要素数での解析が可能となる<sup>8)</sup>。

また、FDTDやFEMなどの有限領域を取り扱う数値解析法においては、外部境界からのスプリアス反射を抑制するために吸収境界条件を置くのが一般的であり、完全整合層(PML)<sup>9,10)</sup>は無反射で光を吸収できるすぐれた吸収境界条件である。FETD-BPMでは任意方向に傾いた境界を作ることができるため、入出力導波路が座標軸と傾いた方向に向いている場合でも、導波路の方向に垂直にPML境界を設けることができる<sup>11)</sup>。

一方、FDTD法では時間方向への計算が簡単な代入計算であるのに対して、FETD-BPMでは最終的に行列方程式となるため、連立一次方程式を解く必要がある。行列計算の手法には直接法と反復法があり、直接解法としては

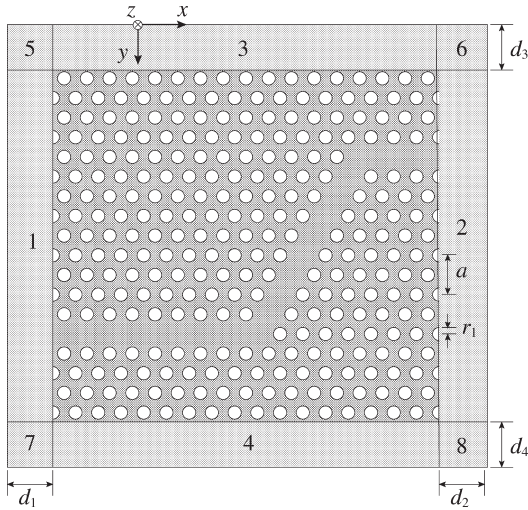


図1 問題の設定.

multifrontal 法<sup>12)</sup> のような FEM 行列の疎行列性を利用した高速計算のアルゴリズムが考えられている。直接法を用いると、構造が時間的に変化しなければ行列の分解計算が最初の1回で済むというメリットがあるが、構造が大きくなると莫大な計算機メモリーと計算時間が必要となり、特に三次元解析においてその傾向が強い。反復法<sup>13)</sup> を用いると、直接法に比べて必要とされるメモリーを大幅に減らすことができるが、計算速度は解の収束性により大きく異なる。最近では、質量行列を対角化して分解計算を必要としない FETD-BPM による計算の高速化も検討されている<sup>7)</sup>。

上述のような理由から、FETD-BPM は、波長より小さなサイズで構造が複雑に変化する PC や PC 導波路の解析に非常に有効な解析法であり、線形媒質のみならず、非線形媒質への応用<sup>5)</sup> も試みられている。以下では、FETD-BPM の原理、定式化および FETD-BPM に応用されるいくつかの技術について述べた後、具体的に PC 導波路に対するいくつかの計算例を示す。

## 1. 有限要素時間領域ビーム伝搬法 (FETD-BPM)

### 1.1 定式化

図1に示すような  $z$  方向に構造が一様な二次元光導波路不連続問題を考え、解析領域端の周囲に、反射波、透過波および放射波を無反射で吸収するための完全整合層 (PML) を装荷する。異方性の PML<sup>10)</sup> を考えると、誘電率および透磁率テンソルは PML 領域内において

$$[\epsilon]_{\text{PML}} = \epsilon_0 n^2 [A], \quad [\mu]_{\text{PML}} = \mu_0 [A] \quad (1)$$

$$[A] = |S|^{-1} [S] [S], \quad [S] = \begin{bmatrix} 1/s_x & 0 & 0 \\ 0 & 1/s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1/s_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

表1 PML パラメーター.

PML パラメーター	PML 領域							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$s_x$	$s_1$	$s_2$	1	1	$s_1$	$s_2$	$s_1$	$s_2$
$s_y$	1	1	$s_3$	$s_4$	$s_3$	$s_3$	$s_4$	$s_4$

$s_z = \text{PML 領域中すべてで } 1.$

ここに  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  は真空の誘電率, 透磁率,  $n$  は屈折率であり, PML パラメーター  $s_x$ ,  $s_y$ ,  $s_z$  は表1のように定義される。表1中の  $s_i (i=1, 2, 3, 4)$  の値は

$$s_i = 1 - j(\rho/d_i)^2 \tan \delta_i \quad (3)$$

で与えられる。ここに  $\rho$  は PML と解析領域の端からの距離,  $\delta_i$  は PML 終端 ( $\rho = d_i$ ) での損失角である。式(1), (2)を考慮すると、マクスウェルの方程式から、時間領域解析のための基本式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( p \frac{s_y}{s_z s_x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( p \frac{s_x}{s_y s_z} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) - \frac{s_x s_y}{s_z} \frac{q}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

を得る。ここに  $\Phi$ ,  $p$ ,  $q$  は TE モード, TM モードに対してそれぞれ

$$\Phi = E_z, \quad p=1, \quad q=n^2 \quad \text{for TE modes} \quad (5)$$

$$\Phi = H_z, \quad p=1/n^2, \quad q=1 \quad \text{for TM modes} \quad (6)$$

のように定義される。ここに  $E_z$ ,  $H_z$  はそれぞれ電界, 磁界の  $z$  方向成分,  $c$  は光速である。

キャリアー周波数を  $\omega_0$  として時間方向に緩慢変化包絡線近似 (SVEA)

$$\Phi(x, y, t) = \phi(x, y, t) \exp(j\omega_0 t) \quad (7)$$

を用い、式(7)を式(4)に代入すると

$$-\frac{s_x s_y}{s_z} \frac{q}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - 2j \frac{s_x s_y}{s_z} \frac{\omega_0 q}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( p \frac{s_y}{s_z s_x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( p \frac{s_x}{s_y s_z} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{s_x s_y}{s_z} \frac{\omega_0^2 q}{c^2} \phi = 0 \quad (8)$$

を得る。

空間領域全体を三角形二次曲辺要素を用いて分割し、 $\phi$  を各要素内において二次関数で近似すると

$$\phi = \{N\}^T \{\phi\}_e \quad (9)$$

となる。ここに  $\{\phi\}_e$  は各要素内節点における  $\phi$  の値からなるベクトル,  $\{N\}$  は形状関数ベクトルであり,  $T$  は転置することを意味する。

式(8)にガラーキン法を適用してすべての要素について重ね合わせると、2つの隣接要素間における電磁界の連続性から境界積分項は互いに打ち消し合うことになるので、以下の行列方程式が得られる。

$$\frac{1}{c^2}[M]\frac{d^2\{\phi\}}{dt^2}+2j\frac{\omega_0}{c^2}[M]\frac{d\{\phi\}}{dt}+\left([K]-\frac{\omega_0^2}{c^2}[M]\right)\{\phi\}=\{0\} \quad (10)$$

$$[K]=\sum_e\iint_e\left[p\frac{s_y}{s_zs_x}\frac{\partial\{N\}}{\partial x}\frac{\partial\{N\}^T}{\partial x}+p\frac{s_x}{s_ys_z}\frac{\partial\{N\}}{\partial y}\frac{\partial\{N\}^T}{\partial y}\right]dxdy \quad (11)$$

$$[M]=\sum_e\iint_e\frac{s_xs_y}{s_z}q\{N\}\{N\}^Tdxdy \quad (12)$$

ここに  $\{\phi\}$  はすべての節点における  $\phi$  の値からなるベクトルであり、 $\sum_e$  はすべての要素についての和を表す。

式 (10) は 2 階の微分方程式であり、2 階の差分式を用いて直接解くこともできるが<sup>4)</sup>、計算量を変えずに広帯域化が可能なパデ近似<sup>14)</sup>を用いることにする。式 (10) を形式的に

$$-2j\frac{\omega_0}{c^2}[M]\frac{d\{\phi\}}{dt}=\frac{\left([K]-\frac{\omega_0^2}{c^2}[M]\right)\{\phi\}}{1-\frac{j}{2\omega_0}\frac{d}{dt}} \quad (13)$$

と書き、 $d/dt$  に関する漸化式を用いて、式 (13) の右辺の分母の  $d/dt$  を

$$\frac{d}{dt}\simeq j\frac{c^2}{2\omega_0}[M]^{-1}\left([K]-\frac{\omega_0^2}{c^2}[M]\right) \quad (14)$$

のように近似すると、いわゆるパデ式

$$2j\frac{\omega_0}{c^2}[\tilde{M}]\frac{d\{\phi\}}{dt}+\left([K]-\frac{\omega_0^2}{c^2}[M]\right)\{\phi\}=\{0\} \quad (15)$$

が得られる。ここに行列  $[\tilde{M}]$  は

$$[\tilde{M}]=[M]+\frac{c^2}{4\omega_0^2}\left([K]-\frac{\omega_0^2}{c^2}[M]\right) \quad (16)$$

で与えられる。式 (15) の  $[\tilde{M}]$  を  $[M]$  で置き換えると、式 (15) はフレネル式になる。

式 (15) にクラック・ニコルソン法を適用すると、

$$[A]_i\{\phi\}_{i+1}=[B]_i\{\phi\}_i \quad (17)$$

$$[A]_i=-2j\frac{\omega_0}{c^2}[\tilde{M}]_i+0.5\Delta t\left([K]_i+\frac{\omega_0^2}{c^2}[M]_i\right) \quad (18)$$

$$[B]_i=-2j\frac{\omega_0}{c^2}[\tilde{M}]_i-0.5\Delta t\left([K]_i+\frac{\omega_0^2}{c^2}[M]_i\right) \quad (19)$$

のような逐次計算式が得られる。ここに  $\Delta t$  は時間の刻み幅、 $\{\phi\}_i$ 、 $\{\phi\}_{i+1}$  はそれぞれ  $i$  番目、 $(i+1)$  番目の時間ステップにおける界分布を表す。一般に、FDTD 法では時間方向の刻み幅  $\Delta t$  はクーラント条件により  $\Delta t < 1/c\sqrt{1/\Delta x^2+1/\Delta y^2}$  でなければいけないが<sup>5)</sup>、FETD-BPM では無条件安定の条件を満足しており SVEA を用いているため、通常  $\Delta t$  は FDTD に対して 10 倍以上大きくできる。一方、FDTD 法では時間方向の計算が簡単な代入計算で済むのに対して、FETD-BPM 解析では大規模行列

の連立一次方程式を解くことが必要になる。しかしながら、FEM 行列は一般に粗行列であり、粗行列からなる連立一次方程式の計算には multifrontal 法<sup>12)</sup>などの高速な計算アルゴリズムが考案されている。また、実際にはすべての時間ステップで連立一次方程式を解く必要はなく、左辺行列  $[A]_i$  の LU 分解を一度だけ計算しておけば、以降は簡単な代入計算によって解析が可能である。

## 1.2 アダプティブメッシュ

FEM は任意形状への適用が容易であり、曲辺要素を用いることでより少ない要素数で形状をより正確に表現することができるという特徴がある。また、要素分割の粗密を空間的に変えることで計算精度を劣化させることなく計算効率を改善することもでき、さらにこの要素分割を界分布の変化に応じて時間ステップごとに変えることもできる。ここでは、文献 8) で紹介されているアダプティブメッシュの生成法を FETD-BPM に適用する。各伝搬ステップごとに界分布から要素再分割のための重み関数を計算し、重みに従って要素分割を行う。ここでは、界分布の変化の大きな領域に対して大きな重みを設定するために、簡便に

$$w_e=\iint_e|\phi_2(x,y)-\phi_1(x,y)|dxdy \quad (20)$$

のように要素の重みを計算している<sup>8)</sup>。ここに  $\phi_1$ 、 $\phi_2$  はそれぞれ一次要素、二次要素で界を近似したときの界分布を表す。各時間ステップにおいて有限要素分割を更新すると、式 (17) 中の行列  $[A]_i$  もまた更新されるため新たに行列の LU 分解が必要となり計算効率が劣化するが、全体の節点数は大幅に減らすことができるため、解析領域が広くなるときや行列計算に Bi-CGSTAB 法<sup>13)</sup>などの反復計算を用いるときには、計算効率を大幅に改善できるものと期待される。

## 1.3 任意角度に対応した PML

FEM は領域分割型の解法であり、通常、解析領域端からのスプリアス反射の影響を除去するために解析領域の周囲になんらかの吸収境界条件が課される。1 章 1 節で用いた異方性 PML は直角座標系を仮定しているが、実際には図 2 のように導波路が任意の方向へ向いている場合を考える必要がある。FEM では直交メッシュを切る必要がないため、任意角度に対応した PML<sup>11)</sup>を用いることで、任意方向へ導波路が続く場合の光波の伝搬を容易に取り扱うことができる。

図 2 に示すように、任意方向に PML が装荷される場合を考え、法線方向  $n$  に沿って光が吸収されるような PML を導出する。導出には座標変換を用いており、まず、誘電率、透磁率テンソルを  $x$ - $y$ - $z$  座標系から  $n$ - $t$ - $\tau$  座標系に

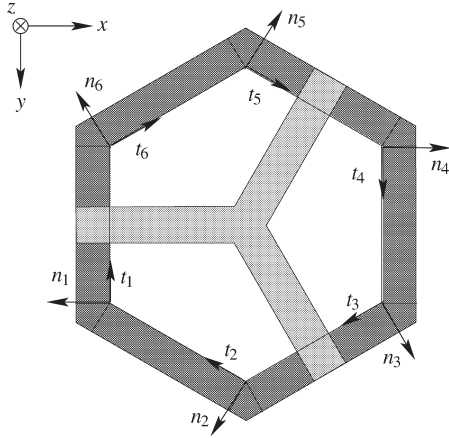


図2 任意角度に対応した PML.

変換すると

$$[\varepsilon(n, t, \tau)] = [R]^T [\varepsilon(x, y, z)] [R] \quad (21)$$

$$[\mu(n, t, \tau)] = [R]^T [\mu(x, y, z)] [R] \quad (22)$$

と表される。ここに  $[R]$  は

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos \theta_{n,x} & \cos \theta_{n,y} & \cos \theta_{n,z} \\ \cos \theta_{t,x} & \cos \theta_{t,y} & \cos \theta_{t,z} \\ \cos \theta_{\tau,x} & \cos \theta_{\tau,y} & \cos \theta_{\tau,z} \end{bmatrix} \quad (23)$$

で与えられる回転演算子で、 $\theta_{i,j}$  ( $i=n, t, \tau; j=x, y, z$ ) は角座標軸間のなす角度である。

$n-t-\tau$  座標系においては、直角座標系と同じ手順で PML を課すことができるので、 $n$  軸に沿った PML は以下のように書くことができる。

$$[\varepsilon(n, t, \tau)]_{\text{PML}} = |S|^{-1} [S] ([R]^T [\varepsilon(x, y, z)] [R]) [S] \quad (24)$$

$$[\mu(n, t, \tau)]_{\text{PML}} = |S|^{-1} [S] ([R]^T [\mu(x, y, z)] [R]) [S] \quad (25)$$

ここに  $[S]$  は

$$[S] = \begin{bmatrix} 1/s_n & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

で与えられ、 $s_n$  は  $n$  方向に沿った座標のストレッチングを表し、式 (3) と同様の式で与えられる。また、この  $s_n$  は各 PML 領域に対して独立に決めることができる。

最後に、 $n-t-\tau$  座標系に対して得られた誘電率、透磁率テンソルを  $x-y-z$  座標系に戻すと

$$[\varepsilon(x, y, z)]_{\text{PML}} = [R]^T \{ |S|^{-1} [S] ([R]^T [\varepsilon(x, y, z)] [R]) [S] \} [R] \quad (27)$$

$$[\mu(x, y, z)]_{\text{PML}} = [R]^T \{ |S|^{-1} [S] ([R]^T [\mu(x, y, z)] [R]) [S] \} [R] \quad (28)$$

を得る。2 方向の PML が交差する領域においては、上記の手順を 2 度行うことで容易に対応が可能であり、三次元への拡張も容易である。

#### 1.4 三次元解析

これまで二次元光導波路に対象を限定してきたが、実際に作られる導波路構造は三次元のものほとんどであり、深さ方向への界の閉じ込めの効果を考慮するためには三次元解析が必要である。マクスウェル方程式から、ベクトル波動方程式は以下のように与えられる。

$$\nabla \times (p[\Lambda]^{-1} \nabla \times \Phi) + \frac{q}{c^2} [\Lambda] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (29)$$

ここに  $p, q$  は、 $\Phi$  を電界  $\mathbf{E}$  とするか磁界  $\mathbf{H}$  とするかにより、以下のように与えられる。

$$p=1, q=n^2 \quad \text{for } \Phi = \mathbf{E}$$

$$p=1/n^2, q=1 \quad \text{for } \Phi = \mathbf{H}$$

四面体エッジ要素<sup>1)</sup>を用いて解析領域を有限要素に分割し、式 (29) にガラーキン法に基づく標準的な FEM を適用すると

$$\frac{1}{c^2} [M] \frac{d^2 \{\Phi\}}{dt^2} + [K] \{\Phi\} = \{0\} \quad (30)$$

を得る。ここに有限要素行列  $[K], [M]$  は

$$[K] = \sum_e \iiint_e (\nabla \times \{N\}) \cdot \{p[\Lambda]^{-1} (\nabla \times \{N\})^T\} dx dy dz \quad (31)$$

$$[M] = \sum_e \iiint_e q \{N\} \cdot ([\Lambda] \{N\})^T dx dy dz \quad (32)$$

で与えられ、 $\{N\}$  はベクトル要素に対する形状関数である。式 (30) に SVEA を適用すると式 (13) と同様の式が得られ、二次元の FETD-BPM と同様に時間発展の計算ができることになる。

#### 2. 数値計算例

図 1 に示すエアホール型三角格子 PC を考え、格子定数を  $a=0.4 \mu\text{m}$ 、空孔半径を  $r_1=0.29a$  とする。材料には Si を想定したエアブリッジ型薄膜構造を考え、スラブ膜厚を  $t=0.24 \mu\text{m}$  とし、二次元解析のための等価屈折率を  $n_{\text{eff}}=2.8$  とする。このとき、TM 偏波の光に対して、規格化周波数  $a/\lambda=0.253 \sim 0.314$  にフォトニックバンドギャップ (PBG) が開く。PBG の周波数帯では光のクラッドへの放射が禁止されるため、曲がり、分岐、共振器などさまざまな光回路を小型化できる。

PC 導波路に

$$\phi(x, y, t=0) = \phi_0(x, y) \exp\left[-\left(\frac{x-x_0}{W_0}\right)^2\right] \exp[-j\beta(x-x_0)] \quad (33)$$

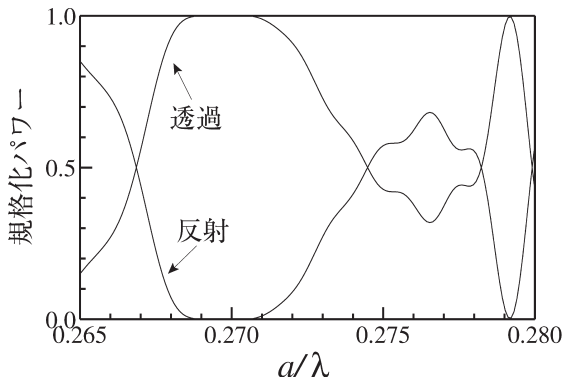


図3 PC 導波路曲がりの反射・透過特性.

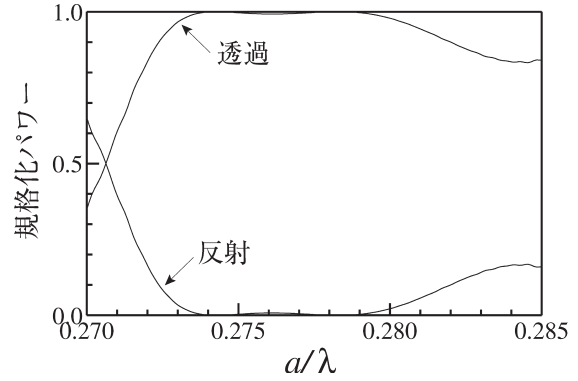


図5 空孔付加型 PC 導波路曲がりの反射・透過特性.

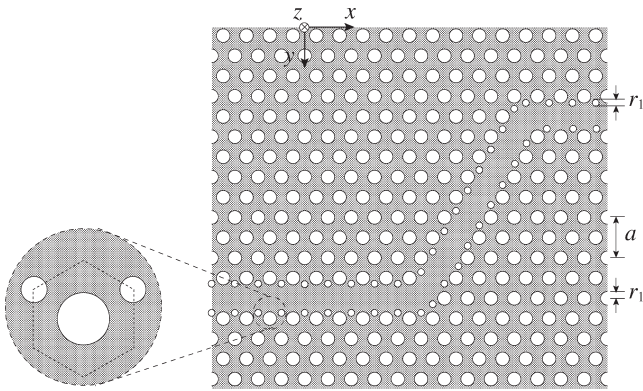


図4 空孔付加型 PC 導波路曲がり.

$$\phi_0(x, y) = \phi_0(x + ma, y), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (34)$$

で与えられる入射波を与え、入射波、反射波、透過波の振幅の時間変化をフーリエ変換することで、反射・透過特性を求めることができる。ここに  $\phi_0(x, y)$  は PC 導波路の 1 周期に対応する基本モードのモード関数、 $\beta$  は伝搬定数、 $x_0$ 、 $W_0$  はそれぞれ入射パルスの中心の  $x$  座標およびスポットサイズである。図 3 に、図 1 の曲がり導波路に対する反射・透過特性を示す。規格化周波数  $a/\lambda = 0.27$  付近で高い透過率が得られているが、帯域はそれほど広くない。

透過特性の改善を目的として、図 4 に示すように、コアとクラッドの境界に空孔直径  $r_1$  の空孔を付加した導波路曲がりを考える。図 5 に反射・透過特性を示す。90% 以上の高い透過率を得られる帯域が 2 倍程度に拡大されていることがわかる。透過帯域が全体的に高周波側にシフトしているが、これは空孔を付加したことにより、基本モードの分散曲線が高周波側にシフトしたためである。図 6 に、規格化周波数  $a/\lambda = 0.28$  を中心波長とする、光パルスを入射したときの伝搬の様子を示す。透過帯域外の波に対する反射もみられているが、全体として反射が低く抑えられ

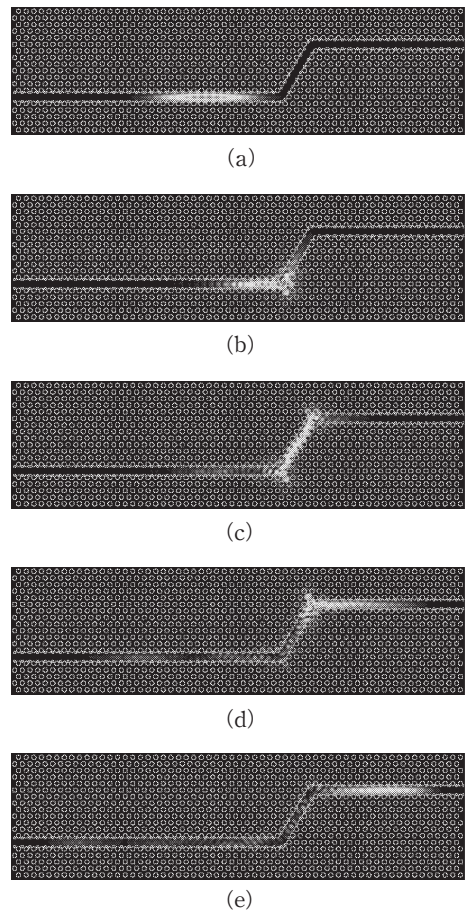


図6 空孔付加型 PC 導波路曲がりの伝搬波形. (a)  $t=0$  fs, (b)  $t=40$  fs, (c)  $t=80$  fs, (d)  $t=120$  fs, (e)  $t=160$  fs.

ていることがわかる。

次に、アダプティブメッシュの効果を確かめるために、図 1 の PC で構成される直線導波路において、光波の伝搬と有限要素分割の変化の様子を図 7 (a)~(c) に示す。光の伝搬に伴って要素分割の粗密が変化している様子がわかる。また、図 7 (d) に、比較のためにメッシュをアダプティブに更新しない場合の要素分割の様子を示す。アダプテ

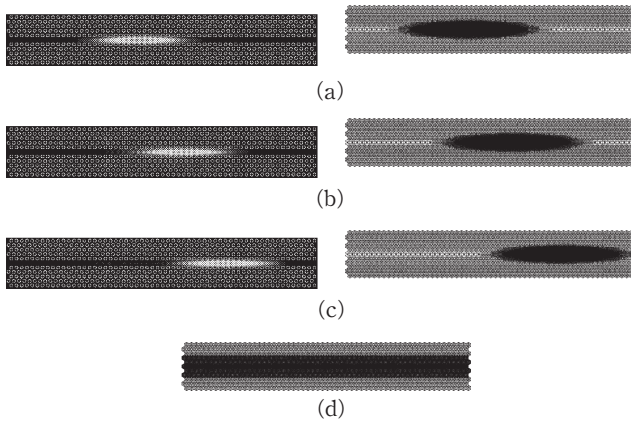


図7 PC直線導波路の伝搬波形とアダプティブメッシュ。(a)  $t=0$  fs, (b)  $t=40$  fs, (c)  $t=80$  fs, (d) メッシュを更新しない場合。

イブなメッシュの更新を行うことにより、より少ない計算機容量での解析が可能であるが、計算時間に関しては有限要素行列の再構築と分解計算が必要となるため、それほど大きくないサイズの計算を直接法で解く場合には逆に計算効率が劣化する。ただし、より大規模な回路を取り扱う場合や、行列計算に BiCGSTAB 法などの反復法を用いる場合には、アダプティブにメッシュを更新することが有効になる。

次に、導波路が傾斜しているときの PML の動作を確認するため、 $x$  軸に対して 45 度傾斜した直線導波路を解析し、図 8 にこのときの光の伝搬の様子を示す。直線導波路を伝搬した光が無反射で PML に吸収されていることがわかる。

最後に、三次元 FDTD-BPM の解析例として、図 4 に示す回路を三次元解析して得られる反射・透過特性を図 9 に示す。曲がり部において上下への放射が起るため、透過パワーが減少しているが、反射は比較的強く抑えられていることがわかる。

### 3. ま と め

FDTD-BPM の原理と関連技術について紹介した。FEM は任意形状への適用が容易であり、不均一メッシュを用いることで計算効率を大幅に改善できるという特徴を有する。さらに、この不均一メッシュを時間ステップごとに更新することもできる。また、解析領域を直交メッシュで切る必要がないため、任意方向への PML の適用も容易である。FDTD-BPM は非常に汎用性の高い解析法であり、フォトニック結晶などの多くのナノ構造の解析に適用が可能である。

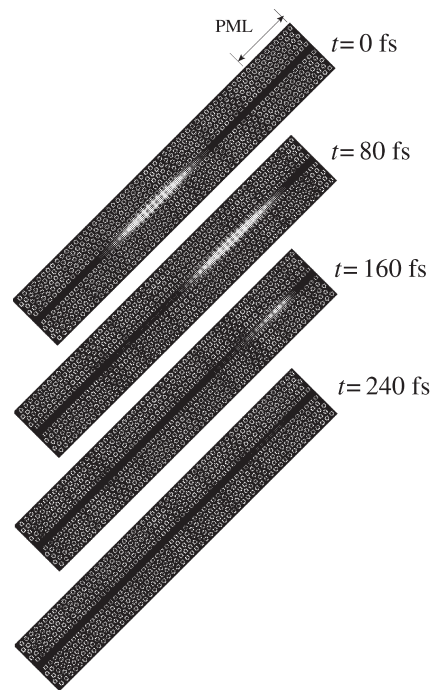


図8 45度傾斜したPC直線導波路の伝搬波形。

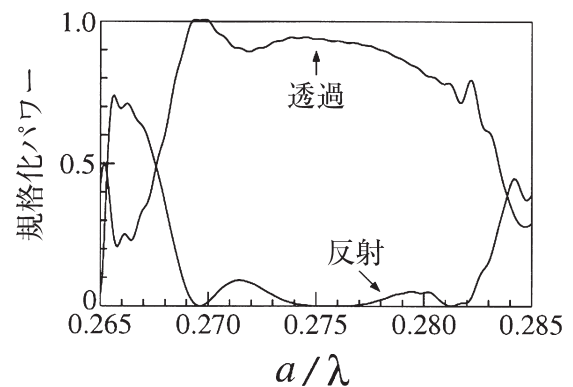


図9 空孔付加型PC導波路曲がりの反射・透過特性の三次元解析。

### 文 献

- 1) 電気学会編：計算電磁気学（培風館，2003）。
- 2) P.-L. Liu, Q. Zhao and F.-S. Choa: "Slow-wave finite-difference beam propagation method," IEEE Photonics Technol. Lett., **7** (1995) 890-892.
- 3) M. Koshiba, Y. Tsuji and M. Hikari: "Time-domain beam propagation method and its application to photonic crystal circuits," J. Lightwave Technol., **18** (2000) 102-110.
- 4) V. F. Rodriguez-Esquerre and H. E. Hernandez-Figueroa: "Novel time-domain step-by-step scheme for integrated optical applications," IEEE Photonics Technol. Lett., **13** (2001) 311-313.
- 5) T. Fujisawa and M. Koshiba: "Time-domain beam propagation method for nonlinear optical propagation analysis and its application to photonic crystal circuits," J. Lightwave Technol., **22** (2004) 684-691.

- 6) V. F. Rodriguez-Esquerre, M. Koshiba and H. E. Hernandez-Figueroa: "Finite-element analysis of photonic crystal cavities: Time and frequency domains," *J. Lightwave Technol.*, **23** (2005) 1514-1521.
- 7) S. S. A. Obayya: "Efficient finite-element based time-domain beam propagation analysis of optical integrated circuits," *IEEE J. Quantum Electron.*, **40** (2004) 591-595.
- 8) Y. Tsuji and M. Koshiba: "Adaptive mesh generation for full-vectorial guided-mode and beam-propagation solutions," *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, **6** (2000) 163-169.
- 9) J.-P. Berenger: "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," *J. Comput. Phys.*, **114** (1994) 185-200.
- 10) F. L. Teixeira and W. C. Chew: "General closed-form PML constitutive tensors to match arbitrary bianisotropic and dispersive linear media," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, **8** (1998) 223-225.
- 11) N. Kono and Y. Tsuji: "Oriented perfectly matched layer with flexible parameters for waveguide discontinuity problems," *IEEE Photonics Technol. Lett.*, **16** (2004) 1089-1091.
- 12) J. W. H. Liu: "The multifrontal method for sparse matrix solution: Theory and practice," *SIAM Rev.*, **34** (1992) 82-109.
- 13) H. A. Van der Vorst: "Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems," *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, **13** (1992) 631-644.
- 14) G. R. Hadley: "Wide-angle beam propagation using Padé approximant operators," *Opt. Lett.*, **17** (1992) 1426-1428.

(2006年2月10日受理)