ラゲール・ガウスビームの発生と検出

+

宮本 洋子*・和 田 篤**

Generation and Detection of Laguerre-Gaussian Beam

Yoko MIYAMOTO and Atsushi WADA

Laguerre Gaussian beams and the more general doughnut beams are optical beams with a phase singularity and orbital angular momentum (OAM), and provide a basis for defining OAM photon states. Holograms are useful methods for generating and detecting doughnut beams with specific OAM. Effects of aberration and problems related to detection of OAM superposition states are discussed.

Key words: Laguerre-Gaussian beam, doughnut beam, orbital angular momentum, aberration, superposition state

ラゲール・ガウス (LG) ビーム¹⁾をはじめとする軌道 角運動量をもつ光ビームが,近年広範囲に注目を集めてい る²⁾.本特集でも取り上げられている光トラップ・微粒子 の回転操作や,渦糸ソリトンによる光導波路形成³⁾等に加 えて,特に最近では量子情報の担い手としての応用にも関 心がもたれている⁴⁾.

本稿では、軌道角運動量をもつ光ビームについて、発生 と検出にかかわる問題を紹介する。発生については検出の ベースともなるホログラムを用いた方法を中心に解説し、 収差の影響について述べる。検出については、主として 「軌道角運動量もつれ合い状態」に関する実験で用いられ ている手法を紹介する。

1. LG ビームと軌道角運動量

LGビームは近軸近似下でのヘルムホルツ方程式の解で あり、搬送波exp(ikz)の部分を除くと円筒座標系 (ρ, ϕ, z) を用いて下記で表される。

$$\mathrm{LG}_{\rho}^{m}(\rho, \phi, z) = \sqrt{\frac{2\rho!}{\pi(\rho+|m|)!}} \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w}\right)^{|m|} \mathrm{L}_{\rho}^{|m|} \left(\frac{2\rho^{2}}{w^{2}}\right) \frac{1}{w}$$
$$\exp\left\{-\rho^{2} \left(\frac{1}{w^{2}} - \frac{\mathrm{i}k}{2R}\right) + \mathrm{i}m\phi - \mathrm{i}\Psi_{\rho}^{m}\right\}$$
(1)

ここで k は波数, $L_p^{[m]}$ はラゲール陪多項式であり, p は 動径方向, m は方位角方向のモード指数である。ガウス ビーム (p=m=0 の場合に相当) と同様, ビーム径パラ メーター w(z) と波面曲率 R(z) に従って収束・発散し, その様子はビームウェスト位置 z_w およびそこでの w の値 w_w を用いて

$$w(z)^{2} = w_{\rm w}^{2} \left\{ 1 + \left(\frac{2(z - z_{\rm w})}{k w_{\rm w}^{2}} \right)^{2} \right\}$$
(2)

$$R(z) = (z - z_{\rm w}) \left\{ 1 + \left(\frac{k w_{\rm w}^2}{2(z - z_{\rm w})} \right)^2 \right\}$$
(3)

となる。 Ψ_p^m はビームウェスト前後での平面波との位相ず れである Gouy 位相を表し、下記で与えられる。

$$\Psi_p^m = (2p + |m| + 1) \Psi(z) \tag{4}$$

$$\Psi(z) = \arctan\left(\frac{2(z-z_{\rm w})}{kw_{\rm w}^2}\right) \tag{5}$$

図1にLGビームの強度分布の例を示す。強度分布の動径 方向の分散を指標としてビームの広がり幅 $\sigma_{mp}(z)$ を定義 することができ⁵⁾,次式で与えられる。

$$\sigma_{mp}(z) = \sqrt{\frac{2\int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{\infty} d\rho \ \rho \ d\phi \ \rho^{2} |LG_{p}^{m}(x, y, z)|^{2}}{\int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{\infty} d\rho \ \rho \ d\phi |LG_{p}^{m}(x, y, z)|^{2}}} \quad (6)$$
$$= w(z)\sqrt{2p + |m| + 1} \qquad (7)$$

* 電気通信大学情報通信工学科(〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘1-5-1) E-mail: miyamoto@ice.uec.ac.jp

光 学

^{**} 東京理科大学理学部第一部応用物理学科(〒162-8601 東京都新宿区神楽坂 1-3)



図1 LG ビームの強度分布 (左から m=0, 1, 2, 上から p = 0, 1, 2).

位相特異点とは、周りを囲む閉経路上の位相勾配の積分 値がゼロ以外の値をとる点である。複素場が連続だと積分 値は2πの整数倍となり、この整数を位相特異点の次数も しくは価数とよぶ. $m \neq 0$ のLGビームは光軸上に m次 の位相特異点をもつ。位相特異点上では振幅がゼロとなる ため、ドーナツ状の強度分布が得られる.

後述するように、ガウスビームに位相変調 exp(imφ) を付加したビームは厳密には LG ビームではないが、やは り光軸上に位相特異点をもち,強度分布はドーナツ状であ る.一般に, 複素振幅分布

$$u(\rho, \phi, z) = u_m(\rho, z) \exp(im\phi) \tag{8}$$

で表されるドーナツ状のビーム(LGビームを含む)を, ドーナツビームとよぶ。

ドーナツビームは φ 方向に局所的な波数 m/ρ に対応す る流れをもち、これが軌道角運動量²⁾の源となる。x 方向 の直線偏光のビームで複素電場 $\varepsilon_x = u(\rho, \phi, z) \exp(ikz)$ の場合、ビーム全体の軌道角運動量は

$$M_{zz}^{\text{orbit}} = \frac{\varepsilon_0 c}{\mathrm{i} 2 \omega} \iint \rho \, \mathrm{d}\rho \, \mathrm{d}\phi \varepsilon_x^* \frac{\partial}{\partial \phi} \varepsilon_x$$
$$= \frac{m}{\omega} \cdot \frac{\varepsilon_0 c}{2} \int 2\pi \, \rho \, \mathrm{d}\rho |u_m|^2 = \frac{mP}{\omega} \qquad (9)$$

となる.ここで Morbit は厳密には軌道角運動量束とよば れ,軌道角運動量の z 成分の z 方向への流れを表す量で ある. P はビームのパワーである. 上式は1光子あたり (エネルギーħωあたり) mħの軌道角運動量が運ばれる ことを意味している.

位相特異点が局所的な構造であり位相勾配のみによるの に対し, 軌道角運動量束はビーム全体の性質であり振幅分

35 巻 12 号 (2006)



図2 多重リングの発生と消滅(ビーム径 600 λ で平行光と なっているガウスビームに *m*=1の位相特異点を付加).(a) $z=2\times 10^4 \lambda$, (b) $z=4\times 10^4 \lambda$, (c) $z=8\times 10^4 \lambda$, (d) z= $1.6 \times 10^{5} \lambda$.

布にも依存する.一般に、ビーム断面内の位相特異点の次 数の総和と軌道角運動量はまったく異なる値を取り得る. ドーナツビームではビームの ϕ 依存性は $exp(im\phi)$ で与 えられ、 ϕ 方向の位相勾配の ρ 倍がそのまま位相特異点 の次数と軌道角運動量を与える. このようなビームを軌道 角運動量について純粋なビームとよび、そのようなモード に1光子が存在する状態を光子の軌道角運動量状態とよ \$.

LGビームの発生と伝搬 生

2.1 発

+

LG ビームを発生させるおもな手法としては、次に述べ る3つの手法が提案されている。1つ目は共振器の条件を 整え、レーザーから直接 LG ビームを発生させる手法であ る^{6,7)}.この手法は共振器の回転対称性を精度よく整える 必要がある。2つ目はエルミート・ガウス (HG) ビーム を円筒面レンズを用いて LG ビームに変換する手法であ る^{8,9)}. この手法は,LGビームを共振器から直接発生させ る手法よりも共振器の作成が容易である。3つ目はガウス ビームにホログラム等を用いて位相特異点を付加する方法 である10-13). 位相特異点を付加した後にビームをある程 度の距離伝搬させると,位相特異点の影響で中心部分が暗 くなっていき, *p*=0のLGビームと同様のドーナツ状の 強度分布をもつビームを得る. この手法は特殊な共振器を 必要とせず,またビーム発生用の光学系も比較的容易に構 成することができる.ただし、厳密には p=0の LG ビー ムとは異なるビームである¹³⁾

2.2 ホログラムで発生させるビームの伝搬

通常のガウスビームに位相特異点を付加して伝搬させる と、位相特異点の影響によって発生した中心の暗い領域が 拡大していくと同時に、同心円状の多重のリングをもつビ ームへと変化する.この多重のリングはビームの伝搬が進 むにつれて数が減っていき,最終的に p=0 の LG ビーム と同様の一重のリングとドーナツ状の強度分布をもつビー ムを得る.図2に、ビーム径600λで平行光となってい るガウスビームに *m*=1の位相特異点を付加したビーム

619 (3)





の伝搬をシミュレーションした結果を示す。

このリングが減少していく過程は、各リングを構成して いる成分が横方向に拡散、流出して起こっているのではな く、回折の影響によってリング同士が融合することによっ て起こっている。そのため、リングが一重となった後、回 折の影響によって再び多重のリングが発生する可能性があ る。発生させたビームを *p*=0 の LG ビームの代用として 使用する際には、この点に注意する必要がある。

また,ビームのスポットサイズの伝搬距離依存性が位相 特異点を付加する前のガウスビームと異なっており,この 点についても注意する必要がある.

ビームのプロフィールの変化とスポットサイズを把握す るには,発生させたビームを複数のLGビームの重ね合わ せによって展開して考えるとよい.以下にその手法を示 す.

まず, *z*=0 でガウスビームに *m* 次の位相特異点を付加 したと仮定し,その平面上での光の複素振幅分布は次式で 与えられるものとする.

$$u[\rho, \phi, 0] = \exp\left[-\rho^2 \left(\frac{1}{w_{\rm H}^2} - \frac{{\rm i}k}{2R_{\rm H}}\right) + {\rm i}m\phi\right] \qquad (10)$$

ここで $w_{\rm H}$, $R_{\rm H}$ はそれぞれ z=0 の位置におけるガウスビ ームのビーム径と波面の曲率半径である。ガウスビームに 位相特異点を付加したビームは LG ビームの重ね合わせを 用いて次のように表せる。

$$u[\rho, \phi, z] = \sum_{p=0}^{\infty} C_p^m \mathrm{LG}_p^m [\rho, \phi, z]$$
(11)

展開係数 C 7 は式 (10) と式 (1) を用いて求めることができ、次式で与えられる.

$$C_{p}^{m} = \frac{\iint u[\rho, \phi, 0] \mathrm{LG}_{p}^{m}[\rho, \phi, 0]^{*}}{\sqrt{\iint |u[\rho, \phi, 0]|^{2} \iint |\mathrm{LG}_{p}^{m}[\rho, \phi, 0]|^{2}}} \quad (12)$$

100 $w(0)^2 = w_H^2$, m=5 90 80 70 node weight[% 60 50 40 30 20 10 0 4 5 6 8 9 10 0 1 2 3 7 radial mode number

図 4 ガウスビームに位相特異点を付加したビームの LG モード分布 (m=5, $w(0)=w_{\rm H}$).

このとき,展開に使用する LG ビームのビームウェスト の位置 z_w とビームウェストでのビーム径 w_w は任意に設 定できる.

展開されている光 u(x, y, z)の伝搬に伴う空間分布の大きな変化は、各 LG ビームの Gouy 位相の差が変化することで起こる。各 LG ビーム Gouy 位相は $(2p+|m|+1) \Psi(z)$ であり、 $\cos{\{\Psi(z) - \Psi(0)\}}=0$ のとき、ガウスビームに位相特異点を付加したビームが1重のリングをもつビームとなる。

発生するビームに含まれる p=0のLGビームの成分が 最大となるように z_w , w_w を最適化すると,展開に用いた LGビームのビーム径 w(z) は発生するビームのスポット サイズにほぼ比例して変動する.このように z_w , w_w を選 ぶためには $w(0) = w_{\rm H}/\sqrt{1+|m|}$, $R(0) = R_{\rm H}$ とすればよ い.図 3~6 に,ビームに含まれる各LG成分のエネルギ ー比を実際に計算した結果を示す.図3,4 は $w(0) = w_{\rm H}$ とし,図5,6 は $w(0) = w_{\rm H}/\sqrt{1+|m|}$ とした.

展開に用いる LG ビームのビーム径 w(0) を入力のガウ スビームのビーム径 $w_{\rm H}$ に合わせた場合(図 3, 4), m=1のビームでも p=0 の成分の割合は 80% 弱であり, m が 大きくなるにつれてこの比率は急速に低下する。これはガ ウスビームと p=0 の LG ビームとの強度分布の不整合が 大きくなるためである。これに対して, p=0 の成分が最 大となるように w(0) を設定すると(図 5, 6), m=1 で は 90% 以上, m=5 でも 70% 近くが p=0 の成分で占め られ, p=0 の単独の LG ビームでかなりよく近似できる ことがわかる。

2.3 LG ビームに対する収差の影響

収差のない状況においては,LG ビームはガウスビーム と同様,ビーム全体のサイズと波面の曲率を除けば空間パ

620 (4)

光 学



ード分布 (m=1, $w(0) = w_{\rm H}/\sqrt{1+|m|}$).



ターンが一切変化せずに安定して伝搬する¹⁾.一方,収差 が加わり回転対称性が崩れた場合,LGビームはガウスビ ームとは大きく異なる振る舞いをみせる.

2.3.1 非点収差の影響

非点収差は光学素子の性能やミスアライメントに起因して、よく混入する。また、円筒面レンズを用いた発生手法において、円筒面レンズと入力の HG ビームとの間で焦点位置がずれていると非点収差が混入する¹⁴.

さて、z=0の位置でLGビームに非点収差を加えた状況を考える。非点収差の付加方法はx方向とy方向で異なる波面の曲率を与えるものとする。LGモードに非点収差を加えた直後の複素振幅分布は次式で与えられる。

$$u_{\rm LG}'(x, y, 0) = \frac{1}{w_0} \sqrt{\frac{2\rho!}{\pi (\rho + |m|)!}} \left(\sqrt{2} \frac{\rho}{w_0}\right)^{|m|} L_{\rho}^{|m|} \left(2 \frac{\rho^2}{w_0^2}\right) \\ \exp\left\{-\frac{r^2}{w_0^2} + i \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{x^2}{R_x} + \frac{y^2}{R_y}\right)\right\} \exp(im\phi)$$
(13)

35 巻 12 号 (2006)



 $4 \times 10^{3}\lambda$ → $4 \times 10^{3}\lambda$ → $R_{x} = -7 \times 10^{4} \lambda$, $R_{y} = -2 \times 10^{5} \lambda$). (a) $z = 6 \times 10^{4} \lambda$, (b) $z = 7 \times 10^{4} \lambda$, (c) $z = 8 \times 10^{4} \lambda$, (d) $z = 1.2 \times 10^{5} \lambda$, (e) $z = 2 \times 10^{5} \lambda$, (f) $z = 2.8 \times 10^{5} \lambda$ で, それぞれ1が強度分布, 2が位相分布 ε_{0} (黒) $\sim 2\pi$ (白) の区間に折り畳んで表示したもの.また,表示したビーム断面の範囲の大きさを各図の下に記した.

ここで w_0 はz=0の位置でのビーム径, R_x と R_y はそれ ぞれz=0の位置でのx方向とy方向に対する波面の曲率 半径である.

弱い非点収差を加えた場合, m 次の位相特異点が | m | 個の位相特異点に分裂し,強度分布が楕円形に歪む. さら に,急激な収斂の非点収差を付加した場合には,HGビー ムに近いプロフィールへと変化する^{8,9}.そして,さらに 非点収差を強くするといったんHGビームへと変換され たビームがさらに変化し,初期とは異符号の位相特異点を もつLGビームへと変形する¹⁵.また,ある伝搬距離を 境にそれまでの変換過程を逆転させたような変換をたどる ようになる場合と,逆転が起こらない場合とがある.

変換の逆転が起こる例として、図7にm=3,p=0, $w_0=500 \lambda$, $R_x=-7\times10^4 \lambda$, $R_y=-2\times10^5 \lambda$ としたとき のシミュレーション結果を示す. $z=8\times10^4 \lambda$ までに起こ った変換過程とは逆の変換が、 $z>1.2\times10^5 \lambda$ の領域にお いて起こっている.

このように、非点収差を与えたLGビームは非常に複雑な振る舞いをみせる。この振る舞いを把握するには、ビームを収差の方向に軸をもつHGビームを用いて展開して考えるとよい。このとき、展開係数をHGビームのGouy

621 (5)

+



位相を含めて整理すると、すべての係数の z 依存性は1 つのパラメーターに集約することができ、さらにそのパラ メーターの極値、漸近値に注目して形を整理すると、ビー ムに起こり得る変化は8つに分類できる¹⁶⁾.

2.3.2 コマ収差の影響

コマ収差は非点収差同様,光学素子の性能やミスアライ メントに起因して,よく混入し,ビームを歪ませる原因に なりうる¹⁷⁾.

動径軸に依存する通常のザイデルのコマ収差のほかに, 単一軸方向にのみ依存性をもつコマ収差も,混入しやすい 収差である。シリンドリカルレンズ等の2階対称性をもつ 素子を利用する際に,素子の性能やミスアライメントに起 因して混入する。また,ラスタースキャンに基づくシステ ムを用いて作製した光学素子の加工誤差によっても混入す る¹⁷.

ザイデルのコマ収差と単一軸方向にのみ依存するコマ収 差の位相変調は,それぞれ式 (14)と式 (15)で与えられ る.

$$\Delta \Phi_{\text{Seidel}}(x, y) = a_{\rho} \rho^2 x \tag{14}$$

$$\varDelta \Phi_{\rm mono-axia1}(x, y) = a_x x^3 \tag{15}$$

ここで a_p, a_x は収差係数である.

図8にザイデルのコマ収差 $(a_{\rho}=0.1 w^{-3})$ のシミュレ ーション結果を示す.まず, $z=2\times10^{5} \lambda$ の位置におい て、収差の影響により、強度が極大となる点がリングの左 側に発生していることがわかる.この強度が極大となる点 は、伝搬にともなって反時計周りに回転し、 $z=3.2\times10^{6} \lambda$ の位置では右側に到達している.この現象は、ホログラム



の中心とビームの光軸がずれているときに起こるビームの 振る舞いに似ている.

図 9 に単一軸のコマ収差 $(a_x=0.1 w^{-3})$ のシミュレー ション結果を示す。ビームのプロフィールがいったん三角 形状に歪み、遠方で円形に戻っていることがわかる。

3. LG ビームの検出

2001 年の Mair らの実験¹⁸⁾ によって,非線形光学結晶 を用いたパラメトリック下方変換による光子対が軌道角運 動量状態についてもつれ合っていることが示唆された.そ の後,量子状態トモグラフィーを含むより詳細な実験が進 んでいる^{19,20)}.また,冷却原子集団を介して同様のもつれ 合い状態を得る実験も行われている²¹⁾.本節ではこれらの 実験で用いられた手法を中心に解説する.

3.1 軌道角運動量状態の検出

ある光ビームが LG ビームもしくはドーナツビームであ ることを確認するには、強度分布を観察し、干渉実験を行 って m 次の位相特異点を確認すればよい。しかし、複雑 なビームから特定の軌道角運動量成分を抽出したり、1光 子ごとに横モードの同定を行うためには、適切なフィルタ ーが必要となる。

ガウスビームにホログラムで位相変調 exp(im¢) を付 加することによって軌道角運動量 m をもつドーナツビー ムが得られることはすでに述べたが,このプロセスを逆向 きに用いれば,特定の軌道角運動量をもつドーナツビーム からガウスビームを得ることができる(図 10.発生につ いて議論してきたのと同様に,このドーナツビームは純粋

622 (6)

光 学



図10 ホログラムを用いた軌道角運動量状態の検出. ガウス ビームを軌道角運動量 m のドーナツビームに変換するホロ グラムを逆に用いれば,軌道角運動量 m のドーナツビーム をガウスビームに変換することができる.

な LG^mではなく *p* の異なるモードが混ざったものであ る). このガウスビームをシングルモードファイバー (SMF) 等を通して検出する手法が広く用いられている. 類似のアイディアによる初期の実験として,光学フーリエ 変換の考えを用いた位相特異点の位置検出が挙げられ る¹³.

ホログラムによる検出法では、ガウスビームに変換され なかった成分は捨てられることになる。複数の軌道角運動 量成分を同時に検出するにはあらかじめビームスプリッタ ーによりランダムに光子を分岐することになり、損失の増 大が避けられない。そこで、横モードのタイプ別に無損失 で光子を選別する仕組みが望まれる。

Leach らによって提案された選別器は、異なる軌道角 運動量成分を 2^n の剰余系で選別するものである²²⁾.ドー ナツビームは z 軸まわりの座標軸の回転 (ϕ_0) によって、

 $u(\rho, \phi + \phi_0, z) = u_m(\rho, z) \exp[im(\phi + \phi_0)]$

 $= \exp(i m \phi_0) u(\rho, \phi, z)$

(16)

のように m に比例する位相シフトを受ける. これを干渉 計と組み合わせることによって, m による選別を行う. さらに, 偏光によるスピン角運動量を含めた全角運動量に よる選別器も提案されている²³⁾. やや変わったものとして は, Gouy 位相に基づく選別器がある²⁴⁾. これらのいずれ も, 単一の軌道角運動量成分を選び出すものではないこと に注意が必要である.

3.2 軌道角運動量重ね合わせ状態の検出

もつれ合い状態の検出のためには、重ね合わせ状態の検 出が不可欠である。一方の光子が軌道角運動量についてあ る特定の重ね合わせ状態で検出されたときに、他方が対応 する重ね合わせ状態で検出されることを確認する必要があ る.

これまで多く用いられているのは、ホログラムをシフト する方法²⁵⁾ である。この手法は、ガウスビームとm=1、 p=0のLGビームの重ね合わせが、光軸からずれた位置 に1次の位相特異点をもつビームとなることに基づいてい

図 11 ホログラムのシフトによる m=0, 1以外の成分の混入. ガウスビームのビーム径に対するホログラムのシフト量と, 混入する m=-1 (黒丸), m=2 (白丸) 成分の比率 (それぞれ p について和をとったもの)を示す.

る. 位相特異点の位置は重ね合わせの振幅比と相対位相で 決まるので,これを中心をシフトしたホログラムで検出す ることによって重ね合わせ状態を特定する.

しかし、この手法には問題が多い。ホログラムで検出さ れるモードはもともと純粋な LG¹ ではないが、ホログラ ムをシフトすると m=0, 1 のどちらの成分も p の分布が 変化してしまう上に、図 11 に示すように両者以外の軌道 角運動量成分が 10% 程度も混入してしまう²⁶。 $|m| \ge 2 \sim$ の拡張も単一のホログラムでは困難である²⁷)。

筆者らはこれらの問題を解決するために、ホログラムを 固定したまま重ね合わせ状態を検出する手法を考案し た²⁸⁾. *m*=1のドーナツビームの1次回折光がガウスビー ムとなるホログラムを用い、0次および1次回折光をそれ ぞれ SMF でフィルターすると、もとのビームのそれぞれ 軌道角運動量0と1に相当する成分を抽出することができ る.抽出後は両者は同じ横モードに変換されているので、 経路干渉計を組み合わせれば、減衰器と位相変調器の調整 により任意の重ね合わせ状態を検出できる.

LG ビームをはじめとする軌道角運動量をもつ光ビーム に関する研究は、基礎研究・応用ともに今後も発展が期待 される分野である。その中でも発生および検出は、基本と なる重要な部分である。いずれにおいても、軌道角運動量 に直結する方位角モード指数を指定することはさほど難し くないが、動径方向の分布の制御や重ね合わせ状態の検出 については改善の余地があり、今後の研究の進展が待たれ る.

文 献

- H. Kogelnik and T. Li: "Laser beams and resonators," Proc. IEEE, 54 (1966) 1312–1329.
- 2) 宮本洋子: "ラゲールガウシアンビームと光の軌道角運動量", レーザー研究, 32 (2004) 232-236.

623 (7)

35 巻 12 号 (2006)

+

 C. T. Law, X. Zhang and J. G. A. Schwartzlander: "Waveguiding properties of optical vortex solitons," Opt. Lett., 25 (2000) 55-57. +

- M. Padgett, J. Courtial and L. Allen: "光の新たな性質が開 く可能性:量子化された光の軌道角運動量",パリティ,20 (2005) 16-24.
- R. L. Phillips and L. C. Andrews: "Spot size and divergence for Laguerre Gaussian beams of any order," Appl. Opt., 22 (1983) 643-644.
- C. Tamm and C. O. Weiss: "Bistability and optical switching of spatial patterns in a laser," J. Opt. Soc. Am. B, 7 (1990) 1034–1038.
- G. Slekys, K. Staliunas and C. O. Weiss: "Motion of phase singularities in a class-b laser," Opt. Comm., 119 (1995) 433– 446.
- M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. E. L. O. van der Veen and J. P. Woerdman: "Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum," Opt. Comm., 96 (1993) 123-132.
- M. Padgett, J. Arlt and N. Simpson: "An experiment to observe the intensity and phase structure of Laguerre-Gaussian laser modes," Am. J. Phys., 64 (1996) 77-82.
- 10) H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg and H. Rubinsztein-Dunlop: "Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity," Phys. Rev. Lett., 75 (1995) 826-829.
- M. W. Beijersbergen, R. P. C. Coerwinkel, M. Kristensen and J. P. Woerdman: "Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate," Opt. Comm., **112** (1994) 321–327.
- 12) N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith and A. G. White: "Generation of optical phase singularities by computergenerated holograms," Opt. Lett., **17** (1992) 221–223.
- 13) H. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith, H. Rubinsztein-Dunlop and M. J. Wegener: "Laser beams with phase singularities," Opt. Quantum Electron., 24 (1992) S951–S962.
- 14) J. Courtial and M. J. Padgett: "Performance of a cylindrical lens mode converter for producing Laguerre-Gaussian laser modes," Opt. Comm., 159 (1999) 13–18.
- 15) G. Molina-Terriza, J. Recolons, J. P. Torres, L. Torner and E. M. Wright: "Observation of the dynamical inversion of the topological charge of an optical vortex," Phys. Rev. Lett., 87 (2001) 023902.
- 16) A. Wada, T. Ohtani, Y. Miyamoto and M. Takeda: "Propa-

gation analysis of Laguerre-Gaussian beam with astigmatism," J. Opt. Soc. Am. A, 22 (2005) 2746-2755.

- 17) A. Wada, H. Ohminato, T. Yonemura, Y. Miyamoto and M. Takeda: "Effect of comatic aberration on the propagation characteristics of Laguerre-Gaussian beams,"Opt. Rev., 12 (2005) 451-455.
- 18) A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs and A. Zeilinger: "Entanglement of the orbital angular momentum states of photons," Nature (London), 412 (2001) 313–316.
- 19) G. Molina-Terriza, A. Vaziri, J. Řeháček, Z. Hradil and A. Zeilinger: "Triggered qutrits for quantum communication protocols," Phys. Rev. Lett., **92** (2004) 167903.
- 20) N. K. Langford, R. B. Dalton, M. D. Harvey, J. L. O'Brien, G. J. Pryde, A. Gilchrist, S. D. Bartlett and A. G. White: "Measuring entangled qutrits and their use for quantum bit commitment," Phys. Rev. Lett., **93** (2004) 053601.
- 21) R. Inoue, N. Kanai, T. Yonehara, Y. Miyamoto, M. Koashi and M. Kozuma: "Entanglement of orbital angular momentum states between an ensemble of cold atoms and a photon," Phys. Rev. A, 74 (2006) 053809.
- 22) J. Leach, M. J. Padgett, S. M. Barnett, S. Franke-Arnold and J. Courtial: "Measuring the orbital angular momentum of a single photon," Phys. Rev. Lett., 88 (2002) 257901.
- 23) J. Leach, J. Courtial, K. Skeldon, S. M. Barnett, S. Franke-Arnold and M. J. Padgett: "Interferometric methods to measure orbital and spin, or the total angular momentum of a single photon," Phys. Rev. Lett., **92** (2004) 013601.
- 24) M. V. Vasnetsov, V. V. Slyusar and M. S. Soskin: "Mode separator for a beam with an off-axis optical vortex," Quantum Electron., **31** (2001) 464-466.
- 25) A. Vaziri, G. Weihs and A. Zeilinger: "Superpositions of the orbital angular momentum for applications in quantum experiments," J. Opt. B, 4 (2002) S47-S51.
- 26) 宮本洋子,川瀬大輔,竹内繁樹,和田 篤,武田光夫,笹木 敬司: "光子の軌道角運動量重ね合わせ状態の検出",日本物 理学会講演概要集,61(2) (2006) p.120.
- 27) M. Padgett, J. Courtial, L. Allen, S. Franke-Arnold and S. M. Barnett: "Entanglement of orbital angular momentum for the signal and idler beams in parametric down-conversion," J. Mod. Opt., 49 (2002) 777-785.
- 28) 川瀬大輔,竹内繁樹,笹木敬司,和田 篤,宮本洋子,武田 光夫:"位相ホログラムおよび経路干渉計を用いた光子対の 軌道角運動量もつれ合いの検証実験",第14回量子情報技術 研究会資料 (2006) pp. 129-132.

(2006年10月10日受理)