研究論文
Received August 31, 2006; Accepted January 23, 2007
光学 36, 4 (2007) 200-207

縦続接続された非線形ファブリー・ペロー光共振器の特性

岸 岡　清・山本　明人
大阪電気通信大学　〒572-0833 寝屋川市初町 18-8

Characteristics of Series-Connected Nonlinear Fabry-Perot Resonators

Kiyoshi KISHIOKA and Akihito YAMAMOTO
Osaka Electro-Communication University, 18-8 Hatsu-cho, Neyagawa 572-0833

This paper describes bistable characteristics of series-connected nonlinear Fabry-Perot resonators. Peculiar properties appearing in the bistable characteristic, which are considerably different from those in the conventional single nonlinear resonator, are discussed with parameter dependences. An analyzing method is also presented, in which the transfer matrices are effectively utilized in order to ease the treatment of the light propagation in the multi-regions.

Key words: nonlinear Fabry-Perot resonator, optical bistability, optical nonlinear effect

1. は じ め に

非線形媒質内で起こる光学非線形現象[1,2]は，その物理的な興味に加えて，光の光による直接制御を実現できるという観点から，全光スイッチ[3–5]，光 A/D（analog-to-digital）変換器[6]，光論理ゲート[7]等の基本素子をはじめ，その他種々の光学素子への応用も含めて多くの研究結果が報告されている[8–11]．なかでも，ファブリー・ペロー共振器（Fabry-Perot resonator）に現れる双安定特性は，光による光の直接制御の鍵を握る重要な現象のひとつとしてその特性が理論，実験の両面から詳細に調べられている[12–15]．その構造についても，バルク構造だけにとどまらず，ファイバーや導波路構造まで広く考察されている[16–18]．さらに，ファイバー共振器内でのブリユアン散乱光の取り扱いも報告されている[19]．

非線形ファブリー・ペロー共振器の双安定特性の解析に関しては，解析的な方法として，過渡特性も含めた簡便な方法がすでに与えられている[12,13,15]．一方，導波路構造の非線形共振器の解析には，導波路を伝搬する光モードの実効屈折率と導波路断面内の光の界分布が屈折率の非線形性を介して密接に関係しており，この関係を解析的に得ることは困難で，この理由から屈折率非線形を加味したマクスウェルの方程式を直接数値演算によって解くことが可能な FDTD（finite-difference time-domain）法が有効で，実際その解析結果も報告されている[17]．

非線形ファブリー・ペロー共振器の解析的な取り扱いに目を向けると，その適応は今までのところ，単一構造，すなわち，2 枚のミラーで非線形媒質を挟んだ構造に限られている．従来の解析で使われている進行波表示は，共振器内の非線形現象を理解するのが容易という有用な特徴を有する反面，共振器を縦続に接続した構造では，境界の増加に従って取り扱いが煩雑になるという難点を指摘できる．

本論文では，2 つの境界面間の電界および磁界の関係を表現する伝送行列を用いることによって，境界を多く含んだ縦続接続された共振器の簡便な解析法が示される．筆者らは先に，非線形媒質中の伝送行列を用いた解析法を提案している[20]．本論文との違いは，本論文では，非線形媒質中の伝送行列が改善されていることである．先の方法では，伝送行列を導く際，カー効果に起因する位相変化を進行波と後進波の強度の和に比例するという単純な近似のもとで与えている．一方，本論文では，非線形性による位相変化量の精度を改善するために，マクスウェルの方程式から導かれる非線形媒質中でのヘルムホルツ方程式を近似的に解いて，伝送行列[21]が導出される．

提案された方法を，非線形共振器と線形共振器が縦続された構造，あるいは，2 つとも非線形共振器から成る縦続構造に適応して，従来の単一非線形共振器には現れない双

E-mail: kishioka@isc.osakac.ac.jp

安定特性を明らかにしている．さらに，縦続非線形共振器に特有の双安定特性が得られる理由についても言及している．また，先に文献 20 で示した近似的な伝送行列を用いて得られる結果との違いも，比較しやすい単一構造の共振器において示されている．

2. 非線形媒質中の伝送行列の導出

線形媒質中の電磁界の伝搬を記述するために，伝送行列（$ABCD$ 行列）[21] が広く使われている．ここでは，これに対応する非線形媒質中での伝送行列が導出される．伝送行列を用いることにより，境界面と境界面との間の電界と磁界の関係を簡便に与えることができる．

Fig. 1 には，ここで考えている縦続構造の非線形ファブリー・ペロー共振器が示されている．2 つの非線形ファブリー・ペロー共振器が，中央のミラー（mirror 2）によって接続された構造をしている．図中には，以下で導出される伝送行列を用いて表される等価伝送線も描かれている．

以下，非線形媒質中の伝送行列は共振器 1（resonator 1）で導かれるが，共振器 2（resonator 2）でも同様であるので，表記を簡単にするために共振器を区別するためのパラメーターの添字“1”は省略される．共振器内では，両側の境界面の存在によって生じる定在波のために，光強度 I は伝搬軸（z 方向）に沿って変化しており，それに伴って屈折率も $n(z)=n_0+n_2I(z)$ と z に対して変化する．n_0 は光強度が十分小さいときの屈折率で，n_2 は非線形屈折率とよばれる媒質に依存する定数である．光は x 方向に偏光しているものとし，伝搬軸に垂直方向の断面内（x-y 面内）では界は一様と仮定すると，電界成分 E_x は

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}+k_0^2\left[n_0^2+n_2\frac{n_0^2}{Z_0}|E_x|^2\right]E_x=0 \qquad (1)$$

で表されるヘルムホルツ方程式を満たす．ここで，k_0，Z_0 はそれぞれ光の真空中での波数，波動インピーダンスを表している．マクスウェルの方程式から上のヘルムホルツ方程式を導く際には，n_2 が十分小さいことを考慮して，$n^2(z)=[n_0+n_2I]^2\simeq n_0^2+2n_2n_0I(z)$，および $I(z)\simeq\frac{1}{2}n_0|E_x|^2/Z_0$ の近似が使われている．

媒質に非線形性がない場合（$n_2=0$）には，式（1）を満たす $E_x(z)$ は，$z=0$ の境界面での電界，磁界の値 $E_x(0)$，$H_y(0)$ を用いて，$E_x(z)=E_x(0)\cos k_0n_0z-jH_y(0)(Z_0/n_0)\sin k_0n_0z$ と表される．一方，非線形媒質の場合は，カー効果に起因する屈折率の変動のために振幅項および，位相項が摂動を受けて $E_x(z)$ は

$$E_x(z)=\Gamma(z)[A\cos\delta(z)+B\sin\delta(z)] \qquad (2)$$

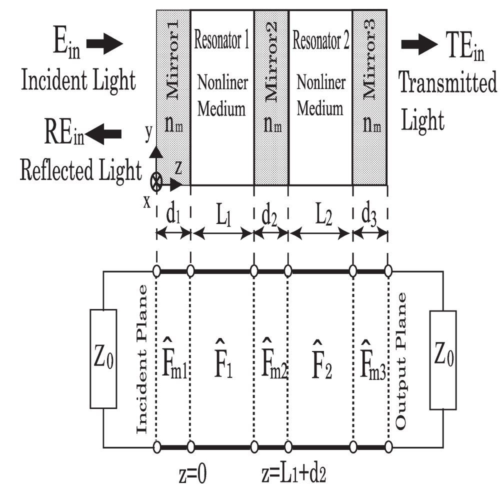

Fig. 1 Series-connected nonlinear Fabry-Perot resonator and the equivalent transmission line.

と表されると考えられる．ここで，振幅項 $\Gamma(z)$ と位相項 $\delta(z)$ は式（1）を満たすように決定すべき未知数である．また，$A=E_x(0)$，$B=-j(Z_0/n_0)H_y(0)$ である．

式（2）を式（1）に代入して整理すると，式（1）は $(A\cos\delta+B\sin\delta)$，$(-A\sin\delta+B\cos\delta)$ および，$\cos 3\delta$，$\sin 3\delta$ の各項の和として表される．任意の z において式（1）が成り立つための条件は，各項の係数がゼロとなることである．この条件から，未知な $\Gamma(z)$ と $\delta(z)$ を決定することができる．z に対して速い振動項である $\sin 3\delta$ と $\cos 3\delta$ の項の寄与は，z についての平均的な意味で小さいという包絡線近似を採用して[12]，それらを無視すると，$(A\cos\delta+B\sin\delta)$，$(-A\sin\delta+B\cos\delta)$ の各項の係数がゼロであるという条件として，

$$2k_0n_0\Gamma\phi'-\Gamma''=\frac{3}{4}k_0^2n_0^2\frac{n_2}{Z_0}(|A|^2+|B|^2)|\Gamma|^2\cdot\Gamma \qquad (3)$$

$$\Gamma\delta''+2\Gamma'\delta'=-\frac{1}{4}k_0^2n_0^2\frac{n_2}{Z_0}(A^*B-AB^*)|\Gamma|^2\cdot\Gamma \qquad (4)$$

の関係を得ることができる．ここで，$\phi(z)$ は位相項 δ の非線形屈折率による摂動項で，δ との関係は $\delta(z)=k_0n_0z+\phi(z)$ で与えられる．また，Γ と ϕ の肩付添え字 $'$ は z に関する微分を表している．

n_2 が十分小さいという条件下では，$|\Gamma|^2\simeq1$ が成立している．さらに，$|\Gamma''/\Gamma|\ll1$ を仮定して式（3）の Γ'' の項を無視すると，$\phi'=\frac{3}{8}n_2(k_0n_0/Z_0)(|A|^2+|B|^2)$ の関係を得る．これを $\phi(0)=0$ の境界条件のもとに解くと，

$$\phi(z)=\frac{3}{8}n_2\left(\frac{k_0n_0}{Z_0}\right)(|A|^2+|B|^2)z \qquad (5)$$

を得る．

δ と ϕ の関係より，$\delta''=\phi''$ が成立する．この関係を式（5）に適応すると，$\delta''=0$ を得る．これより，式（4）の左辺の第1項は消失する．一方，第2項の $2\Gamma'\delta'$ は，$2\Gamma' k_0 n_0 [1+\frac{3}{8} n_2(|A|^2+|B|^2)/Z_0]$ と変形できる．$n_2 \ll 1$ に留意して，n_2 の項を無視すると，結局，式（4）の左辺は $2k_0 n_0 \Gamma'$ と近似される．さらに，右辺に $|\Gamma|^2 \simeq 1$ の近似を適応すると，式（4）は $\Gamma'=-\frac{1}{8} n_2 (k_0 n_0/Z_0)(A^*B-AB^*)\Gamma$ となる．この Γ に関する方程式を境界条件 $\Gamma(0)=1$ のもとで解くことによって

$$\Gamma(z)=\exp\left[-\frac{1}{8} k_0 n_2 \frac{n_0}{Z_0}(A^*B-AB^*)z\right]$$
$$=\exp\left[+j\frac{1}{4} k_0 n_2 \,\mathrm{Im}\{jE_x^*(0)H_y(0)\}z\right] \quad (6)$$

を得る．

磁界 $H_y(z)$ は，$H_y=(j/\omega\mu_0)(\partial E_x/\partial z)$ により求められる．E_x の z に関する微分に現れる n_2 の項を無視することによって，

$$H_y(z)\simeq j\Gamma(z)\left(\frac{n_0}{Z_0}\right)[-A\sin\delta+B\cos\delta] \quad (7)$$

と表される．

上で求められた $E_x(z)$ と $H_y(z)$ を，$z=0$ での値 $E_x(0)$，$H_y(0)$ を用いて行列によって表すことにより，伝送行列 $\hat{F}$ が

$$\begin{pmatrix} E_x(z) \\ H_y(z) \end{pmatrix}=\hat{F}(z)\begin{pmatrix} E_x(0) \\ H_y(0) \end{pmatrix}$$
$$\hat{F}(z)=\Gamma(z)\hat{\hat{F}}(z)$$
$$\hat{\hat{F}}(z)=\begin{pmatrix} \cos\delta(z) & -j\frac{Z_0}{n_0}\sin\delta(z) \\ -j\frac{n_0}{Z_0}\sin\delta(z) & \cos\delta(z) \end{pmatrix}$$
$$\delta(z)=k_0 n_0 z+\phi(z) \quad (8)$$

と得られる．

式（8）の伝送行列 $\hat{F}$ において z を L_1 または L_2 と置き換えることによって，共振器1および2の非線形媒質中の伝搬を表す伝送行列 $\hat{F}_1$，$\hat{F}_2$ が得られる．また，線形媒質から成る3枚のミラーの伝送行列を $\hat{F}_{m1}$，$\hat{F}_{m2}$，$\hat{F}_{m3}$ で表すと，共振器内の伝搬は Fig. 1 に描かれた等価伝送線路によって表現することができる．共振器の外側は半無限の空気層を仮定しているので，反射波がなく，自由空間の波動インピーダンス Z_0 で終端されている．また，以下で取り扱われる共振器のように，ミラーとして，厚さが d_i $(i=1,2,3)$ で，その屈折率が n_m の無損失の薄膜が想定される場合は，それらの伝送行列 $\hat{F}_{mi}$ $(i=1,2,3)$ は，式（8）において $\Gamma(z)=1$，$\delta_i=k_0 n_0 d_i$，$n_0=n_m$ と置き換えることにより得られる．

3. 縦続接続された非線形ファブリー・ペロー共振器

Fig. 1 に示した等価伝送線路を用いると，縦続共振器の出力面（output plane）での電界 E_{2x}，磁界 H_{2y} は各領域の伝送行列の積によって

$$\begin{pmatrix} E_{2x} \\ H_{2y} \end{pmatrix}=\Gamma_1(L_1)\Gamma_2(L_2)\hat{F}_t\begin{pmatrix} E_{1x} \\ H_{1y} \end{pmatrix}$$
$$\hat{F}_t(\delta_1,\delta_2)=\hat{F}_{m3}\cdot\hat{\hat{F}}_2(\delta_2)\cdot\hat{F}_{m2}\cdot\hat{\hat{F}}_1(\delta_1)\cdot\hat{F}_{m1}\equiv\begin{pmatrix} f^t_{11} & f^t_{12} \\ f^t_{21} & f^t_{22} \end{pmatrix} \quad (9)$$

と表される．ここで，E_{1x}，H_{1y} はそれぞれ共振器の入力面（incident plane）での電界，磁界の振幅である．また，f^t_{ij} は $\hat{F}_t$ の（i, j）要素である．電界の振幅反射係数 R を用いると，入射電界 E_{in} と E_{1x}, H_{1y} の間には，$E_{1x}=(1+R)E_{in}$，$H_{1y}=(1-R)E_{in}/Z_0$ の関係が成立する．また，出射面では，$H_{2y}=E_{2x}/Z_0$ の関係が成立している．これらの関係を式（9）に代入すると，透過係数 $T(=E_{2x}/E_{in})$ と反射係数 R に対する連立方程式

$$T=\Gamma_1(L_1)\Gamma_2(L_2)[f^t_{11}+f^t_{12}/Z_0+R(f^t_{11}-f^t_{12}/Z_0)]$$
$$T/Z_0=\Gamma_1(L_1)\Gamma_2(L_2)[f^t_{21}+f^t_{22}/Z_0+R(f^t_{21}-f^t_{22}/Z_0)] \quad (10)$$

が得られる．これを解くことによって，T と R を

$$T=\frac{2\Gamma_1(L_1)\,\Gamma_2(L_2)}{f^t_{11}+f^t_{22}-(Z_0 f^t_{21}+f^t_{12}/Z_0)}$$
$$R=\frac{f^t_{22}-f^t_{11}+Z_0 f^t_{21}-f^t_{12}/Z_0}{f^t_{22}+f^t_{11}-(Z_0 f^t_{21}+f^t_{12}/Z_0)} \quad (11)$$

と得ることができる．得られた T に $|\Gamma_1\Gamma_2|^2\simeq 1$ の近似を適用すると，透過率（$|T|^2$）が，

$$|T|^2=\frac{4}{|f^t_{11}+f^t_{22}-(Z_0 f^t_{21}+f^t_{12}/Z_0)|^2} \quad (12)$$

と得られる．

入力パワー P_{in} と出力パワー P_{out} は透過率によって，$P_{out}=|T|^2 P_{in}$ と関係づけられるが，実際に $|T|^2$ の値を計算するには，f^t_{ij} に含まれる2つの未知数 $\delta_1(L_1)$，$\delta_2(L_2)$ の値を決定する必要がある．以下では，δ_1，δ_2 の決定法および，それらから入出力特性を得る方法が示される．

δ_i $(i=1,2)$ は，式（5）の A と B に各非線形領域の始点（左端面）での E_x と $-j(Z_0/n_0)H_y$ をそれぞれ代入することによって，

$$\delta_i=k_0 n_0 L_i+\phi_i \quad (i=1,2)$$
$$\phi_1=\frac{3}{8} k_0 n_0 \frac{n_2}{Z_0}\left(|E_x(0)|^2+\left(\frac{Z_0}{n_0}\right)^2|H_y(0)|^2\right)L_1$$
$$\phi_2=\frac{3}{8} k_0 n_0 \frac{n_2}{Z_0}\left(|E_x(L_1+d_2)|^2+\left(\frac{Z_0}{n_0}\right)^2|H_y(L_1+d_2)|^2\right)L_2 \quad (13)$$

と表すことができる．

位相推移 δ_2 は，さらに，以下のように変形できる．出力側の共振器内（resonator 2）の始点（$z=L_1+d_2$）での電界 $E_x(L_1+d_2)$，磁界 $H_y(L_1+d_2)$ と出力面 (output plane) での電界 E_{2x}，磁界 H_{2y} との間には，

$$\begin{pmatrix} E_x(L_1+d_2) \\ H_y(L_1+d_2) \end{pmatrix} = \Gamma_2^{-1}\hat{F}_2^{-1}\hat{F}_{\mathrm{m3}}^{-1}\begin{pmatrix} E_{2x} \\ H_{2y} \end{pmatrix} \qquad (14)$$

の関係が成立している．右辺に $H_{2y}=E_{2x}/Z_0$ と $E_{2x}=TE_{\mathrm{in}}$ を適応し，$P_{\mathrm{in}}=|E_{\mathrm{in}}|^2/(2Z_0)$ の関係とともに，$E_x(L_1+d_2)$ と $H_y(L_1+d_2)$ を式 (13) の ϕ_2 に代入すると，

$$\delta_2(L_2)=k_0n_0L_2+\frac{3}{4}k_0n_0n_2\left[\left(1+\frac{1}{n_0^2}\right)\cos^2\delta_{\mathrm{m3}}+\left(\frac{n_{\mathrm{m}}^2}{n_0^2}+\frac{1}{n_{\mathrm{m}}^2}\right)\sin^2\delta_{\mathrm{m3}}\right]L_2|T(\delta_1,\delta_2)|^2P_{\mathrm{in}} \qquad (15)$$

を得る．ここで，$\delta_{\mathrm{m3}}=k_0n_{\mathrm{m}}d_3$ である．また，$|\Gamma_2(L_2)|^2\simeq 1$ の近似が適用された．

一方，δ_1 は，$E_x(0)$，$H_y(0)$ と E_{in} との間に成り立つ関係，

$$E_x(0)=\left[f_{11}^{\mathrm{m1}}(1+R)+\frac{1}{Z_0}f_{12}^{\mathrm{m1}}(1-R)\right]E_{\mathrm{in}}$$
$$H_y(0)=\left[f_{21}^{\mathrm{m1}}(1+R)+\frac{1}{Z_0}f_{22}^{\mathrm{m1}}(1-R)\right]E_{\mathrm{in}} \qquad (16)$$

を式 (13) の ϕ_1 に代入し，$P_{\mathrm{in}}=|E_{\mathrm{in}}|^2/(2Z_0)$ の関係を使うことによって，

$$\delta_1=k_0n_0L_1+\frac{3}{4}k_0n_0n_2\left[\left|(1+R)f_{11}^{\mathrm{m1}}+\frac{1}{Z_0}(1-R)f_{12}^{\mathrm{m1}}\right|^2+\frac{1}{n_0^2}\left|(1-R)f_{22}^{\mathrm{m1}}+Z_0(1+R)f_{21}^{\mathrm{m1}}\right|^2\right]L_1P_{\mathrm{in}} \qquad (17)$$

と得ることができる．ここで，f_{ij}^{m1} はミラー１の伝送行列 $\hat{F}_{\mathrm{m1}}$ の（i,j）要素を表している．

式 (15) と (17) から P_{in} を消去すると，

$$[\delta_2-k_0n_0L_2]\left[\left|[1+R(\delta_1,\delta_2)]f_{11}^{\mathrm{m1}}+\frac{1}{Z_0}[1-R(\delta_1,\delta_2)]f_{12}^{\mathrm{m1}}\right|^2+\frac{1}{n_0^2}\left|[1-R(\delta_1,\delta_2)]f_{22}^{\mathrm{m1}}+Z_0[1+R(\delta_1,\delta_2)]f_{21}^{\mathrm{m1}}\right|^2\right]L_1$$
$$=[\delta_1-k_0n_0L_1]\left[\left(1+\frac{1}{n_0^2}\right)\cos^2\delta_{\mathrm{m3}}+\left(\frac{n_{\mathrm{m}}^2}{n_0^2}+\frac{1}{n_{\mathrm{m}}^2}\right)\sin^2\delta_{\mathrm{m3}}\right]\times L_2|T(\delta_1,\delta_2)|^2 \qquad (18)$$

なる δ_1，δ_2 に対する超越方程式を得る．ここで，式に含まれる δ_{m3}，f_{ij}^{m1}，L_1，L_2，n_0，n_{m} は与えられる既知量である．R と $|T|^2$ は，それぞれ式 (11) および (12) によって与えられる．また，それらの中に含まれる f_{ij}^{t} は式（9）の $\hat{F}_t$ から得られる．これらも未知数 δ_1 と δ_2 の関数である．このようにして，２つの未知数 δ_1 と δ_2 は独立ではなく，互いに式 (18) によって制約されていることになる．

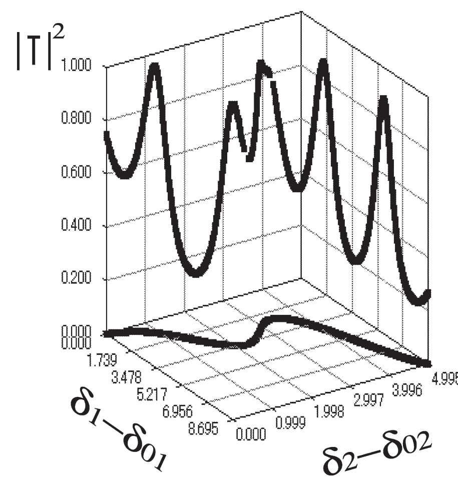

Fig. 2　Root-locus of Eq. (18) for $k_0n_0L_1=k_0n_0L_2=2N\pi$ (N: an integer number) and $|T|^2$ curve on the root locus in the series-connected nonlinear resonator.

式 (18) を数値的に解くことにより，δ_1 と δ_2 が満たすべき関係が得られる．

Fig. 2 には，式 (18) を数値的に解くことによって得られた根軌跡の一例が描かれている．軌跡は，δ_1，δ_2 の代わりに $\delta_1-\delta_{01}(=\phi_1)$ と $\delta_2-\delta_{02}(=\phi_2)$ に対してプロットされている．ここで，$\delta_{01}=k_0n_0L_1$，$\delta_{02}=k_0n_0L_2$ であり，それぞれ光パワーが十分小さいときの各共振器内の位相推移を表している．描かれている軌跡は $\delta_{01}=\delta_{02}=2N\pi$（$N$ は正整数）の場合のものである．縦続接続された非線形共振器では，δ_1 と δ_2（ϕ_1 と ϕ_2）には式 (18) で与えられる束縛条件があるために，$|T|^2$ の値は根軌跡上の ϕ_1 と ϕ_2 の値に対してのみ実存することになる．根軌跡上の ϕ_1 と ϕ_2 の値について式 (12) を用いて計算された $|T|^2$ の値もプロットされている（縦軸）．$|T|^2$ の曲線を単独構造の共振器の曲線と比べると，単独共振器の曲線が δ に対して周期的な振動をするのに対して[22]，$\delta_1-\delta_2$ の曲線上に描かれた $|T|^2$ 曲線には，その周期，振幅ともに一様ではないことがわかる．このような曲線の乱れは，２つの共振器の結合のために生じた共振点の分離（split）が原因していると推測される．

ϕ_1 と ϕ_2 の根軌跡を用いて，以下のようにして縦続共振器の入出力特性を得ることができる．P_{out} の値を与えて，式 (15) の $|T|^2P_{\mathrm{in}}(=P_{\mathrm{out}})$ の項に代入すると，$\phi_2(=\delta_2-k_0n_0L_2)$ の値が得られる．それを用いると，根軌跡を与える式 (18) から ϕ_1 の値も決まる．すなわち，与えられた出力光パワー（P_{out}）が得られるための δ_1 と δ_2 の値が決まる．次に，得られた δ_1 と δ_2 の値を式（9）の $\hat{F}_{\mathrm{t}}$ に代入して得られる $f_{ij}^{\mathrm{t}}(\delta_1,\delta_2)$ を式 (12) に適応すると，与えられた P_{out} の値を得るための透過率 $|T(\delta_1,\delta_2)|^2$ の値が求め

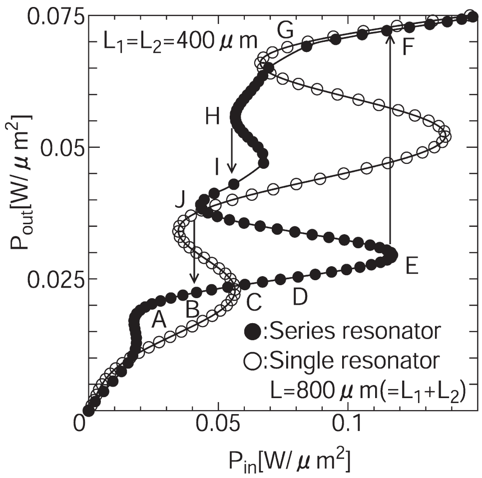

Fig. 3　Bistable characteristic in the series-connected nonlinear Fabry-Perot resonator.

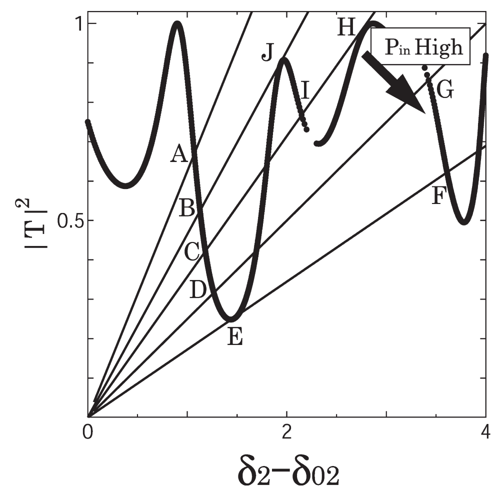

Fig. 4　Graphically solving scheme for the simultaneous equations of $|T|^2$ and δ_2.

られる．与えられた P_{out} に対応する P_{in} の値は，$P_{\mathrm{in}}=P_{\mathrm{out}}/|T|^2$ より得ることができる．このようにして求められた P_{out} と P_{in} の関係を P_{in} に対してプロットすると，縦続非線形共振器の入出力特性を描くことができる．

Fig. 3 には，上に示した方法によって描かれた縦続非線形共振器の入出力特性が示されている（黒丸）．比較のために，同じ共振器長（$L=L_1+L_2$）の単独構造の非線形共振器の特性も白丸で示されている．縦続構造では（黒丸），P_{in} の増加に伴って P_{out} は点 $A\to D$ を通って，点 E で大きく飛躍（jump）する（$E\to F$）．P_{in} を点 F から減少させるときは，2 段階の下向きの飛躍（$H\to I$ と $J\to B$）によって，P_{out} が小さい状態に戻る．単独非線形共振器では（白丸），上向き，下向きの飛躍がそれぞれ同じ回数現れるのに対して，縦続構造では（黒丸），上向きの飛躍の回数と下向きの飛躍の回数が異なるという特徴が現れる．

入出力特性に現れる単独共振器との違いの原因を考察するために，図的な解法によって $|T|^2$ を求め，その P_{in} に対する変化を考える．Fig. 4 に $|T|^2$ の曲線が $\delta_2-\delta_{02}(=\phi_2)$ の値に対して描かれている．この曲線は基本的には Fig. 2 に描かれたものと同じで，Fig. 2 の曲線の $\delta_2-\delta_{02}$ 軸と $|T|^2$ 軸がつくる面への正射影である．また，図中の複数の直線は，式 (15) を $|T|^2$ について解くことによって得られる $|T|^2=(\delta_2-\delta_{02})/\left[\frac{3}{4}k_0n_0n_2\left\{\left(1+\frac{1}{n_0^2}\right)\cos^2\delta_{\mathrm{m3}}+\left(\frac{n_{\mathrm{m}}^2}{n_0^2}+\frac{1}{n_{\mathrm{m}}^2}\right)\sin^2\delta_{\mathrm{m3}}\right\}L_2P_{\mathrm{in}}\right]$ を用いて，分母の P_{in} の値をパラメーターとして変えて描かれたものである．すなわち，Fig. 4 には，$|T|^2$ と（$\delta_2-\delta_{02}$）の間に成立する 2 つの関係が曲線と直線として描かれている．これら 2 つの関係を $|T|^2$ と δ_2 に対する連立方程式とみなすと，曲線と各直線の交点を読み取ることにより，未知数である $|T|^2$ と δ_2 の値を得ることができる．

P_{in} の値を大きくするに伴って，直線の傾きは小さくなり，曲線との交点は $A\to D$ と移動する．点 E で交点は F へと大きく飛躍する．このようにして，P_{in} が増加する過程での大きな飛躍が起こる．P_{in} が減少する過程では，交点は $F\to G$ と移動し，さらに減少すると，$H\to I$，$J\to B$ の飛躍を経てもとの状態に戻る．このような P_{in} の増加時と減少時の飛躍の回数，およびその大きさの違いは，共振曲線（$|T|^2$ の曲線）の共振点付近（点 H～J）に現れる浅いディップに起因する．単独構造では，このような浅いディップは存在せず，共振曲線は完全な正弦波状となるため，P_{in} の増加，減少の両方向で同じ回数，ほぼ同じ大きさの飛躍が起こる．これに対して，縦続共振器の共振曲線（$|T|^2$ 曲線）には共振器どうしの結合による共振点のスプリットに起因する乱れが現れ，それが飛躍の回数や大きさの違いを生んでいることがわかる．なお，図中の点 A～J の記号は Fig. 3 に示した点に対応している．また，パラメーターの選択によっては，P_{in} の増加，減少時の飛躍の回数をここで示した例とは反対にすることが可能である．

単独構造の共振器については，決定すべき位相推移 δ が 1 つであるため，式 (18) の超越方程式を考えることなく以下のようにして $|T|^2$ を得ることができる．$L_1=L$ と置き，$\hat{F}_{\mathrm{t}}=\hat{F}_{\mathrm{m2}}\hat{F}_1(L)\hat{F}_{\mathrm{m1}}$ と置き換えて，さらに，共振器内の位相推移を与える $\delta(L)$ は式 (15) において，$L_2=L$，$\delta_{\mathrm{m3}}=\delta_{\mathrm{m2}}$ と置き換えることによって，

$$\delta(L)=k_0n_0L+\frac{3}{4}k_0n_0n_2\left[\left(1+\frac{1}{n_0^2}\right)\cos^2\delta_{\mathrm{m2}}+\left(\frac{n_{\mathrm{m}}^2}{n_0^2}+\frac{1}{n_{\mathrm{m}}^2}\right)\sin^2\delta_{\mathrm{m2}}\right]LP_{\mathrm{out}} \tag{19}$$

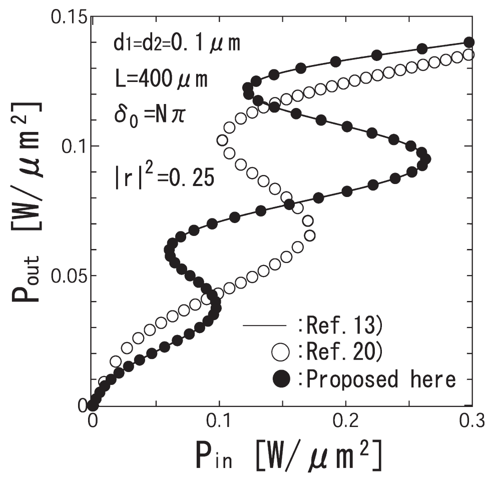

Fig. 5　Comparisons with the results calculated by using the methods given in Ref. 13 and Ref. 20.

と得られる．これを用いて与えられた $P_{\rm out}$ に対する $\delta(L)$ の値を計算し，それを式 (12) に代入することによって，$|T|^2$ の値が決まることになる．さらに，与えられた $P_{\rm out}$ が得られる入力パワー（$P_{\rm in}$）の値は，$P_{\rm in}=P_{\rm out}/|T|^2$ によって知ることができる．

以下，本論文の解析方法の妥当性が，単独非線形共振器について文献 13 による計算結果と比較することによって検証される．さらに，文献 20 に与えられている近似的な伝送行列を用いた方法による計算結果とも比較される．

Fig. 5 に，本論文の方法によって計算された共振器の入出力特性（$P_{\rm in}$-$P_{\rm out}$ 曲線）が黒丸でプロットされている．また，文献 13 の方法で計算された結果も曲線で示されている．両者はよく一致し，本論文で導出された非線形媒質中の光の伝搬を記述する伝搬行列の有効性が確認できる．

白丸でプロットされている曲線は，文献 20 の方法で計算された特性である．本論文の方法（黒丸）と比べると，上向きの飛躍が起こる入力光強度や双安定が現れる入力光強度の範囲等に大きな違いが現れる．その原因は，文献 20 の方法で共振器内の位相推移を与える $\boldsymbol{\phi}$ を計算すると，$\boldsymbol{\phi}=\dfrac{1}{4}k_0n_0\dfrac{n_2}{Z_0}\left(|E_x(0)|^2+\left(\dfrac{Z_0}{n_0}\right)^2|H_y(0)|^2\right)L$ となり，式 (13) に与えられた $\boldsymbol{\phi}$ との間に定数倍の違いが現れるためである．縦続接続された場合には，複数の共振器が互いに影響し，単独構造の共振器のように単なる双安定が現れる入力光強度の範囲の違いだけにとどまらないと予想される．

本論文で示された方法は，ミラーの反射係数が複素数となる任意のミラー膜厚について適応可能であるが，文献 13 の計算例ではミラーの反射係数に実数が仮定されているので，ここでの計算例（Fig. 5）でも反射係数が実数となるようにミラーの膜厚（$d_{1,2}$）が設定されている．ミラーの反射率 $|r|^2$ は両側とも 0.25 に設定されている．図中の δ_0 は k_0n_0L を表しており，N は正の整数である．計算には Table 1 に示されたパラメーターが用いられた．

Table 1　Parameter values used in the calculations.

λ Light wavelength	1.06 ［μm］
n_0 (RM100-glass/HOYA)	1.5700
n_2 Nonlinear index	8.6×10^{-3} ［μm²/W］
$n_{\rm m}$ Index of the TiO_2 mirror	2.18

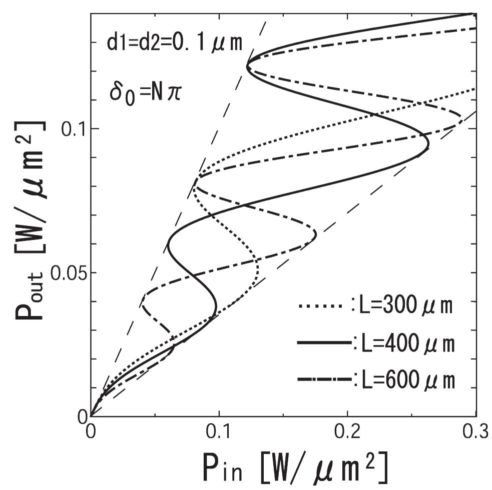

Fig. 6　Resonator-length dependence of the bistability in the single resonator.

4.　双安定特性の計算結果

4.1　共振器長に対する依存性

4.1.1　単独共振器

双安定特性の共振器長に対する依存性を把握するために，単独共振器において共振器長（L）を変えて計算された $P_{\rm in}$-$P_{\rm out}$ 特性が Fig. 6 に示されている．共振器長を長くすると，非線形媒質の屈折率変化による共振器内の位相推移が大きくなり，入力光強度 $P_{\rm in}$ の小さい領域で双安定特性が現れるが，出力光強度 $P_{\rm out}$ の飛躍は小さい．反対に共振器長を短くすると，双安定が現れる $P_{\rm in}$ の領域は大きいほうに移行し，大きな $P_{\rm out}$ の飛躍が得られる．このような共振器長に対する依存性は，縦続構造の共振器でも同様である．

4.1.2　縦 続 構 造

Fig. 7 に双安定特性の共振器長に対する変化を示す．(a) には L_1 に対する特性の変化が示されている．L_1 を L_2 (400 μm) の近傍で変化させた場合の計算結果がプロッ

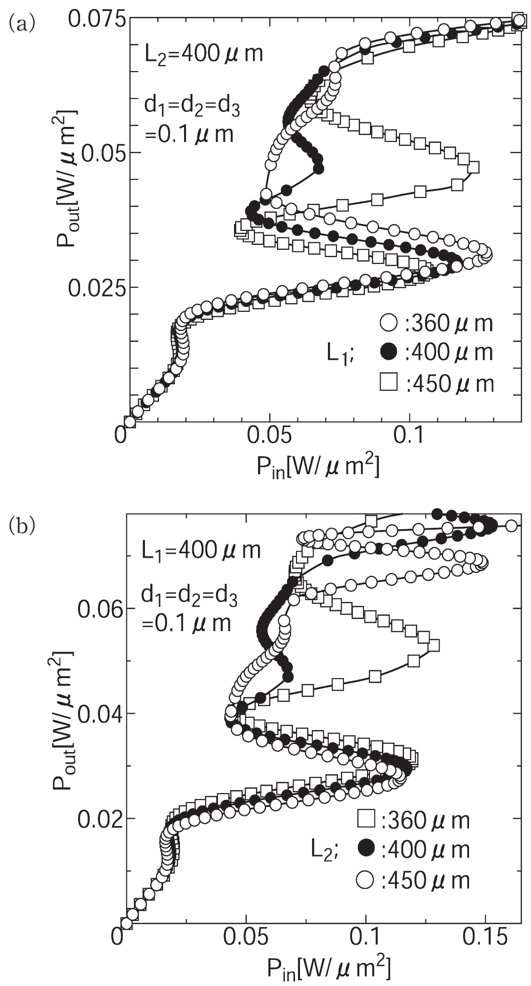

Fig. 7 Resonator-length dependences of the bistable characteristic. (a) L_1-dependence. (b) L_2-dependence.

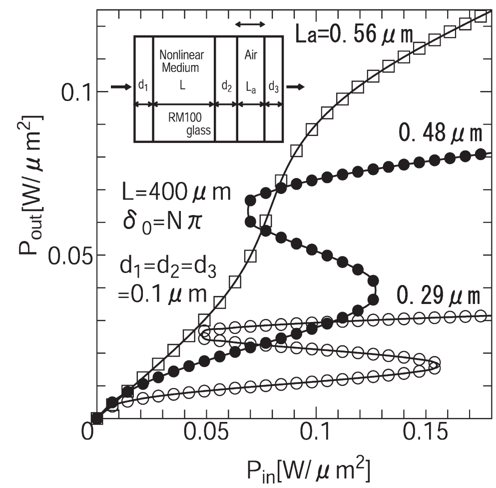

Fig. 8 Bistable characteristics in the nonlinear resonator accompanying a linear resonator.

トされている．(b) には逆に，L_2 に対する変化を示す．同様に，L_1(400 μm) の値の近傍で L_2 を変化させた場合の計算結果である．2 つの計算結果を比べることによって，共振器長に対する特性の変化を以下のようにまとめることができる．(1) $L_1=L_2$ の場合（黒丸）には，$P_{\rm in}$ の増加時には 1 回の飛躍，減少時には 2 回の飛躍が起こる領域が存在する．(2) $L_1<L_2$ の場合（白丸）には，$P_{\rm in}$ の増加時に 1 回，減少時に 2 回の飛躍が起こるが，2 回の飛躍の高さの和は $L_1=L_2$ の場合に比べて大きい．(3) $L_1>L_2$ の場合（四角）には，2 回の飛躍は起こらない．このように L_1 と L_2 の大小関係によって，さまざまな特性が現れる．これは，Fig. 3 に示した $|T|^2$ 曲線の形，特に，ピーク近傍の形に飛躍の特性が大きく依存するためである．

4.2 線形共振器と非線形共振器の縦続接続

次に，出力側のミラーを線形媒質（空気）から成る共振器に置き換えた非線形共振器の双安定特性を示す．このような構造の解析は，式 (9) の伝送行列 $\hat{F}_t$ に含まれる $\hat{\hat{F}}_2$ を厚さ $L_{\rm a}$ の空気層の伝送行列 $\hat{F}_{\rm a}$ に置き換えることによって行うことができる．$\hat{F}_{\rm a}$ は，ミラーの伝送行列 $\hat{F}_{{\rm m}i}$ と同様，式 (8) の $\hat{\hat{F}}$ において，$n_0=1$（空気），$\delta=k_0L_{\rm a}$ と置き換えることによって得られる．Fig. 8 にプロットされた特性に現れる違いは，非線形媒質内からみた出力側の共振器の反射率の違いに起因するものである．計算では，空気共振器長 $L_{\rm a}$ によって反射率に変化を与えている．反射率は 0.75，0.25，0.1 に設定されている．それぞれの場合の $L_{\rm a}$ は 0.29，0.48，0.56 μm である．

低反射率の場合（$L_{\rm a}=0.56$ μm）には，非線形共振器内に十分な光パワーが蓄えられず双安定特性は現れない．それに対して，高い反射率に設定された場合（$L_{\rm a}=0.29$ μm）には，共振器全体の透過率が下がり，出力光パワーは低下するが，その反面，共振器に大きな帰還がかかるので，広い $P_{\rm in}$ の範囲において双安定特性が現れることがわかる．

5. ま と め

縦続構造の非線形ファブリー・ペロー共振器の取り扱いに便利な伝送行列を用いた解析法を提案し，それを用いた双安定特性のシミュレーションの結果を示した．縦続構造の非線形ファブリー・ペロー共振器では，従来の単独構造にはない特異な出力特性が現れることを見いだし，そのパラメーター依存性についても検討した．さらに，従来の単独構造と異なる特性が現れる理由についても，共振器の共振特性の違いをもとに考察した．

本論文では平面波の伝搬を想定した解析方法を示したが，実際の素子では断面内に強度分布をもった光ビームの使用や，回折の影響を避けることができる導波路構造の使

用が予想される．このような断面内に強度分布をもつ場合への本方法の適用は厳密な意味では難しいが，導波路構造については，本論文で使われているバルクでの線形屈折率を導波路の実効屈折率（等価屈折率）に置き換え，同時に導波路を伝搬する光の伝送パワーに対する実効屈折率の変化を与える等価的な非線形屈折率[18]を用いることによって，近似的な取り扱いが可能と期待される．

文　　献

1) 久保寺憲一：“非線形光学デバイスの将来展望”，応用物理学会誌，**59**（1990）155–163.
2) J. Yumoto, S. Fukushima and K. Kubodera: “Observation of optical bistability in CdS_xSe_{1-x}-doped glasses with 25-psec switching time,” Opt. Lett., **12**（1987）832–834.
3) R. Quintero-Torres and M. Thakur: “Picosecond all-optical switching in a Fabry-Perot cavity containing polydiacetylene,” Appl. Phys. Lett., **66**（1995）1310–1312.
4) A. Brown, A. Joshi and M. Xiao: “Controlled steady-state switching in optical bistability,” Appl. Phys. Lett., **83**（2003）1301–1303.
5) M. F. Yanik, S. Fan and M. Soljačić: “High-contrast all-optical bistable switching in photonic crystal microcavities,” Appl. Phys. Lett., **83**（2003）2739–2741.
6) H. Sakata: “Photonic analog-to-digital conversion by use of nonlinear Fabry-Perot resonators,” Appl. Opt., **40**（2001）240–248.
7) Y. Wang, Z. Wang and M. E. Bialkowski: “All-optical logic devices with cascaded nonlinear couplers,” Appl. Opt., **39**（2000）4143–4152.
8) M. F. Yanik, S. Fan, M. Soljačić and J. D. Joannopoulos: “All-optical transistor action with bistable switching in a photonic crystal cross-waveguide geometry,” Opt. Lett., **28**（2003）2506–2508.
9) H. Li and K. Ogusu: “Transient stimulated Brillouin scattering in a fiber ring resonator and its effect on optical Kerr bistability,” J. Opt. Soc. Am. B, **18**（2001）93–100.
10) 岡本尚道，杉原興浩：“非線形薄膜光回路の製作技術”，光学，**29**（2000）60–65.
11) G. T. Stegeman, E. M. Wright, N. Finlayson, R. Zanoni and C. T. Seaton: “Third order nonlinear integrated optics,” IEEE J. Lightwave Technol., **6**（1988）953–970.
12) D. A. B. Miller: “Refractive Fabry-Perot bistability with linear absorption: Theory of operation and cavity optimization,” IEEE J. Quantum Electron., **QE-17**（1981）306–311.
13) K. Ogusu, H. Li and T. Kamizono: “Analysis of transient optical bistability and stability in a nonlinear fiber Fabry-Perot resonator based on an iterative method,” Opt. Rev., **5**（1998）185–190.
14) J. E. Ehrlich, D. T. Neilson, A. C. Walker, G. T. Kennedy, R. S. Grant, W. Sibbett, M. Hopkinson and M. Pate: “Optical bistability in an InGaAs/InP multiple quantum well waveguide Fabry-Perot cavity,” Appl. Phys. Lett., **63**（1993）1610–1612.
15) K. Ogusu, Y. Kaneko and K. Ishikawa: “Mirrorless optical bistability in a semiconductor-doped-glass plate as a result of oblique incidence,” Appl. Opt., **34**（1995）3413–3420.
16) K. Ogusu, T. Konoma, J. Yamasaki, K. Ishikawa and M. Minakata: “Generation of optical bistability in a fiber Fabry-Perot resonator using mode-locked picosecond pulses,” Jpn. J. Appl. Phys., **42**, Part 1（2003）434–438.
17) M. Fujii, T. Okamoto, M. Haraguchi, M. Fukui and S. J. Al-Bader: “Finite-difference time-domain analysis on nonlinear Fabry-Perot resonator in optical waveguide geometry,” Jpn. J. Appl. Phys., **40**, Part 1（2001）2259–2263.
18) 岸岡　清：“非線形方向性結合器で構成された光共振器の特性”，電気学会論文誌 A，**123**（2003）1166–1173.
19) K. Ogusu: “Interplay between cascaded stimulated Brillouin scattering and four-wave mixing in a fiber Fabry-Perot resonator,” J. Opt. Soc. Am. B, **20**（2003）685–694.
20) 岸岡　清，山本明人：“縦続非線形ファブリー・ペロー共振器の一解析法”，電気学会論文誌 C，**125**（2005）530–531.
21) M. Born and E. Wolf: *Principles of Optics*, 5th Ed.（Pergaman Press, New York, 1975）pp. 57–59.
22) 花村榮一：物理学最前線 14（共立出版，1986）pp. 167–168.