研究論文
Received March 30, 2007; Accepted August 10, 2007

奇数次非球面の有効性

谷川　剛基[*1,*2]・渋谷　眞人[*1,*6]・藤川　千恵[*1,*3]・前原　和寿[*1]・渡辺　暢章[*1,*4]
山本　雅之[*1,*5]・中楯　末三[*1]

[*1] 東京工芸大学工学部/工学研究科　〒243-0297 厚木市飯山 1583
[*2] 現所属：パナソニック半導体デバイスソリューションズ(株)光学設計チーム　〒224-8539 横浜市都筑区佐江戸町 600
[*3] 現所属：ペンタックス(株)研究開発本部光学研究部第 11 研究室　〒174-8639 東京都板橋区前野町 2-36-9
[*4] 現所属：(株)ニコンコアテクノロジーセンター研究開発本部光学設計部第 2 光学課　〒244-8533 横浜市栄区長尾台町 471
[*5] 現所属：シグマメルテック(株)制御技術部　〒215-0022 川崎市麻生区下麻生 3-37-7

Effectiveness of Odd Order Aspherical Surface

Masanori TANIKAWA[*1,*2], Masato SHIBUYA[*1,*6], Chie FUJIKAWA[*1,*3], Kazuhisa MAEHARA[*1], Nobuaki WATANABE[*1,*4], Masayuki YAMAMOTO[*1,*5] and Suezou NAKADATE[*1]

[*1] Faculty of Engineering/Graduate School of Engineering, Tokyo Polytechnic University, 1583 Iiyama, Atsugi 243-0297
[*2] Present affiliation: Panasonic Semiconductor Device Solutions Co., Ltd., 600 Saedo-cho, Tsuzuki-ku, Yokohama 224-8539
[*3] Present affiliation: PENTAX Corporation, Optical Research Department, Research & Development Headquarters, 2-36-9 Maeno-cho, Itabashi-ku, Tokyo 174-8639
[*4] Present affiliation: Nikon Co., Ltd., Core Technology Center Optical Technology Headquarters, Optical Design Department, 2nd Optical Design Section, 471 Nagaodai-machi, Sakae-ku, Yokohama 244-8533
[*5] Present affiliation: SIGMAMELTEC LTD., Equipment Control Dept., 3-37-7 Shimoasao, Asao-ku, Kawasaki 215-0022

We discussed mathematically the effectiveness of odd order aspherical coefficient by considering the possibility that the odd order aspherical surface can be represented as the function of even order aspherical coefficients. Moreover, by practical lens designing, we confirm the effectiveness of odd order aspherical surfaces. As a result, we conclude that odd order aspherical surfaces are not indispensable but effective both to reduce the number of parameters and to give prospect of lens designing. Also they are not effective in non-aberration symmetric optical systems.

Key words: odd order aspherical surface, optical designing, Zernike coefficient

1. はじめに

奇数次非球面はレンズ加工技術，光学シミュレーションの発達もあり，よく使われるようになってきており，多くの特許において収差設計上有効であるとされている[1-3]．さらに，収差論からの検討が行われ，3 次非球面係数が収差コントロールに有効である可能性が示唆されている[4]．また，簡単な光学系での収差検討からも，3 次非球面係数の有効性が述べられている[5]．一方，回転対称面であるから，奇数次非球面係数は高次までの偶数次非球面で近似できると一般に理解されていると思われ，われわれ自身もそのように考えていた[5]．

しかしながら，奇数次を偶数次で表せるかどうかの数学的に厳密な検討はなされておらず，また収差設計による具体的かつ総合的な報告はなされていないと思われる．そこで，奇数次非球面の偶数次に対する独立性を，数学的なまた具体的収差設計により検討することは，レンズ設計を遂

[*6] E-mail: shibuya@photo.t-kougei.ac.jp

行するうえで，また光学系や研磨面の評価にとって有益であると考える．

最初に，非常に単純な数学的な検討を行った．レンズ面は光が屈折するので，面形状の近似は変位だけではなく，傾きも近似されなくてはならない．このような見方はごく自然であるが，従来おおやけには議論されていなかったと思われる．この観点から数学的な条件を考えると，厳密には奇数次非球面を表す関数は，偶数次項からなるテイラー展開はできないことがわかる[6]．ただし，実際のレンズ面では，その収差の程度によるが，実質的に近似できる場合があるであろう．どのような条件で可能性があるかについて議論した．

次に，実際の光学設計により有効性を確認した．奇数次非球面の有効性を確認するために，① 奇数次非球面が偶数次非球面で表すことができるか，② 偶数次非球面にさらに奇数次を追加することによって性能向上できるか，③ 設計パラメーターとしての非球面係数の数を削減できるか，ということを検討した．

これらの検討の結果，奇数次非球面は必須ではないがパラメーターの節約になり，光学設計の効率化には有効であることがわかった．また，軸対称で無収差な光学系には，奇数次非球面は悪い作用を及ぼすといえる．

さらに，レンズ設計やレンズ評価において重要な働きをしているツェルニケ多項式の観点から検討を行った．ツェルニケ多項式は円形開口内で完全系をなすが，回転対称成分を考えてみると偶数次の項しか入っていない．ということは，回転対称な奇数次非球面は，偶数次項でテイラー展開できるようにみえるので，先のテイラー展開による数学的な基礎検討の結果とは一見矛盾する．しかしながら，無限数列の各項の並べ替えを行ったものは，もとと同じように収束するとは限らない．さらに，級数の無限和をとる操作と微分演算とは一般には可換でない．それゆえ，2 つの結論には矛盾はないと考える．実際にツェルニケ多項式による 3 次非球面の面形状近似を行い，傾きの近似の様子をみたところ，傾き近似は形状近似よりも 1 桁悪いことがわかった．

なお，1 次の非球面のようにレンズ面頂点で傾きが不連続な場合は，製造上も難点があると考え，本研究の考察の対象からはずし，3 次以上の奇数次非球面について検討した．

2. 理　　論

テイラー展開可能な関数は無限回微分可能であり，偶関数ならば偶数次項の冪級数に展開される．しかし，面形状を z，光軸からの高さを $h(-\infty<h<\infty)$ としたとき 3 次非球面形状 $z=|h|^3$ は偶関数ではあるが，原点において無限回微分不可能なのでテイラー展開できない．よって，3 次非球面係数を使用する意味があるといえる．同様のことが，奇数次非球面についていえる．これが，純粋に数学的に得られる結論である．

しかしながら，数値的には要求される近似内で必ずしも表せないとはいいきれない．そこで，偶関数（以下では領域が $h>0$ となっているので，数学の定義通りにいえば，偶数次の項からなる多項式）で近似的に 3 次非球面形状を表すことを考えてみる．$h>0$ の範囲で考えてみる．3 次奇数次非球面形状が，

$$h^3=\sum_i \alpha_{2i}h^{2i} \qquad (1)$$

と偶数次展開できると仮定する．レンズ面を表すには光線の屈折の状況，すなわちレンズの傾きも再現しなければならないので，両辺を微分して

$$3h^2=\sum_i 2i\alpha_{2i}h^{2i-1} \qquad (2)$$

とならなければならない．両辺に h を乗じて，

$$h^3=\sum_i \frac{2i}{3}\alpha_{2i}h^{2i} \qquad (3)$$

となる．式（1），（3）が両立するためには $i=3/2$ となる．これは解がないことを意味し，実際には両立できないことになる．もし近似的に両立できるとすると，$2i/3\fallingdotseq 1$ である $i=1$（デフォーカスまたは 2 次偶数次非球面係数）と $i=2$（4 次偶数次非球面係数）を用いれば近似できる可能性がある．5 次以上の奇数次非球面係数も同様のことがいえる．以上を整理すると，以下の ① がいえ，さらに ②～④ のことが推測できる．

① 奇数次非球面は，偶数次のテイラー展開では表せない．

② n 次の奇数次非球面であれば，$(n-1)$ 次と $(n+1)$ 次の偶数次非球面を用いることで近似できる可能性がある．

③ 3 次奇数次非球面の場合には，2 次偶数次非球面で近似を行うと，その変化は近軸量に影響を与えてしまう．近軸量が変化すると，レンズの基本的な性質は保たれないので，近軸量が非常に重要な場合は偶数次で置き換えることができない．

④ 軸対称で無収差な光学系の場合，軸上の球面収差も存在しない．理想球面波形状は偶数次の冪級数でテイラー展開できるので，奇数次非球面があると球面収差が発生する．よって，軸対称で無収差な光学系では，奇数次非球面は有効でないと考えられる．

Table 1　Lens data of singlet.

Surface No.	Surface curvature [mm]	Distance between surfaces [mm]	Index・glass
Object		∞	
1(Stop)	59.0214	2.0	BK7 $n_{\mathrm{d}}=1.51680$ $\nu_{\mathrm{d}}=64.20$
2	−410.6869	98.8454	
Image		0.0	

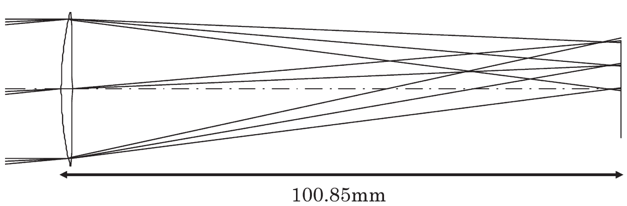

Fig. 1　Ray diagram of singlet.

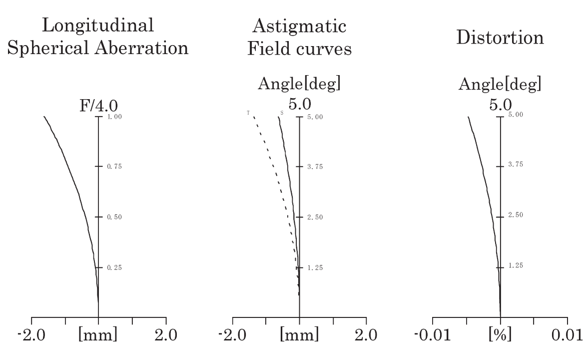

Fig. 2　Aberration diagrams of singlet.

ただし，② に関しては，本研究では対象外とした 1 次の非球面は，前後の偶数次がないので，原理的に有効な可能性はある．

3.　光学設計による近似検討（奇数次非球面の偶数次非球面による近似検討）

収差や仕様の異なるさまざまな光学系について，奇数次非球面をその前後の次数の偶数次非球面，またはその次数以上の偶数次非球面に置き換えることで，収差を近似できるかどうか検討を行った．

3.1　シングレット

まず，面形状が球面の球面収差が小さくなるよう適当なシングレット（両凸）を設計した．このレンズデータを Table 1 に示す．焦点距離 $f=100.0$ mm，F ナンバー/4.0，波長 $\lambda=587.5618$ nm，画角 $2\omega=\pm 5.0^{\circ}$ である．光路図，収差図を Fig. 1，Fig. 2 に示す．このシングレットに 3 次奇数次非球面を加え，3 次非球面をデフォーカスと 2，4 次偶数次非球面を組み合わせて使用することで収差状況が近似できるか否か検討を行った．

Table 2　3rd order aspherical coefficients of singlet.

Surface No.	Aspherical order	Coefficients
2	3	8.34127842036443E-6

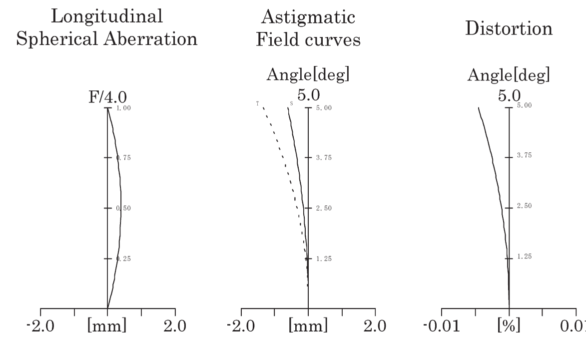

Fig. 3　Aberration diagrams of singlet with 3rd order aspherical coefficient.

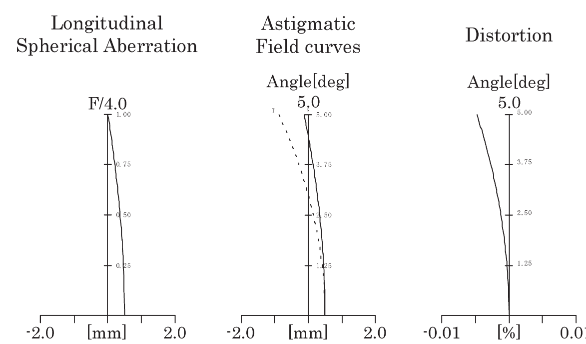

Fig. 4　Aberration diagrams of singlet with 4th order aspherical coefficient and defocus.

Table 3　4th order aspherical coefficients of singlet.

Surface No.	Aspherical order	Coefficients
2	4	3.48858743660873E-7

3.1.1　3 次奇数次非球面の近似

このシングレットの第 2 面（後面）に 3 次非球面を加え，最大開口の球面収差がゼロになるように非球面係数を変化させた．この非球面係数データを Table 2 に，収差図を Fig. 3 に示す．このシングレットの収差を目標にして，デフォーカスと 4 次偶数次非球面を組み合わせて，球面収差の最大開口と 5 割開口の値を近似した．2 次偶数次非球面を動かすと焦点距離が変化するので，代わりにデフォーカスとして−0.5 mm を用いた．収差図を Fig. 4 に，非球面係数データを Table 3 に示す．Fig. 3 と Fig. 4 を比べる

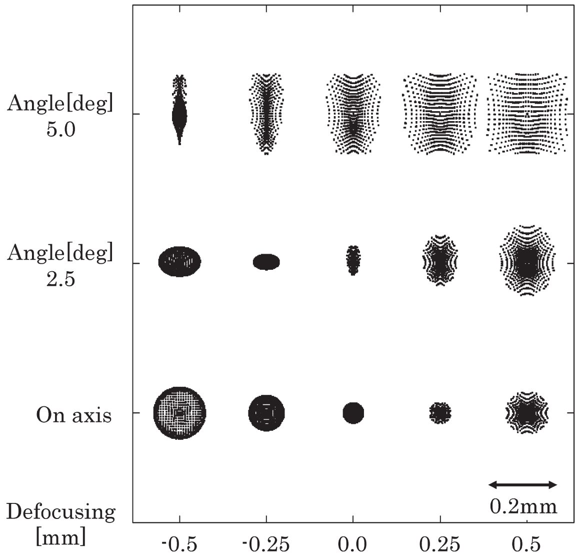

Fig. 5　Spot-diagrams of singlet with 3rd order aspherical coefficient.

Table 4　Lens data of singlet in the case that stop does not coincide with singlet.

Surface No.	Surface curvature [mm]	Distance between surfaces [mm]	Index・glass
Object		∞	
Stop		100.0	
2	88.2121	3.5	BK7 n_d=1.51680 ν_d=64.20
3	−123.1020	98.6481	
Image		0	

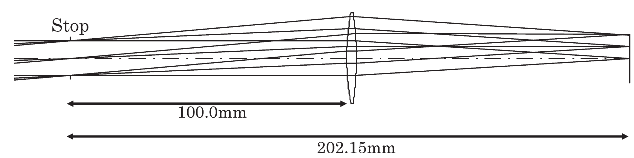

Fig. 7　Ray diagram of singlet in the case that stop does not coincide with singlet.

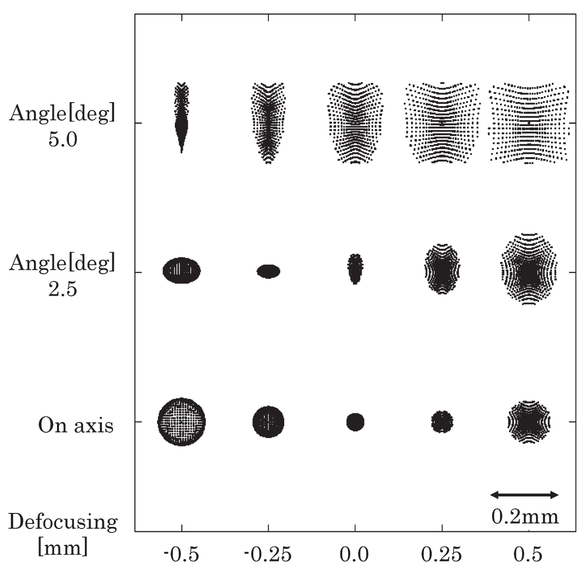

Fig. 6　Spot-diagrams of singlet with 4th order aspherical coefficient and defocus.

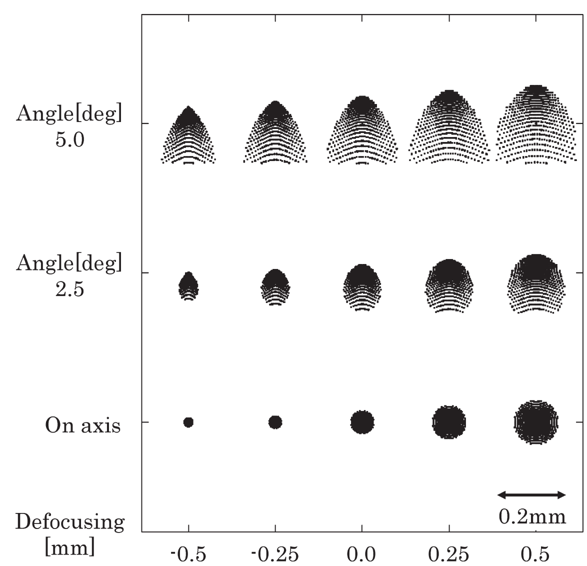

Fig. 8　Spot-diagrams of singlet in the case that stop does not coincide with singlet.

Table 5　3rd order aspherical coefficients of singlet in the case that stop does not coincide with singlet.

Surface No.	Aspherical order	Coefficients
3	3	5.65092E-6

と，かなり近似できていることがわかる．スポットダイヤグラムをFig. 5，Fig. 6に示すが，同様に近似できていることがわかる．

3.1.2　3次奇数次非球面の近似（絞り位置移動）

3章1節1項で考えたシングレットは絞りとレンズ（第1面）が一致しているが，本項ではFig. 7に示すように，絞りをレンズから100 mm前方に置いた．さらに，球面収差が小さくなるように曲率半径を変えた．レンズデータをTable 4に示す．ただし，周辺画角の光線がレンズで蹴られてしまうので$F/8.0$とした．Fig. 8にスポットダイヤグラムを示すが，絞り移動のためコマ収差が発生している．第3面（絞りが第1面）に3次奇数次非球面を加え，最大開口の球面収差がゼロになるように設計した．この非球面係数データをTable 5に，スポットダイヤグラムを

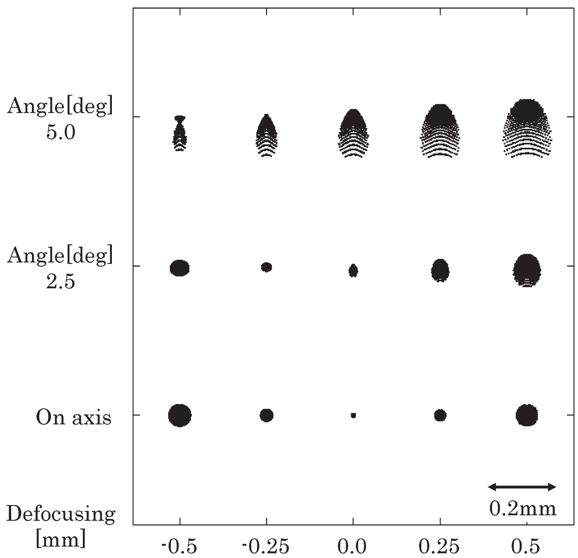

Fig. 9 Spot-diagrams of singlet with 3rd order aspherical coefficient in the case that stop does not coincide with singlet.

Table 6 4th order aspherical coefficients of singlet in the case that stop does not coincide with singlet.

Surface No.	Aspherical order	Coefficients
3	4	4.72442236085215E-7

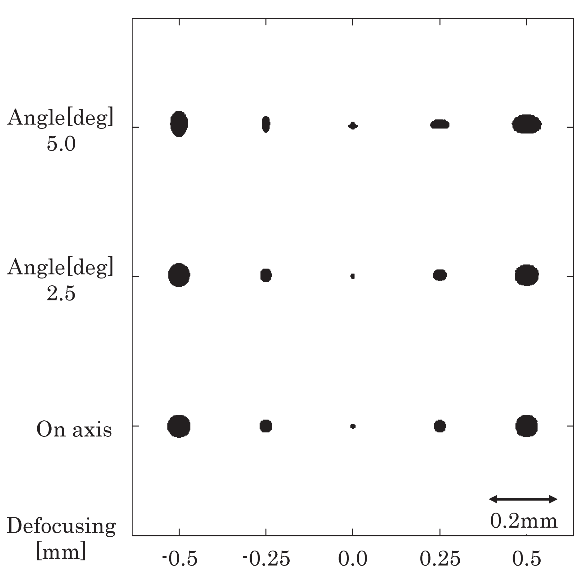

Fig. 10 Spot-diagrams of singlet with 4th order aspherical coefficient and defocus in the case that stop does not coincide with singlet.

Table 7 2nd and 4th order aspherical coefficients of singlet in the case that stop does not coincide with singlet.

Surface No.	Aspherical order	Coefficients
3	2	3.14363824965353E-5
	4	2.73849508104747E-7

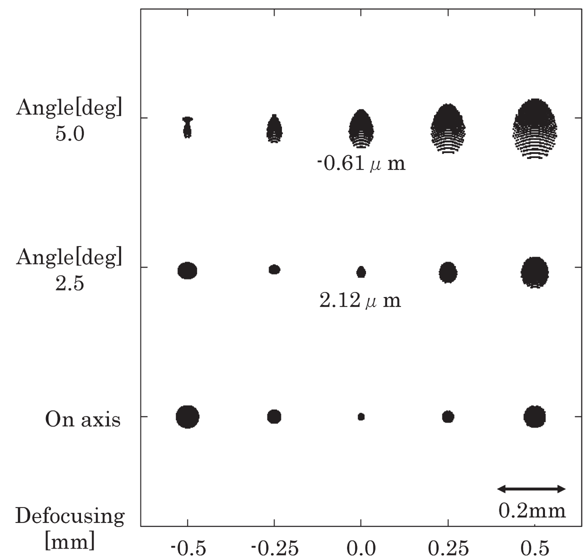

Fig. 11 Spot-diagrams of singlet with 2nd and 4th order aspherical coefficients in the case that stop does not coincide with singlet. −0.61 μm and 2.1 μm are changes of image height to the original image height.

Fig. 9 に示す．次に，この 3 次非球面の代わりに，デフォーカス−0.1668 mm と 4 次偶数次非球面を使用して収差を近似した．3 章 1 節 1 項と同じく，球面収差形状の特に最大開口と 5 割開口の値が同じになるように設計した．非球面係数データを Table 6 に，スポットダイヤグラムを Fig. 10 に示す．Fig. 9 と Fig. 10 を比べると，軸上は近似できているが，軸外は近似できていない．これは，軸上像点の光束と軸外像点の光束がレンズを通る場所が異なるためである．

そこで，近軸量を固定せず像高を目標に追加し，2，4 次偶数次非球面を使用して近似した．非球面係数データを Table 7 に，スポットダイヤグラムを Fig. 11 に示す．軸外軸上ともある程度近似できていることがわかる．また，像高の誤差量はスポット程度に十分収まっている．ここで，バックフォーカスは固定のまま（Fig. 9 のときと同じ）で近似したが，デフォーカスをパラメーターに入れても，この仕様では大きな差はなかった．

このように，シングレットの場合には，3 次奇数次非球面は近軸量を固定せず像高を目標にし 2，4 次偶数次非球面を使用すれば，絞りがずれても近似できると考えられる．

3.2 収差補正された光学系（小型カメラレンズ）

特許[1] に載っている奇数次非球面が使用されている小型カメラレンズをもとのデータとした．光路図を Fig. 12 に，レンズデータを Table 8 に，非球面係数データを Table 9

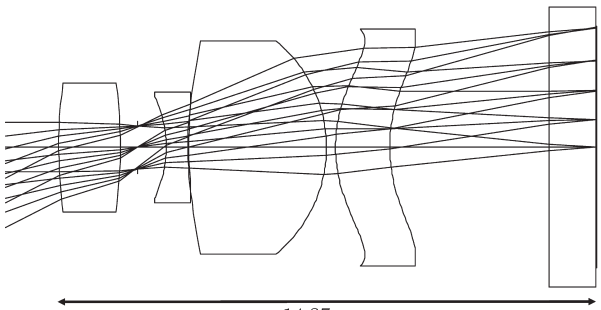

Fig. 12　Ray diagram of compact camera lens.

Table 8　Lens data of compact camera lens.

Surface No.	Surface curvature [mm]	Distance between surfaces [mm]	Index･glass
Object		∞	
1	13.8515	1.7	n_d＝1.84666 ν_d＝23.80
2	−13.8515	0.48	
Stop	∞	0.7883	
4	−3.2957	0.6	n_d＝1.92286 ν_d＝20.90
5	11.2147	0.03	
6	13.3788	3.8	n_d＝1.81600 ν_d＝46.60
7	−3.8042	0.25	
8 (Aspherical)	3.85	1.5	n_d＝1.49020 ν_d＝57.50
9 (Aspherical)	4.25	4.4	
10	∞	1.3	n_d＝1.51680 ν_d＝64.20
11	∞	0.0217	
Image		0.0	

Table 9　Aspherical coefficients of compact camera lens.

Surface No.	Aspherical order	Coefficients
8	Conic	−5.1004
	3	−0.0074637
	4	0.018371
	5	−0.0038733
	6	−0.00074236
	7	−0.00061612
	8	0.0004452
	9	−5.2655E-5
	10	−5.8732E-6
9	Conic	−2.8176024
	3	−0.009873
	4	0.017177
	5	−0.0030717
	6	−0.0017903
	7	−0.00090337
	8	0.0010817
	9	−0.00029701
	10	2.5117E-5

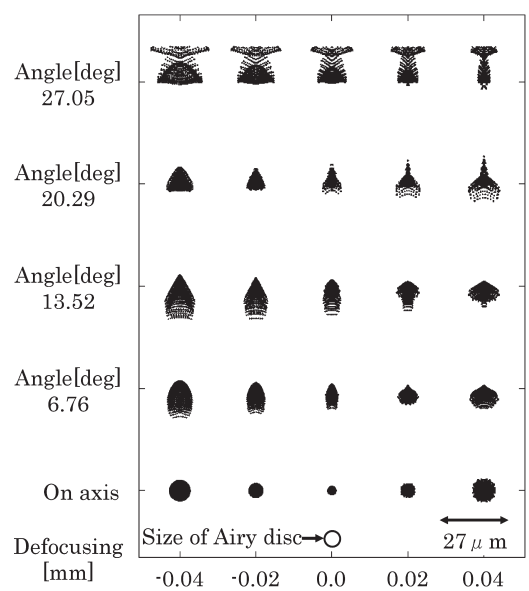

Fig. 13　Spot-diagrams of compact camera lens. Circle drawn at the bottom shows Airy disk.

に示す．レンズ枚数は5枚（うち1枚はカバーガラス）で，第4レンズにはプラスチックが使用され，両面（第8，9面）に3次から10次までの奇数次と偶数次の非球面が使用されている．スポットダイヤグラムをFig. 13に示す．図中の円はエアリーディスクを示す．軸上ではエアリーディスク程度の収差となっている．基本仕様は，焦点距離f＝6.5410 mm，Fナンバー/4.8，波長λ＝656.2725 nm，587.5618 nm，435.8343 nm，画角2ω＝±27.05°である．

3.2.1　3次奇数次非球面の近似

第8面について近似検討を行った．第8面の3次奇数次非球面だけをはずし，その前後の2，4次偶数次非球面と6次以上の偶数次非球面を組み合わせて使用し近似した．他の5，7，9次奇数次非球面，コーニック定数は固定とした．

ここでは近軸量を固定していないので，2，4次偶数次非球面を使用して主光線の像高がもとのデータと同じになるようにし，スポットも同じ形状になるように設計した．バックフォーカスを固定したままで設計した．なお，実際には変数の数より目標（制約条件）の数が圧倒的に多いので，自動設計だけでは十分に設計はできず，ところどころ手動設計も行った．非球面係数データをTable 10に，スポットダイヤグラムをFig. 14に示すが，全く近似できていない．また，像高の誤差量も大きい．そこで，徐々に偶数次非球面を増やして近似精度の向上を試みたところ，28次偶数次非球面まで使用することで十分に近似できた．こ

Table 10 2nd and 4th order aspherical coefficients of compact camera lens when 3rd order aspherical coefficient is approximated by these coefficients.

Surface No.	Aspherical order	Coefficients
8	2	−5.24563259673486E-6
	4	0.0162789455159395

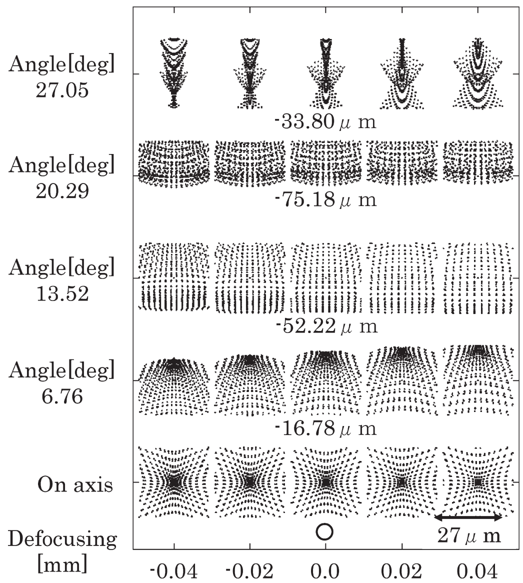

Fig. 14 Spot-diagrams of compact camera lens when 3rd order aspherical coefficient is approximated by 2nd and 4th coefficients. Circle drawn at the bottom shows Airy disk.

の非球面係数を Table 11 に，スポットダイヤグラムを Fig. 15 に示す．像高の誤差量も小さい．

この特許光学系の光線収差は，軸上ではいわゆる回折限界（エアリーディスク）程度に収まっている．そこで，面形状および傾きの近似が成立している場合の条件を，回折限界を基準に考えてみた．レイリーの 4 分の 1 波長則より，面形状近似誤差（形状差）によって発生する波面収差が $\lambda/4$ より小さければよいであろう．レンズの屈折率を n とすると，形状差の許容量 d は，

$$\text{光路差} = d(n-1) \leqq \frac{\lambda}{4} \tag{4}$$

となる．$n=1.4902$，波長 λ（主波長）$=587.5618$ nm より，

$$d \leqq \frac{587.5618\times10^{-9}}{4(1.4902-1)} = 3.00\times10^{-7} \tag{5}$$

となり，形状差の許容量は約 0.3 μm と考えられる．

同様に，傾き近似誤差（傾き差）の許容量は，傾き差による光線方向の変動角度が光束幅 D によって決まる回折広がり角度より小さければよいと考えられる．傾き差の許容量を ε とすると，

Table 11 2nd through 28th even order aspherical coefficients of compact camera lens when 3rd order aspherical coefficient is approximated by these coefficients.

Surface No.	Aspherical order	Coefficients
8	2	−0.00252655944061075
	4	0.0114575962264798
	6	0.00207257072547265
	8	−0.000734410989562224
	10	0.000366482858311599
	12	−8.43794861416249E-5
	14	1.32387923856572E-5
	16	−1.32416047802674E-6
	18	6.06433165490248E-8
	20	3.14831169924205E-9
	22	−6.93218870423387E-10
	24	4.77924093770489E-11
	26	−1.65222828410433E-12
	28	2.57399086280238E-14

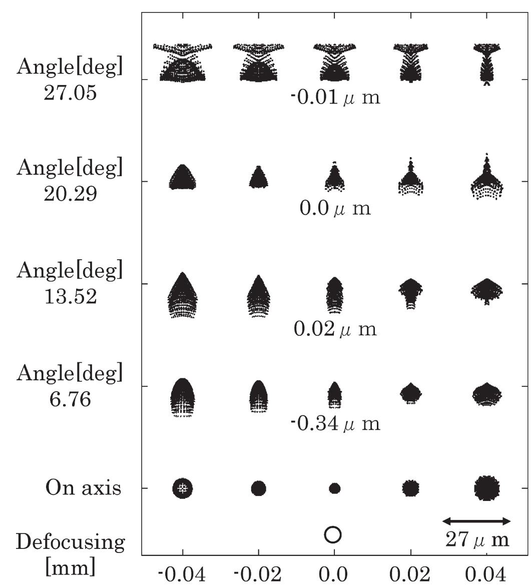

Fig. 15 Spot-diagrams of compact camera lens when 3rd order aspherical coefficient is approximated by 2nd through 28th even coefficients. −0.01 μm and etc. are changes of image height to the original image height. Circle drawn at the bottom shows Airy disk.

$$\varepsilon(n-1) \leqq 1.22\frac{\lambda}{D} \tag{6}$$

となる．$n=1.4902$，$\lambda=587.5618$ nm，$D \fallingdotseq 1.0$ mm より，

$$\varepsilon \leqq 1.22\frac{587.5618\times10^{-9}}{(1.0\times10^{-3})(1.4902-1)} = 1.46\times10^{-3} \tag{7}$$

となり，傾き差の許容量は約 1.46 mrad と考えられる．

2，4 次偶数次非球面で近似したときの形状差と傾き差を Fig. 16，Fig. 17 に示す．上記許容量からみても，近似できていないことがわかる．一方，28 次非球面まで使っ

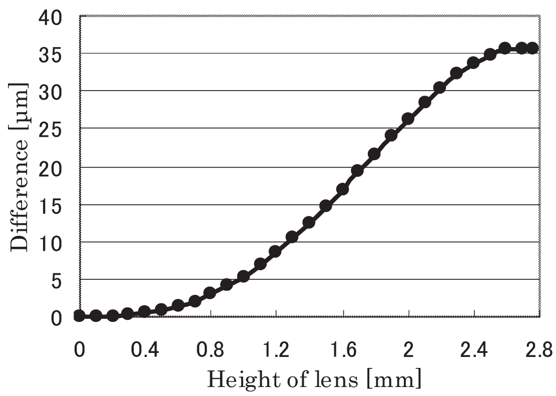

Fig. 16 The difference between original surface and that approximated by 2nd and 4th coefficients.

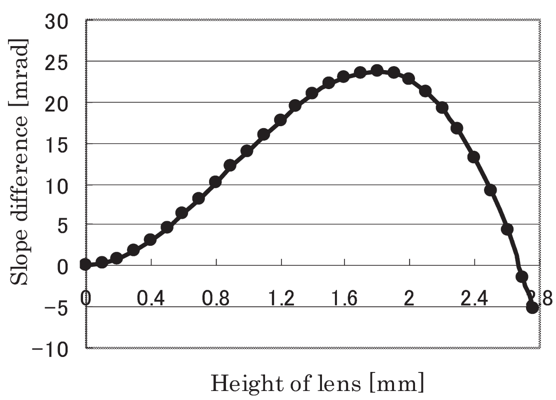

Fig. 17 The difference between original surface slope and that approximated by 2nd and 4th coefficients.

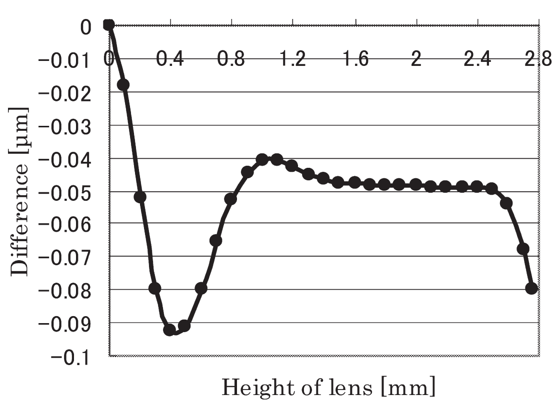

Fig. 18 The difference between original surface and that approximated by 2nd through 28th even coefficients.

たときの形状差と傾き差を Fig. 18，Fig. 19 に示すが，十分よく近似できていることがわかる．

この例では，収差補正のされた光学系の 3 次奇数次非球面が，近軸量を固定せず像高を目標にし 2，4 次偶数次非球面と，さらに 6 次から 28 次までの高次偶数次非球面を使用すれば近似できることが確認された．

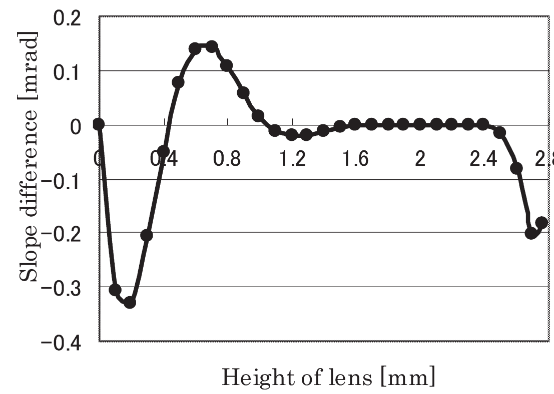

Fig. 19 The difference between original surface slope and that approximated by 2nd through 28th even coefficients.

Table 12 2nd through 22nd even order coefficients of compact camera lens when 3rd through 9th odd order aspherical coefficients of both 8th and 9th surfaces are approximated by these coefficients.

Surface No.	Aspherical order	Coefficients
8	2	−0.00226713175270514
	4	0.00979619262776327
	6	−0.00116359096870432
	8	−0.000301244367312238
	10	0.000135360777763684
	12	−2.26036545361092E-5
	14	7.08782255795328E-7
	16	4.07047418449757E-7
	18	−7.91608678347981E-8
	20	6.2633473553891E-9
	22	−1.92129661093465E-10
9	2	−0.00375893480292657
	4	0.00782123920704713
	6	−0.0017074914964578
	8	−0.000141145962032661
	10	0.000132405092960764
	12	−3.53155031575052E-5
	14	5.65125946547897E-6
	16	−5.85114726063023E-7
	18	3.70691924840847E-8
	20	−1.22505885572355E-9
	22	1.33416866079711E-11

3.2.2 すべての奇数次非球面の近似（両面）

さらに，同じ特許データについて，第 8，9 面のすべての奇数次非球面（3，5，7，9 次奇数次非球面）について 22 次まで用いて同時に近似を行った．非球面係数データを Table 12 に，スポットダイヤグラムを Fig. 20 に示すが，かなり近似できていることがわかる．像高の誤差量も小さい．Fig. 21，Fig. 22 に面形状差と傾き差を示すが，大きくずれてはいないが，式（5），（7）で求めた許容範囲に収まってはいない．しかしながら，実効的な面形状差と傾き差は，2 つの面の面形状差の差および傾き差の差で

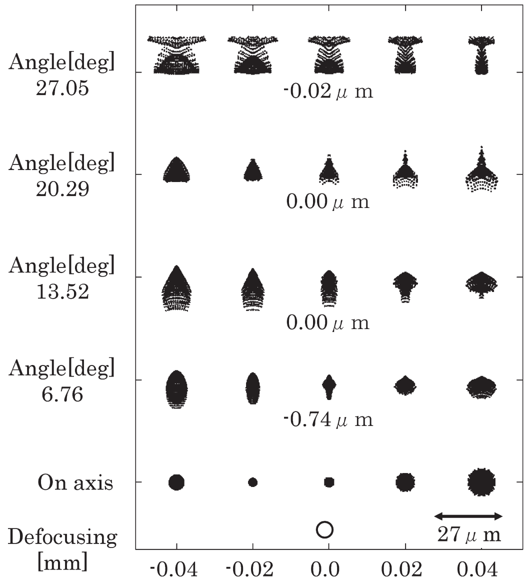

Fig. 20 Spot-diagrams of compact camera lens when 3rd through 9th odd order aspherical coefficients are approximated by 2nd through 22nd even coefficients. $-0.02\,\mu$m and etc. are changes of image height to the original image height. Circle drawn at the bottom shows Airy disk.

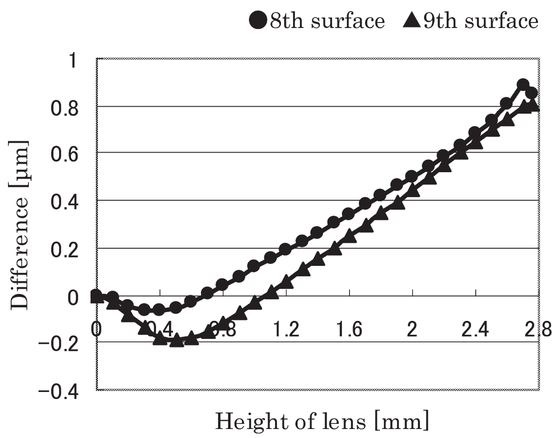

Fig. 21 The difference between original surface and that approximated by 2nd through 22nd even coefficients instead of 3rd through 9th odd order aspherical coefficients.

ある．これらの値は図からわかるように，ほぼ許容範囲に入っている．

この例では，両面を同時に用いたことが有利に働き，22次までで近似できたと考える．

3.3 収差補正された光学系（内焦式広角レンズ）

3章2節と同様に，特許データ[2]から奇数次非球面が使用されているカメラ光学系を探した．レンズ枚数は17枚で，第4，9面に3次奇数次非球面と4次から16次までの偶数次非球面が使用されている．光路図をFig. 23に示す．レンズデータをTable 13に，非球面係数データをTable 14

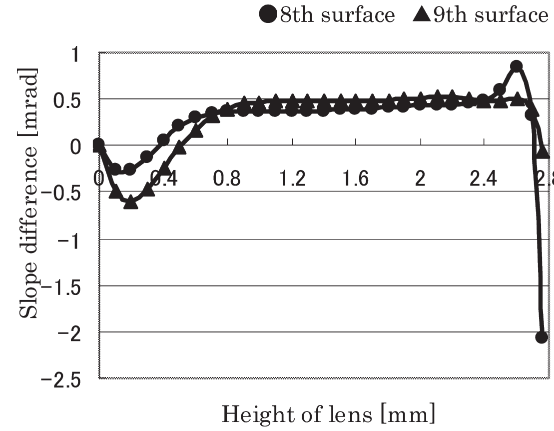

Fig. 22 The difference between original surface slope and that approximated by 2nd through 22nd even coefficients instead of 3rd through 9th odd order aspherical coefficients.

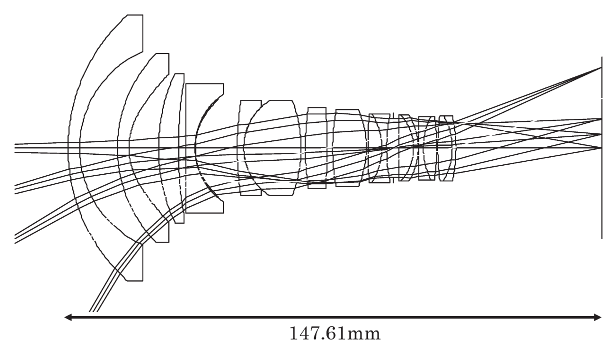

Fig. 23 Ray diagram of inner focus camera lens.

に示す．焦点距離 $f=13.3772$ mm，F ナンバー/2.89，波長 $\lambda=587.5618$ nm，435.8343 nm，画角 $2\omega=\pm59.15°$ である．ピント調整は内焦式フォーカシングであり，物体が無限遠（Position 1），遠距離（Position 2），中距離（Position 3），近距離（Position 4）の4つのPositionについて設計してある．Fig. 24 (a)～(d) にスポットダイヤグラムを示す．

第9面において，3次奇数次非球面を偶数次非球面にて近似できるかどうか検討を行った．コーニック定数は固定とした．CodeV™を用いており，2次の非球面係数を変えても表示上の焦点距離とバックフォーカスは変化しないように扱われる．そこで，各ポジションの主光線の像高を目標とし，像面位置のずれは微小なのでデフォーカスもパラメーターとして，収差補正した．26次まで使うとかなり近似できた．Fig. 25 (a)～(d) にスポットダイヤグラムを示すが，各ポジションとも近似できている．像高も各ポジションで十分近似できている．Fig. 26，Fig. 27 に面形状差と傾き差を示す．非球面係数データをTable 15に示す．特許データのバックフォーカスに対するデフォーカス

Table 13　Lens data of inner focus camera lens. Object distance, distance between stop and 21st surface, and back focus length are shown for four positions respectively.

Surface No.	Surface curvature [mm]	Distance between surfaces [mm]	Index･glass
Object		P1 : ∞, P2 : 509.9354, P3 : 108.7109, P4 : 52.3863	
1	49.1686	3.2000	n_d=1.77250　ν_d=49.61
2	29.0414	10.4500	
3	36.9310	3.1500	n_d=1.74443　ν_d=49.52
4 (Aspherical)	16.5607	8.2000	
5	49.1426	5.4500	n_d=1.51680　ν_d=64.10
6	109.6301	2.2000	
7	−1351.7476	2.4500	n_d=1.79500　ν_d=45.30
8	18.0000	0.1000	n_d=1.55223　ν_d=38.70
9 (Aspherical)	18.5889	11.5500	
10	84.9665	1.8000	n_d=1.83481　ν_d=42.72
11	15.6386	15.8500	n_d=1.64769　ν_d=33.80
12	−36.5124	1.2000	
13	77.0703	6.0000	n_d=1.53172　ν_d=48.87
14	−180.4056	1.5500	
15	59.6966	9.3000	n_d=1.53172　ν_d=48.87
16	−26.7247	0.4500	
17	126.8401	3.8500	n_d=1.51742　ν_d=52.42
18	−17.4698	1.3000	n_d=1.83400　ν_d=37.35
19	48.0387	2.0000	
Stop		P1 : 3.7775, P2 : 3.4412, P3 : 2.4348, P4 : 1.4596	
21	−772.3579	4.0000	n_d=1.48749　ν_d=70.24
22	−13.7605	1.3000	n_d=1.77250　ν_d=49.61
23	−17.5351	0.1000	
24	−341.9896	1.3000	n_d=1.79500　ν_d=45.30
25	19.3148	3.7000	n_d=1.49782　ν_d=82.52
26	−62.8479	0.3000	
27	69.1177	4.0000	n_d=1.49782　ν_d=82.52
28	−17.6971	1.0000	n_d=1.80400　ν_d=46.58
29	−42.0166	P1 : 38.0864, P2 : 38.4226, P3 : 39.4291, P4 : 40.4042	
Image		0.0000	

Table 14　Aspherical coefficients of inner focus camera lens.

Surface No.	Aspherical order	Coefficients
4	Conic	−0.9388
	3	−9.8E-5
	4	−2.79E-6
	6	2.23E-8
	8	−2.63E-10
	10	6.85E-13
	12	6.67E-17
	14	−2.82E-18
	16	3.33E-21
9	Conic	−0.144
	3	7.8E-5
	4	3.29E-5
	6	−8.58E-9
	8	−1.8E-11
	10	−5.78E-14
	12	−4.04E-14
	14	1.86E-16
	16	−2.45E-19

は微小であるが，そのデータを Table 16 に示す．ただし，内焦する群を微小量動かして各群の像面位置を一致させても，スポットダイヤグラムは全く変化しない．

このように，3 次奇数次非球面は近軸量を固定せず像高を目標にし，デフォーカスと 26 次までの高次偶数次非球面を使用すれば近似できた．ただし，特許データだけでは有効径が不確定であるなどの問題があり，実際の収差状況とは異なっているかもしれない．

3.4　無収差光学系

現在の半導体露光装置光学系では，シュトレール強度として 0.98 とか 0.99 という値が要求されているが，このような軸対称で無収差な光学系の場合，理想球面波形状は偶数次で展開されるので奇数次があると球面収差が発生し，少なくとも軸上も使う場合には，奇数次非球面は有効ではないと考えられる．実際に，4 次から 14 次までの偶数次非球面が使われている半導体露光装置光学系[7]に，3 次と 5 次の奇数次非球面を追加して設計を試みたが効果はなかった．というよりも，単純に自動設計を行うとむしろ収差

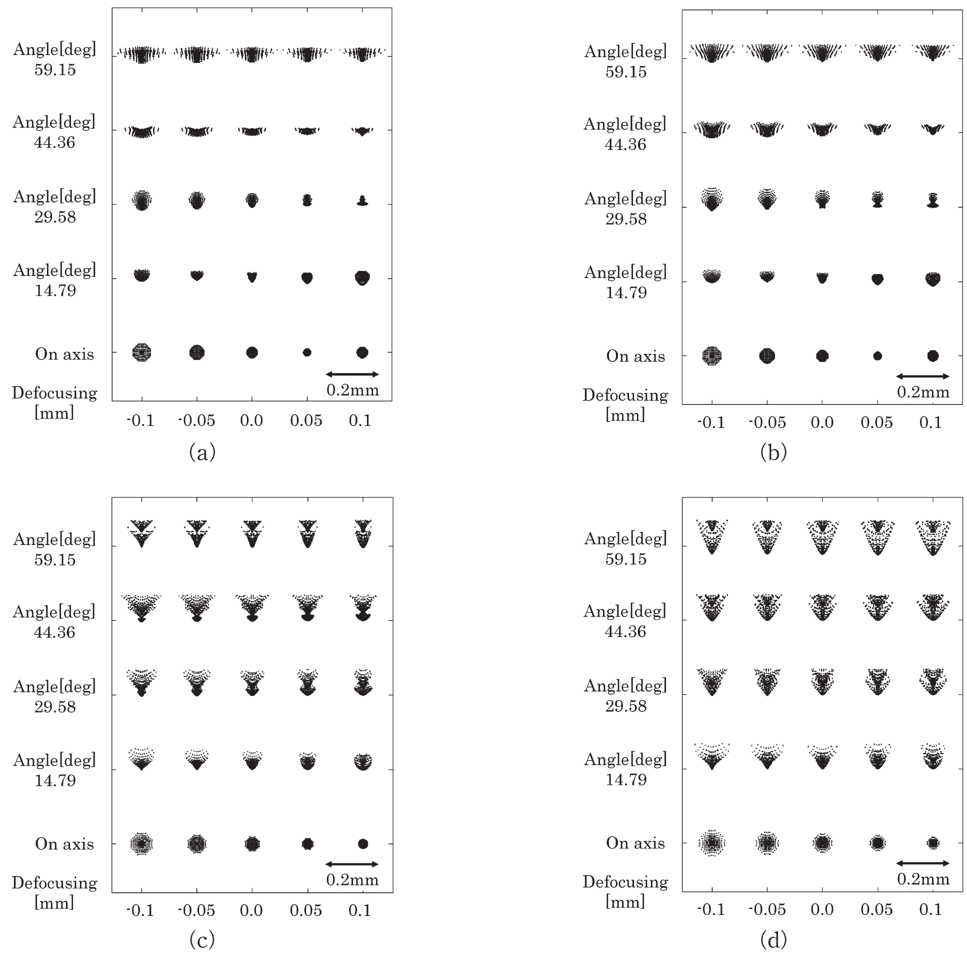

Fig. 24 (a) Spot-diagrams of inner focus camera lens when object distance is infinite. (b) Spot-diagrams of inner focus camera lens when object distance is 509.9354 mm. (c) Spot-diagrams of inner focus camera lens when object distance is 108.7109 mm. (d) Spot-diagrams of inner focus camera lens when object distance is 52.3863 mm.

Table 15 2nd through 26th even order aspherical coefficients inner focus camera lens when 3rd order aspherical coefficient is approximated by these coefficients.

Surface No.	Aspherical order	Coefficients
	2	9.47022958343147E-5
	4	5.34667675291597E-5
	6	−5.96240574093328E-7
	8	1.44419312004649E-8
	10	−2.30542967671539E-10
	12	2.24953069753039E-12
9	14	−1.34350547523656E-14
	16	4.38620389372387E-17
	18	−5.87940895422142E-20
	20	−5.52350042075932E-24
	22	1.45577303984011E-26
	24	−4.51673408789873E-30
	26	−1.37161579218609E-31

は悪くなる傾向になった．これは，奇数次に効果がないとともに，収差補正の働きにおいて，偶数次と奇数次の独立性が十分でないためではないかと推測している．

Table 16 Defocus data of inner focus camera lens when 3rd order aspherical coefficient is approximated by 2nd through 26th even order aspherical coefficients.

Position	Defocus [mm]
1	0.00102583300847716
2	0.00424046033069505
3	3.5879685805603E-8
4	3.33967819376911E-8

4. ツェルニケ多項式による表現

ツェルニケ多項式は完全系をなすので[8]，一見偶数次項のテイラー展開で奇数次非球面が表せると考えられ，2章の議論と矛盾するのではないかと思われる．しかしながら，関数列（多項式関数列）$g_n(x)$

$$g_n(x)=\sum_{k=0}^{m}c_k^n x^k \qquad (8)$$

があり，次式のように関数 $G(x)$ が $g_n(x)$ の無限和で表されているとする．

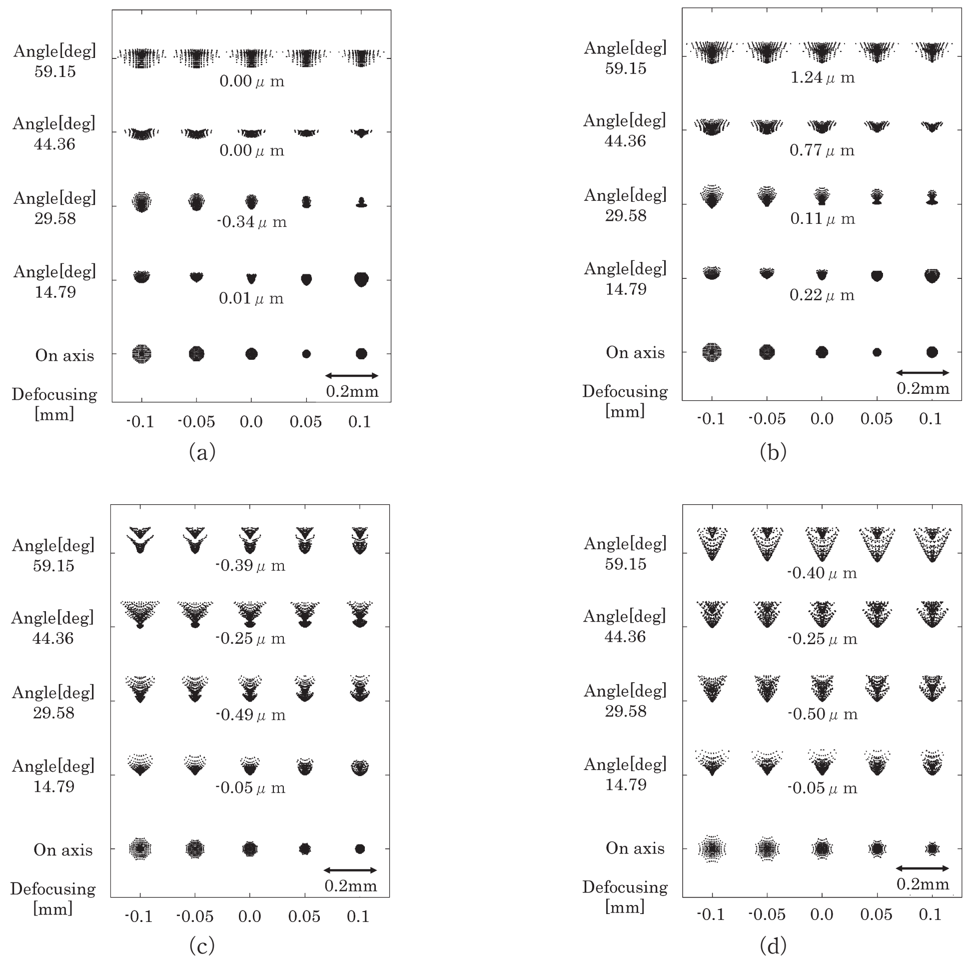

Fig. 25 (a) Spot-diagrams of inner focus camera lens when object distance is infinite in the case that 3rd order is approximated by 2nd through 26th even coefficients. (b) Spot-diagrams of inner focus camera lens when object distance is 509.9354 mm in the case that 3rd order is approximated by 2nd through 26th even coefficients. (c) Spot-diagrams of inner focus camera lens when object distance is 108.7109 mm in the case that 3rd order is approximated by 2nd through 26th even coefficients. (d) Spot-diagrams of inner focus camera lens when object distance is 52.3863 mm in the case that 3rd order is approximated by 2nd through 26th even coefficients.

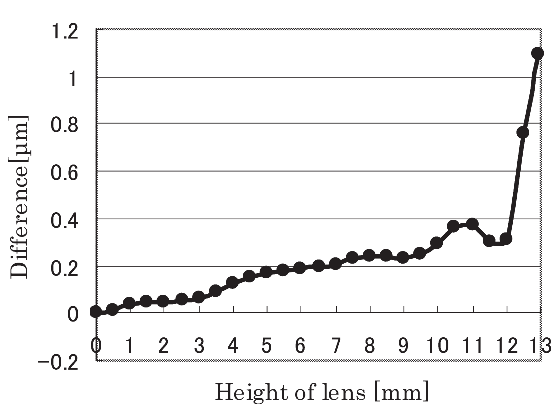

Fig. 26 The difference between original surface and that approximated by 2nd through 26th even coefficients instead of 3rd order aspherical coefficients.

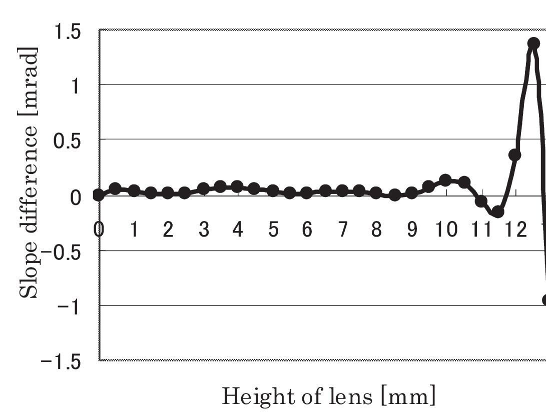

Fig. 27 The difference between original surface slope and that approximated by 2nd through 26th even coefficients instead of 3rd order aspherical coefficients.

$$G(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n g_n(x) \tag{9}$$

さらに

$$b_k=\sum_{n=0}^{\infty}a_n c_k^n \tag{10}$$

と置いて，項の並び替えを行いテイラー展開の形にしたとき，一般には必ずしもその係数 b_n が収束するとは限らず，

$$G(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n g_n(x)\neq\sum_{n=0}^{\infty}b_n x^n \tag{11}$$

となってしまう．ツェルニケ多項式の場合にも，収束しない係数があり，等号が成立しないことが，以下のように確認できる．

ツェルニケ多項式の回転対称な成分は

$$R_{2k}^{0}(r)=\sqrt{2(2k+1)}\sum_{n=0}^{k}\frac{(-1)^n(2k-n)!}{n![(k-n)!]^2}r^{2k-2n} \tag{12}$$

と書ける．これを用いて 3 次の非球面形状を展開すると，

$$\int_0^1 R_{2k}^0(r)r^3 r\mathrm{d}r=\int_0^1\sqrt{2(2k+1)}\sum_{n=0}^{k}\frac{(-1)^n(2k-n)!}{n![(k-n)!]^2}r^{2k-2n+4}\mathrm{d}r=\sqrt{2(2k+1)}\sum_{n=0}^{k}\frac{(-1)^n(2k-n)!}{n![(k-n)!]^2}\frac{1}{2k-2n+5} \tag{13}$$

となる．よって，

$$\begin{aligned}r^3&=\sum_{k=0}^{\infty}B_{2k}^0 R_{2k}^0(r)=\sum_{k=0}^{\infty}\sqrt{2(2k+1)}\sum_{n=0}^{k}\frac{(-1)^n(2k-n)!}{n![(k-n)!]^2}\frac{1}{2k-2n+5}\sqrt{2(2k+1)}\,R_{2k}^0(r)\\&=\sum_{k=0}^{\infty}\sqrt{2(2k+1)}\sum_{n=0}^{k}\frac{(-1)^n(2k-n)!}{n![(k-n)!]^2}\frac{1}{2k-2n+5}\sqrt{2(2k+1)}\sum_{m=0}^{k}\frac{(-1)^m(2k-m)!}{m![(k-m)!]^2}r^{2k-2m}\\&=\sum_{m=0}^{k}\sum_{k=0}^{\infty}2(2k+1)\sum_{n=0}^{k}\frac{(-1)^n(2k-n)!}{n![(k-n)!]^2}\frac{1}{2k-2n+5}\frac{(-1)^m(2k-m)!}{m![(k-m)!]^2}r^{2k-2m}\end{aligned} \tag{14}$$

と表すことができる．この式を，Mathematica Ver 5.2 を用いて計算してみると，定数項，2 乗の項は 0 に収束するが，4 乗の項は収束しないことがわかる．

また，レンズ面の近似においては面の位置だけではなく，面の傾きも近似しなくてはならないが，一般に無限級数の和で表されたものは，無限和の演算と微分の演算は可換ではない．それゆえ，先に各項を微分したもの（項別微分）が全体の微分にはならず

$$G'(x)=\left\{\sum_{n=0}^{\infty}a_n g_n(x)\right\}'\neq\sum_{n=0}^{\infty}a_n g_n{}'(x) \tag{15}$$

となる．ただし，テイラー展開の場合には等号が成り立ち，2 章の議論は成立している．

実際に，$h^3\,(0\leqq h\leqq 1)$ をツェルニケ多項式で展開したとき，3 回項別微分可能と仮定すれば式 (14) 第 1 列の左辺は定数 6 となる．一方，右辺のツェルニケ多項式で展開したほうは，奇数次の多項式の無限和となる．特に原点では，左辺は 6 なのに右辺は 0 となっている．したがって，h^3 のツェルニケ多項式による展開は，3（無限）回項別微分可能ではないことがいえる．

さらに，ツェルニケの有限項で 3 次奇数次非球面を近似したときに，微係数の近似がどの程度達成されるかを数値的に確認してみた．ツェルニケの回転対称な成分で，動径の最高次数として 28 次まで用いた．Fig. 28 に形状の近似の様子を，Fig. 29 に形状差を，Fig. 30 に傾きの近似の様子を，Fig. 31 に傾き差を示す．周辺での形状の大きさに対して，形状差は周辺端を除けば 0.2% であるが，周辺での傾きに対して，傾き差は周辺端を除いて 1% である．形

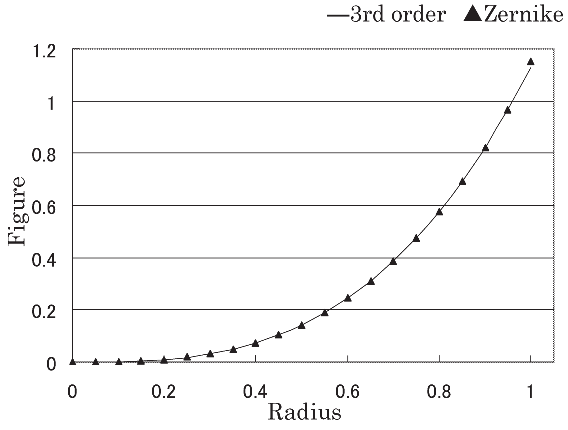

Fig. 28 3rd order surface figure and that approximated by Zernike coefficients.

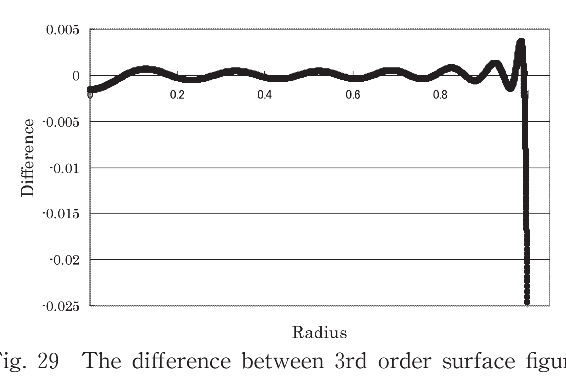

Fig. 29 The difference between 3rd order surface figure and that approximated by Zernike coefficients.

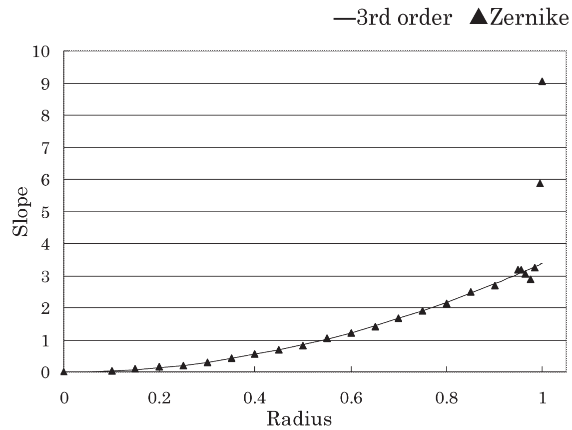

Fig. 30　3rd order surface slope and that approximated by Zernike coefficients.

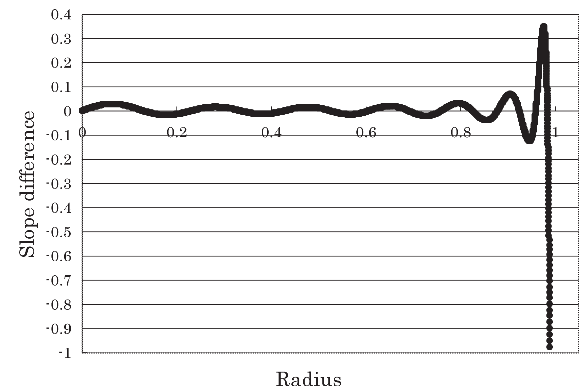

Fig. 31　The difference between 3rd order surface slope and that approximated by Zernike coefficients.

状を近似した場合に，傾きの近似はその 10 倍悪くなっている．

このように，ツェルニケ多項式は完全系をなすといっても，実際には有限項で近似することになり，奇数次非球面を必ずしも十分に表すことはできない．

また，レンズの収差設計での奇数次の置き換えから考えても，動径に対して 26 次くらいのツェルニケ多項式が必要であるが，通常，レンズ収差やレンズ面評価に使われるツェルニケ多項式では動径の 12 乗（ツェルニケ 37 項）までであり，多くてもせいぜい 14 乗（ツェルニケ 82 項）までである[9]．このことをレンズ面の研磨の観点から考えてみる．実際の研磨面に奇数次非球面成分が載っている可能性は十分にある．そのときにツェルニケ多項式で近似するとしても，通常の項数では不十分である．そこで，ツェルニケ多項式だけでなく，低次奇数次あるいは任意次数（次数が実数）の係数を 1 つ～2 つ同時に用いて近似することは有益ではないかと考える．その場合，奇数次はツェルニケの多項式とは直交しないので，最小二乗法で係数を決定することになるであろう．ただし，実際の面形状データについての情報はないので，具体的な量的な検討は行っていない．

5. ま　と　め

奇数次非球面は多くの特許などで用いられ，またいくつかの文献においてその有効性が示唆されている．一方，一般に奇数次非球面は高次の偶数次非球面で近似できるとされていたが，十分な吟味はなされてこなかった．筆者らは，奇数次非球面の有効性，特に偶数次に対する独立性について純粋に数学的な観点および具体的な光学設計によって検討した．

数学的には，厳密には奇数次非球面は高次まで用いても，偶数次非球面で近似することはできないことを明白にした．ただし，実質的に近似ができる場合もあると考えられ，実際に具体的な収差設計を行い，以下のような結論を得た．

① シングレットなどの収差が悪いシンプルな光学系の場合，奇数次非球面はデフォーカスおよび偶数次非球面で十分に収差補正ができる．

② エアリーディスクあるいはその 10 倍程度の光線収差の光学系の場合，奇数次非球面は 2 次偶数次非球面を含めたうえで高次の偶数次非球面まで使用すれば十分に近似できる．2 次を用いると近軸量は変わるが，像高の変化を許容内に収めることはできる．しかし，非常に高次（少なくとも 20 次以上）まで使用しなければならないので，奇数次非球面は非球面係数のパラメーター節約に有効であると考えられる．

③ 軸対称で無収差な光学系の場合，理想球面波形状は偶数次のみで展開されるので，奇数次があると球面収差が発生する．そのため奇数次非球面は有効ではない．

このように，奇数次非球面は原理的には必要ないが，設計の効率化，見通しをよくする効果があると考えられる．

ただし，本研究では製造上困難であるとして，1 次の非球面は検討しなかったが，2 章の議論からわかるように，前後の偶数次がないので，原理的に有効な可能性はある．

ツェルニケ多項式は完全系をなすので，一見奇数次非球面は偶数次項のテイラー展開で表せるようにみえる．しかし，ツェルニケ多項式により 3 次奇数次非球面形状を表したときに，項の並び替えでテイラー展開することができないことが示される．また，完全系をなすといっても，実際には有限項で近似することになり，奇数次非球面を必ずし

も十分に表すことはできない．レンズの収差設計での奇数次の置き換えから考えても，動径に対して 26 次くらいのツェルニケ多項式が必要であるが，レンズ面評価において通常使われるツェルニケ多項式では動径の 12 乗（ツェルニケ 37 項），あるいはせいぜい 14 乗（ツェルニケ 82 項）までである．よって，実際の研磨面形状の評価には，奇数次非球面を併用することも十分に意味があると考える．この点については，今後さらに検討していく意義があると考えている．

従来曖昧であった奇数次非球面と偶数次非球面の独立性について，理論的検討および面形状シミュレーションを行い，奇数次非球面は厳密には偶数次によっては表せないことが，理論的にも面形状の数値シミュレーションからもわかった．一方，多くの完全に無収差ではない光学系では，実質的に偶数次非球面で近似できるということもわかった．奇数次非球面の位置づけが明白になり，レンズ設計やレンズ評価に有用な結果を得たと考えている．

本研究を進めるにあたり，多くのご教示をいただいた，(株)ニコンの大木裕史フェローに感謝の意を表したい．

文　　献

1) 佐藤賢一：特開 2003-241081.
2) 佐藤治夫：特開 2001-159732.
3) 小松田秀其：特開 2004-31808.
4) 中川治平：レンズ設計工学（東海大学出版会，1986）pp. 184-185.
5) 渋谷眞人：“非球面光学系の設計”，Microoptics News, **22**, No. 3（2004）7-12.
6) 谷川剛基，藤川千恵，渋谷眞人，中楯末三：“奇数次非球面の基礎検討”，OJ2005 講演予稿集，23pH4（2005）.
7) 重松幸二，水澤聖幸：特開 2002-287023.
8) M. Born and E. Wolf: *Principles of Optics*, 7th ed.（Cambridge University Press, 1999）p. 523.
9) 渋谷眞人，大木裕史：回折と結像の光学（朝倉書店，2005）pp. 94-97.