

高強度励起による Yb 系固体レーザーの光パラメトリック チャープパルス増幅の超広帯域化の数値解析

池ヶ谷一貴*・張本 鉄雄***・山川 考一**

* 山梨大学大学院 〒400-8511 甲府市武田 4-3-11

** 日本原子力研究開発機構 〒619-0215 木津川市梅美台 8-1

Numerical Analysis of Optical Parametric Chirped-Pulse Amplification of Broad-Bandwidth Yb-Doped Solid-State Laser with High-Intensity Pump

Kazutaka Ikegaya*, Tetsuo Harimoto*** and Koichi Yamakawa**

* Graduate School, University of Yamanashi, 4-3-11 Takeda, Kofu 400-8511

** Japan Atomic Energy Agency, 8-1 Umemidai, Kizugawa 619-0215

This paper describes numerical analysis of optical parametric chirped pulse amplification of an ultra-broadband picosecond Yb-doped solid-state laser with high-intensity pump. Numerical results involving the third-order nonlinear susceptibility showed that the spectral bandwidth of the amplified seed laser is increased by a factor of 1.84 at a pump intensity of 100 GW/cm² in comparison with that of 2 GW/cm² in a type I β -BaB₂O₄ crystal. In addition, the high-intensity pump can be also used to compensate effectively for phase mismatch, group-velocity mismatch and walk off.

Key words: optical parametric chirped pulse amplification, Yb-doped solid-state laser, high-intensity pump, third-order nonlinear susceptibility

1. はじめに

光パラメトリックチャープパルス増幅 (optical parametric chirped pulse amplification: OPCPA) は、時間幅の伸長と光パラメトリック増幅によるチャープパルスの高利得、超広帯域増幅により高出力超短パルスを得る技術であり¹⁾、数サイクルレーザーパルスの高出力化に有効とされる技術のひとつとして研究が進められている^{2,3)}。OPCPA を用いた超広帯域レーザーパルス増幅に関するさまざまな方式がすでに考案されている。そのひとつとして、複数の非線形光学結晶とアイドラー光の除去により超広帯域増幅を保證する非平行入射の OPCPA (noncollinear OPCPA: NOPCPA) から数サイクルテラワットレーザーパルスが得られることが示された⁴⁾。光パラメトリック増幅において、励起光およびシード光に差周波数成分であるアイドラー光を加えた 3 光波が結晶中の伝搬距離に依存する増幅・飽和・逆変換の 3 過程を周期的に繰り返す。飽和過程ではシード光およびアイドラー光の増幅効率は低下していき、

これに反してシード光ならびにアイドラー光から励起光へと移行していくが、結晶を連続敷設し各結晶間におけるアイドラー光を相互作用空間から除くことで励起光への逆変換現象を抑制し、シード光の超広帯域増幅を保證する。また、励起光波長をシード光の第二高調波波長とした縮退型の OPCPA (degeneracy OPCPA: DOPCPA) は、Ti:sapphire レーザーを用いて利得バンド幅 400 nm にわたる増幅も得られた⁵⁾。さらに、高出力超短レーザーパルスにおいて Ti:sapphire レーザーの代替として注目されている Yb 系固体レーザーは、パルスの超短化に十分なバンド幅と高い量子効率を有し、直接励起で 1 μ m 波長付近の高出力レーザーパルスを発振することが可能である。これによって、装置の小型化と簡素化が可能となり、Yb:YLF ピコ秒レーザーパルスを用いた DOPCPA から数フェムト秒に相当する利得バンド幅が得られた⁶⁾。しかし、ピコ秒領域の OPCPA では、増幅過程における群速度不整合、またレーザービームが小口径となるとウォークオフ角の影

*** E-mail: harimoto@yamanashi.ac.jp

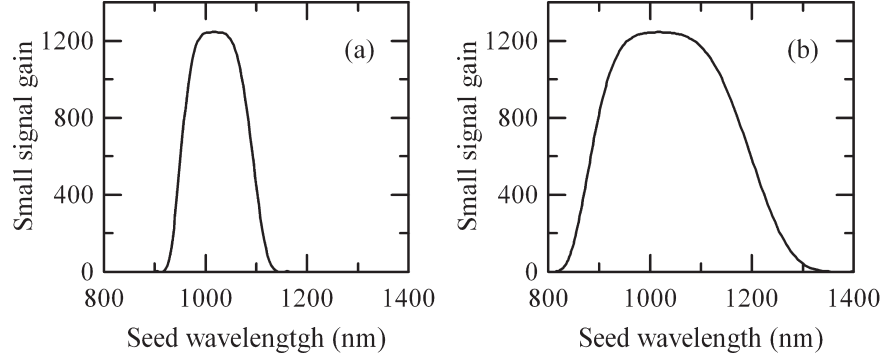


Fig. 1 Small signal gains for pump intensities of (a) 2 GW/cm² and (b) 50 GW/cm². Crystal thicknesses for (a) and (b) are 5 mm and 1 mm, respectively.

響が変換効率および利得の低下の原因となる。また、励起光とシード光との間に起こる変換と逆変換過程はナノ秒領域の OPCPA より顕著に現れ、増幅したシード光が変調された時間分布になってしまう。これらを考慮した増幅器および相互作用する励起光とシード光の最適化設計が必要となる。本論文では、ピコ秒レーザーパルスを用いた DOPCPA による超広帯域増幅を目的とした三次元数値解析から、高強度励起による Yb 系固体レーザーの超広帯域増幅の有用性を示す。

2. DOPCPA の利得超広帯域化

光パラメトリック増幅において効率よく増幅するためには、励起光、シード光、アイドラー光の間の位相不整合を表す波数の差 Δk をゼロにする必要がある。OPCPA の小信号解析によると、増幅したシード光の利得は利得係数 (gain coefficient) と位相不整合ファクター (Δk) によって決定され¹⁾、一般的に位相整合条件を満たすことによって利得を高める。OPCPA は増幅後のパルス時間圧縮過程を踏まえると、通常の回折格子対による圧縮方法に適用する線形チャープで伸長したシードレーザーパルスを用いた増幅が望ましいが、このときシード光の広帯域で同じ位相整合角 θ_m をもつことは不可能であるため、利得の超広帯域化は困難である。そこで本論文では、利得係数にかかわる励起光強度に着目した。近年のレーザー増幅の進歩により Yb 系固体を用いた高強度レーザー⁶⁾ 等が容易に利用できるようになったため、これを OPCPA へ応用することによって位相不整合を補償することが可能となり、より広帯域にわたる増幅が期待できる。Fig. 1 は 508.5 nm の励起光をシード光波長 1017 nm で位相整合をとる位相整合角 $\theta_m = 23.55^\circ$ の type I β -BaB₂O₄ (BBO) 結晶に平行入射した DOPCPA の小信号利得の計算結果を示したものである。励起光強度を 2 GW/cm² から 50 GW/cm² まで高

めることによってシード光の利得幅が広がった。このように高強度励起による OPCPA の利得の広帯域化が可能なのは明らかであるが、従来の小信号近似では三次の非線形光学効果である自己位相変調および相互位相変調の影響や位相シフトによる時間圧縮への影響も不明瞭である。したがって、これらの要素を含めた数値計算から高強度励起による DOPCPA の広帯域増幅を評価することが必要である。

3. 数値解析モデル

DOPCPA の数値解析のために、マクスウェル方程式に基づいた光波の包絡線に関する非線形波動方程式を用いる。本論文では高強度ピコ秒レーザーパルスを考えるため、群速度不整合、ビーム空間効果、三次の非線形光学効果の影響を考慮し、群速度分散の影響は小さいものとして無視する。光波 E_m とそれに関する連立非線形波動方程式を以下のように表す^{7,8)}。

$$E_m(x, y, z, t) = \frac{1}{2} A_m(x, y, t) \exp[j(\omega_m t - k_m r_m)] + c.c. \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \sin \Omega_{px} \frac{\partial A_p}{\partial x} + \sin \Omega_{py} \frac{\partial A_p}{\partial y} + \sin \Omega_{pz} \frac{\partial A_p}{\partial z} \\ & + \frac{j}{2k_p} \left(\frac{\partial^2 A_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_p}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{v_p} \frac{\partial A_p}{\partial t} \\ & = -j \frac{\omega_p d_{\text{eff}}}{cn_p} A_s A_i \exp(j\Delta\phi) \\ & - jk_p (\gamma_{pp} I_p + \gamma_{ps} I_s + \gamma_{pi} I_i) A_p \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} & \sin \Omega_{sx} \frac{\partial A_s}{\partial x} + \sin \Omega_{sy} \frac{\partial A_s}{\partial y} + \sin \Omega_{sz} \frac{\partial A_s}{\partial z} \\ & + \frac{j}{2k_s} \left(\frac{\partial^2 A_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_s}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{v_s} \frac{\partial A_s}{\partial t} \\ & = -j \frac{\omega_s d_{\text{eff}}}{cn_s} A_i^* A_p \exp(-j\Delta\phi) \\ & - jk_s (\gamma_{sp} I_p + \gamma_{ss} I_s + \gamma_{si} I_i) A_s \end{aligned} \quad (2b)$$

$$\begin{aligned}
& \sin \Omega_{ix} \frac{\partial A_i}{\partial x} + \sin \Omega_{iy} \frac{\partial A_i}{\partial y} + \sin \Omega_{iz} \frac{\partial A_i}{\partial z} \\
& + \frac{j}{2k_i} \left(\frac{\partial^2 A_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_i}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{v_i} \frac{\partial A_i}{\partial t} \\
& = -j \frac{\omega_i d_{\text{eff}}}{c n_i} A_p A_s^* \exp(-j\Delta\phi) \\
& - j k_i (\gamma_{ip} I_p + \gamma_{is} I_s + \gamma_{ii} I_i) A_i \quad (2c)
\end{aligned}$$

ここで A_p , A_s , A_i はそれぞれ励起光 (p), シード光 (s), アイドラー光 (i) の複素振幅であり, 時間・空間に関する光波振幅 a_m ($m=p, s, i$) と角周波数 ω_m に関する位相 φ_m , 虚数単位 j から $A_m = a_m \exp(j\varphi_m)$ と表される. 初期位相 φ_{p0} , φ_{s0} , φ_{i0} は OPCPA の必要条件から $\varphi_{p0} - \varphi_{s0} - \varphi_{i0} = \pi/2$ と表される. x と y はそれぞれ常光線と異常光線の偏光方向, z は平行入射における光の伝搬方向である. t は時間, c は真空中の光速, n_m は結晶中の屈折率, k_m は波数である. Ω_{mx} , Ω_{my} , Ω_{mz} はそれぞれ y - z , z - x , x - y 平面に対する光波の入射角, v_m は群速度, d_{eff} は二次の非線形光学係数, $\Delta\phi$ は位相不整合による位相差である. $\gamma_{mm'}$ ($m'=p, s, i$) は三次の非線形光学係数である⁹⁾. 強度 I_m は真空中の誘電率 ϵ_0 から $I_m = \epsilon_0 n_m c |A_m|^2 / 2$ と表され, レーザーパルス全体のエネルギーは強度の時間・空間積分で求められる. 増幅には type I BBO 結晶を用い, 結晶特性に基づく位相整合条件からシード光とアイドラー光は x 軸方向 (常光線), 励起光は y 軸方向 (異常光線) で直線偏光するものと仮定する. 励起光とシード光として Yb:YLF レーザーを用い, 励起光の波長はシード光の第二高調波波長とし, それぞれ 508.5 nm, 1017 nm とする. 3 光波の時間波形はガウス分布とし, 励起光はパルス幅 4 ps のチャープフリー, シード光はパルス幅 1 ps, バンド幅 200 nm の線形チャープとする. 空間パターンもガウス分布とし, 励起光のビーム径は 1.2 mm, シード光のビーム径は 1 mm とする. 励起光の初期強度は 2~100 GW/cm² とし, シード光は 50 kW/cm² とする. また, 入射光は空間的に均一な位相をもつと仮定する.

位相差 $\Delta\phi$ は, $\Delta k = \{k_p^2 + k_s^2 - 2k_p k_s (\sin \Omega_{px} \sin \Omega_{sx} + \sin \Omega_{py} \sin \Omega_{sy} + \sin \Omega_{pz} \sin \Omega_{sz})\}^{1/2} - k_i$ から $\Delta\phi = \Delta k r_m$ と求められる. $\Delta\phi$ は k_s のシード光スペクトル分布に応じて波長に依存する. シード光の中心波長に対して $\Delta\phi$ は 0 である. 入射シード光のチャープ特性によりシード光の波長成分は時間に依存し, その結果, $\Delta\phi$ も時間とともに変化する. 数値解析ではシード光の入射方向を基準 ($\Omega_{sz} = \pi/2$) とし, Ω_{py} は励起光の入射角 α , Ω_{iy} はアイドラー光の入射角 β を示す. アイドラー光の入射角は位相整合条件より $\beta = \sin^{-1}\{(k_p/k_i) \sin \alpha\}$ で表され, DOPCPA において $\beta \sim$

2α となる. また, 結晶の複屈折性により結晶中の伝搬において y 方向で偏光する励起光のポインティングベクトルがウォークオフ角 ρ の影響を受けるため, 励起光は y 方向入射角 Ω_{py} に ρ を加えて評価する. また, 位相差 $\Delta\phi$ によってシード光の初期状態に対する波長シフト $\Delta\lambda_s$ が生じるため, これから増幅後のシード光のチャープ状態の変化を評価する. 波長シフトはシード光の初期位相に対する位相シフト $\Delta\varphi_s(\Delta k, \gamma_s) = \varphi_s - \varphi_{s0}$ から求められる.

DOPCPA ではシード光とアイドラー光の間の群速度が等しいことから, 一般に 3 光波間の時間的なずれを抑える許容結晶厚さ d_τ は励起光とシード光のパルス幅の差 $\Delta\tau$ から $d_\tau \leq \Delta\tau v_p v_s / |v_p - v_s|$ と示す. また, 3 光波間の空間的なずれを抑える許容結晶厚さ d_D は励起光とシード光のビーム径の差 ΔD から $d_D \leq \Delta D / (\rho + \alpha)$ と示し, 平行入射条件ですぐれた位相整合条件を示す DOPCPA は結晶中の伝搬におけるウォークオフ角の影響を最小限に抑えられる. 本論文ではそれに則って, 入射角 $\alpha = 0^\circ$, シード光の中心波長における位相整合角 $\theta_m = 23.55^\circ$ を採用し, 結晶厚さに応じて 2 光波間の入射時間・空間座標を最適化して解析を行った.

4. 数値解析結果

励起光強度に対してシード光増幅が飽和強度に達する結晶厚さと, そのときのシード光の利得バンド幅を Fig. 2 に示す. 励起光強度が 2 GW/cm², 結晶厚さが 8.0 mm のときは利得バンド幅が 133 nm であったが, 励起光強度を大きくするにつれて広い利得バンド幅が得られた. 励起光強度を 10 GW/cm² としたとき 2 GW/cm² のときの半分の結晶厚さで 1.5 倍の利得バンド幅が得られ, このとき入射シード光のバンド幅まで利得バンド幅を広げることができた. 三次の非線形光学効果を考慮した場合 ($\gamma_{mm'} \neq 0$) とそうでない場合 ($\gamma_{mm'} = 0$) では結晶厚さに関してはほぼ等しいが (Fig. 2 (a)), 利得バンド幅は励起光強度 40 GW/cm² 以上で 2% 程度の差があった. これによるシード光のピーク強度およびパルス幅の変化は最大励起光強度 100 GW/cm² において 1% 未満であった. 三次の非線形光学効果はシード光, 励起光およびアイドラー光における自己位相変調, 3 光波間における相互位相変調, ビームの自己収束等を引き起こし, その大きさは入射シード光および励起光のピーク強度, 結晶の非線形屈折率, 結晶の厚さによって決められる. Fig. 2 の計算結果より, シード光増幅が飽和強度に達する結晶厚さを用いて光パラメトリック増幅器を設計する場合に, 励起光強度を上げても, それに対応する結晶厚さは小さくなるため, 三次の非線形光学効

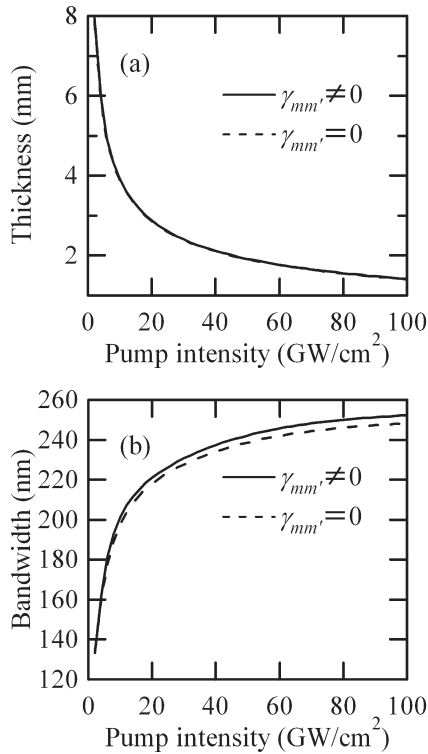


Fig. 2 (a) Optimized thickness and (b) corresponding bandwidth for pump intensities of 2-100 GW/cm².

果の影響は限定的である。したがって、ピコ秒領域の OPCPA に関して逆変換を起こさせない結晶厚さでは三次の非線形光学効果の影響を無視することができる。励起光強度が 20 GW/cm² 以上の増幅では総じて 220 nm 以上が得られたが、飽和領域近傍では増幅したシード光のバンド幅は結晶厚さによって敏感に変わるため、安定した時間波形と利得バンド幅を得るには励起光強度に応じた結晶厚さ精度が要求される。本論文で用いたシード光および励起光の初期条件に対して、非線形波動方程式を用いた数値計算結果から結晶厚さの許容範囲を評価することができる。励起光強度が 100 GW/cm² の増幅では結晶厚さ 1.4 mm で飽和強度に達することから、逆変換過程を防ぐと同時に 200 nm を超える超広帯域バンド幅の変化を 5% 以内に抑えるためには結晶厚さを 1.4 mm ± 30 μm にする必要がある。

Fig. 3 と Fig. 4 はそれぞれ励起光の強度が 2 GW/cm² と 100 GW/cm² のときの増幅から得られたシード光強度の空間・時間分布 ($y-t$) と時間波形、初期状態に対する波長シフトを示したものである。励起光強度が 2 GW/cm² のとき、群速度不整合とウォークオフ角により強度分布の偏りがみられた。特に時間波形は群速度不整合と位相不整合から、利得範囲が中心の 0.7 ps 程度に限られ、パルスの立ち上がりに増幅が偏った時間波形となった。それに対

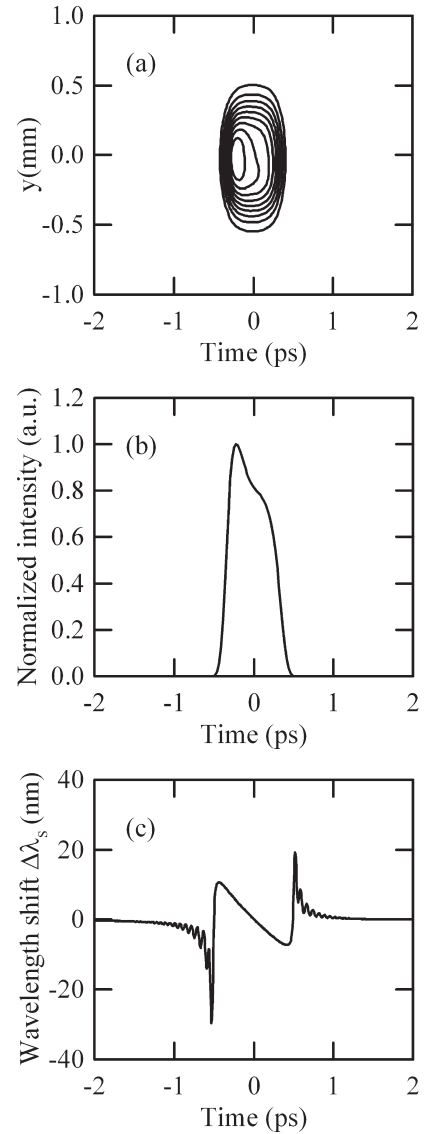


Fig. 3 (a) Spatiotemporal contour line map of the amplified seed laser pulse at $x=0$. (b) Normalized temporal intensities of the amplified seed laser at $\Delta\theta=0$. (c) Wavelength shift $\Delta\lambda_s$ in the amplified seed laser with respect to the initial wavelength shift $\Delta\lambda_{s0}$ at beam center ($x=y=0$). The pump intensity is 2 GW/cm².

して励起光強度が 100 GW/cm² のとき、群速度不整合やウォークオフ角の影響がほぼ無視でき、時間範囲 1.6 ps 以上で増幅が得られた。2 GW/cm² のときに比べ、パルス幅および利得バンド幅に関してそれぞれ 2 倍、1.84 倍まで得られ、入射時のパルス幅およびバンド幅に比べて 1.22 倍、1.26 倍まで得られた。また、励起光強度 2 GW/cm² と 100 GW/cm² に対するシード光強度の利得はそれぞれ 4.6×10^3 、 3.0×10^5 となり、励起光からシード光へのエネルギー変換効率はいずれも 1.9%、2.6% となる。シード光増幅と同時に発生したアイドラー光はシード光とほぼ同じエネルギーを有する。励起光のピーク強度が一定

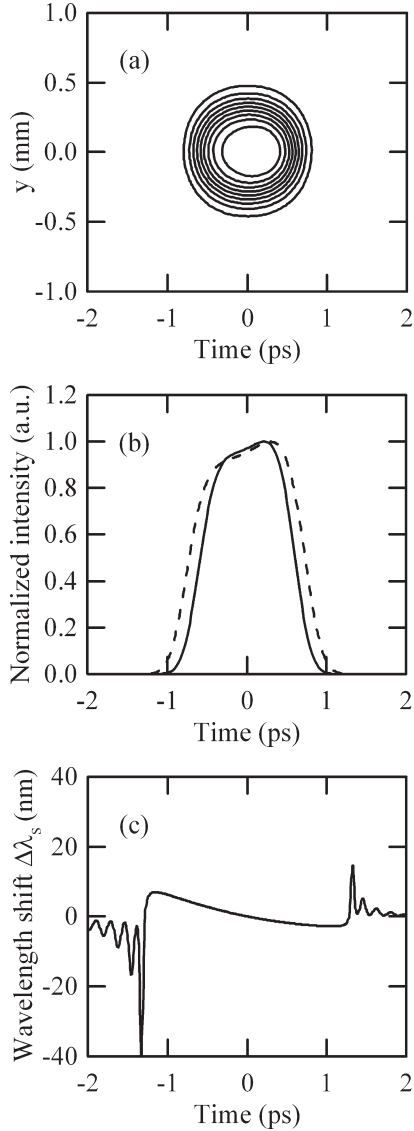


Fig. 4 (a) Spatiotemporal contour line map of the amplified seed laser pulse at $x=0$. (b) Normalized temporal intensities of the amplified seed laser at $\Delta\theta=0$ (solid line) and $\Delta\theta=-3$ mrad (broken line), respectively. (c) Wavelength shift $\Delta\lambda_s$ in the amplified seed laser with respect to the initial wavelength shift $\Delta\lambda_{s0}$ at beam center ($x=y=0$). The pump intensity is 100 GW/cm 2 .

であれば、増幅したシード光のピーク強度はおおよそ励起光のピーク強度の半分である。励起光強度が高くなるとシード光のバンド幅における広がりと同じようにエネルギー変換効率も大きくなる。エネルギー変換効率をより高く上げるために、初期シード光および励起光のビームにフラットトップに近い空間分布を用いることが必要である。Fig. 3 (c) と Fig. 4 (c) に示したシード光の初期状態に対する波長シフト $\Delta\lambda_s$ は強度によらず、ともに増幅時間範囲において線形であった。したがって、位相シフトによって生じたチャープ率 $\Delta b_s (\Delta\varphi_s)$ は回帰分析から $d\Delta\varphi_s/dt \cong \Delta b_s (\Delta\varphi_s) t$

と表すことができる。励起光強度が 2 GW/cm 2 と 100 GW/cm 2 のとき、 $\Delta b_s (\Delta\varphi_s)$ はそれぞれ 40.5×10^{24} rad/s 2 , 8.0×10^{24} rad/s 2 であった。これらの結果から、入射時のチャープ率 b_{s0} に対する増幅後のチャープ率の変化 ($\Delta b_s / b_{s0}$) はそれぞれ 11.1% , 2.2% であり、これによって生じた入射バンド幅に対する利得バンド幅の変化は入射前後のパルス幅の比からそれぞれ 6.8% , 2.7% と求められた。励起光強度が小さいときのほうが位相シフトによる影響が大きくなった。位相シフト $\Delta\varphi_s$ は 3 光波間の強度と位相不整合、結晶厚さに依存するが、Fig. 2 に示した最適な結晶厚さが励起光強度に反比例する関係から励起光強度によって大差はない。しかし、シード光強度の立ち上がり立ち下がり部分は励起光強度に敏感に依存し、位相シフトの時間変化率から求めた初期状態に対する波長シフトは増幅範囲が限定される励起光強度 2 GW/cm 2 では 100 GW/cm 2 のそれに比べて大きい。これらの事由から、高強度励起による OPCPA の利得幅の広帯域化は、同時に位相シフトの影響を小さく抑えることができる。また、位相シフトによる影響は入射時のシード光のチャープ状態や使用結晶の特性によって異なるが、いずれにしても時間圧縮装置の回折格子定数、回折格子間距離および入射角を調整することで打ち消すことができる。Fig. 4 (b) に示す破線の時間波形は、シード光の中心波長に対して位相不整合角 $\Delta\theta = -3$ mrad を与えたときの飽和強度に達する結晶厚さにおける増幅結果である。これによってシード光の飽和強度に対する結晶厚さが 50 μ m 伸び、 4% のピーク強度低下と位相シフトの変化がみられたが、利得バンド幅は入射時の 1.49 倍まで広がり、周波数シフトの線形性は同程度に保たれた。このように、平行入射の縮退位相整合条件における超広帯域増幅において、励起光強度とそれに応じた位相不整合角の制御を組み合わせることによってさらなる広帯域増幅が可能となる。

実験において、増幅器透過後のパルス分離のために斜入射角度 α を考慮することが実用的といえる。DOPCPA は入射角 0° 近傍ですぐれた位相整合条件を示すが、 $\alpha = 0.3^\circ$ 程度の入射角を与えたとしても、利得およびビーム分散の観点から十分に無視できるほど影響は小さい。

5. ま と め

平行入射条件による DOPCPA はピコ秒領域の OPCPA で問題となる群速度不整合やウォークオフ角の影響を最小限に抑えることが可能であり、高強度励起による増幅ではこれらの影響をほぼ無視して広帯域増幅が可能である。励起光強度を 100 GW/cm 2 まで高めることで利得バンド幅

は 2 GW/cm^2 を用いた結果に比べて 1.84 倍, 入射時のそれに比べて 1.26 倍まで広がった。そのうちシード光の位相不整合角と三次の非線形光学効果により, 入射時の 2.7% のチャープの変動が生じたが, 時間圧縮装置を調整することで影響を抑えることができる。

文 献

- 1) I. N. Ross, P. Matousek, M. Towrie, A. J. Langlay and J. L. Collier: "The prospects for ultrashort pulse duration and ultrahigh intensity using optical parametric chirped pulse amplifiers," *Opt. Commun.*, **144** (1997) 125-133.
- 2) S. Witte, R. T. Zinkstok, A. L. Wolf, W. Hogervorst, W. Ubachs and K. S. E. Eikema: "A source of 2 terawatt, 2.7 cycle laser pulses based on noncollinear optical parametric chirped pulse amplification," *Opt. Express*, **14** (2006) 8168-8177.
- 3) S. Adachi, H. Ishii, T. Kanai, N. Ishii, A. Kosuge and S. Watanabe: "1.5 mJ, 6.4 fs parametric chirped-pulse amplification system at 1 kHz," *Opt. Lett.*, **32** (2007) 2487-2489.
- 4) Y. Ozawa, T. Harimoto and K. Yamakawa: "Design method for ultrabroadband optical parametric chirped pulse amplification," *Opt. Rev.*, **14** (2007) 78-80.
- 5) J. Limpert, C. Aguergeray, S. Montant, I. Manek-Hönninger, S. Petit, D. Descamps, E. Cormier and F. Salin: "Ultra-broad bandwidth parametric amplification at degeneracy," *Opt. Express*, **13** (2005) 7386-7392.
- 6) K. Yamakawa, M. Aoyama, Y. Akahane, K. Ogawa, K. Tsuji, A. Sugiyama, T. Harimoto, J. Kawanaka, H. Nishiooka and M. Fujita: "Ultra-broadband optical parametric chirped pulse amplification using an Yb:LiYF₄ chirped pulse amplification pump laser," *Opt. Express*, **15** (2007) 5018-5023.
- 7) T. Harimoto and K. Yamakawa: "Transverse-narrowing and wavelength-shifting effects in optical parametric chirped pulse amplification," *Opt. Commun.*, **256** (2005) 373-380.
- 8) T. Harimoto, M. Aoyama and K. Yamakawa: "Numerical simulation of self-compressed second harmonic generation in type II potassium dihydrogen phosphate with a time predelay for Yb-doped solid-state lasers," *Opt. Express*, **15** (2007) 17529-17535.
- 9) R. A. Ganeev, I. A. Kulagin, A. I. Ryasnyansky, R. I. Tugushev and T. Usmanov: "Characterization of nonlinear optical parameters of KDP, LiNbO₃ and BBO crystals," *Opt. Commun.*, **229** (2004) 403-412.