

光で制御された電子スピンを用いたトポロジカル量子コンピューター

山本 喜久^{*,**}・Thaddeus LADD^{*}・Rodney VAN METER^{***}

Topological Quantum Computer Based on Optically Controlled Electron Spins

Yoshihisa YAMAMOTO^{*,**}, Thaddeus LADD^{*} and Rodney VAN METER^{***}

The principal challenge in building quantum computers is finding a way to tolerate imperfections. In fault-tolerant quantum computing (FTQC), the faulty operations that cause computational errors must be used to detect and correct those errors. A radical approach to FTQC is to base the computational scheme on topology. Computation is performed by braiding topological structures; fault-tolerance arises naturally due to the invariance of large-scale topology to small, local distortions caused by random errors. It was recently shown that topological FTQC may be achieved in a two-dimensional lattice of quantum bits in a scheme relying on a novel form of quantum entanglement called a cluster state. A new challenge presented to optical science is the conversion of topological cluster-state-based FTQC into a realistic, scalable, solid-state hardware architecture. We discuss the experimental development of semiconductor-based quantum memories in optical microcavities, optimized for quantum logic mediated by light in integrated optical waveguides, for scalable, topologically fault-tolerant architectures designed around observed hardware limitations.

Key words: semiconductor cavity QED system, electron spin, stimulated Raman pulse, cluster state, topological quantum computer

スケーラブルな量子コンピューターを実現するためには、エラーを起こす不完全なリソースを用いて自らエラーを検出し訂正する機能をもつ誤り耐性量子コンピューター¹⁾の概念が不可欠である。しかし、誤り耐性量子コンピューターに要求されるリソース（量子ビット数）は、膨大であり、そのスケーラビリティには限界がある²⁾。スケーラブルな誤り耐性量子コンピューターとして最近注目を集めているものに、トポロジカル量子コンピューターというものがある^{3,4)}。局所的な誤りに対して耐性のあるトポロジカルコードをハードウェアの中にクラスター状態として実装するというのが、中心的なコンセプトである。一方、量子コンピューターの物理系として注目を集めているものに、極短光パルスによる量子ビット制御を用いた量子コンピューターというものがある^{5,6)}。この2つのコンセプト

をつないだ誤り耐性トポロジカル量子コンピューターを実現するためには、物理的量子ビットの実装、初期化、その光による制御法、測定法からシステムデザインに至るまでのすべてのレベルでの研究が不可欠である。本報告では、量子ビットの実装というボトムレベルからスタートし、誤り耐性を実現するためのシステムアーキテクチャーというトップレベルに議論を展開していく。

1. 電子スピン量子ビット—三準位原子を含むキャビティ—QED システム—

クラスター状態を用いたトポロジカル量子コンピューターを実現するためには、超短光パルスで制御、測定可能で、しかもコヒーレンス時間の長い量子ビットをまず同定しなければならない。光とのインターフェースを高ファイ

* Edward L. Ginzton Laboratory, Stanford University (Stanford, California 94305-4085, USA)

** 国立情報学研究所 (〒101-8430 東京都千代田区一ツ橋 2-1-2) E-mail: yoshihisa@stanford.edu, yyamamoto@nii.ac.jp

*** 慶応義塾大学 SFC 研究所 (〒252-8520 藤沢市遠藤 5322)

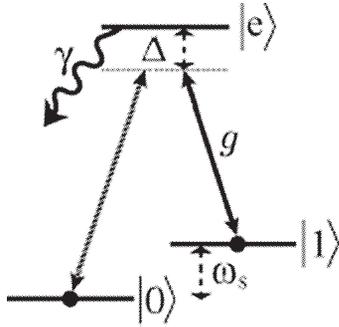


図1 ラムダ型三準位原子.

リティーで実現するためには、図1に示したラムダ型三準位原子を用いるのが便利である。準安定な2つの基底状態 $|0\rangle$ と $|1\rangle$ は、励起状態 $|e\rangle$ に1光子双極子遷移を介して強く結合している。

このような条件を満たす最も代表的な半導体システムは、量子ドットにトラップされた単一電子である。準安定基底状態 $|0\rangle$ と $|1\rangle$ は、直流磁場により誘起される電子スピンのゼーマン分裂で実現される。励起状態 $|e\rangle$ は、1電子を含む量子ドットにさらに電子-正孔対=エキシトンを閉じ込めた状態（トリオン状態とよぶことがある）が使われる。人工的に作られた量子ドットの代わりに、半導体中の結晶格子サイトに入ったドナー不純物を使うこともできる。この場合には、準安定基底状態 $|0\rangle$ と $|1\rangle$ はドナー不純物に束縛された電子スピンのゼーマン準位であり、励起状態 $|e\rangle$ はそのような中性ドナーにトラップされた電子-正孔対=束縛エキシトンである。この励起状態では、2つの電子はスピン一重項状態にあり、重い正孔のスピンの $(J=3/2)$ が励起スペクトルを決定する。もし、入射する光の伝搬方向が直流磁場の方向と一致していれば（ファラデー配置とよぶ）、 $m=\pm 3/2$ の正孔スピン状態のエネルギーの低いほうが図1の $|e\rangle$ となる。この場合、選択則から $m=\pm 3/2$ は $|0\rangle$ または $|1\rangle$ の電子スピン状態のいずれかとは結合しない。一方、入射する光の伝搬方向が直流磁場の方向と直交していれば（ポイト配置とよぶ）、 $|e\rangle$ は $|0\rangle$ と $|1\rangle$ の両方に同じ偏波状態の1光子双極子遷移で結合する。

このようなラムダ型三準位原子量子ビットの光パルスを用いた1量子ビット制御と2量子ビット間の結合法を最初に提案したのはCiracらであった⁷⁾。ラムダ型の三準位原子を Q 値の高いキャビティー中に閉じ込めた系で、電子スピンの状態 $C_0|0\rangle+C_1|1\rangle$ を制御光パルスを用いてキャビティーから放出される光パルスの状態へ転写する。この光パルスが同一の物理系から構成される第2のキャビティーへ入射すると、第2の制御光パルスの助けにより、入射

光パルスの状態は第2の電子スピンの状態へ転写される。こうして、任意の量子状態は第1の電子スピン（キャビティー1）から第2の電子スピン（キャビティー2）へ伝送される。

いま、キャビティー光子と $|1\rangle$ - $|e\rangle$ 間の双極子遷移の強さを $g=k\sqrt{f/V}$ とする。ここで k は $e/\sqrt{4\epsilon m_0}$ なる定数。 f は光学遷移の強さを表す振動子強度で、

$$f=3/(4\pi k)^2\times(\lambda/n)^3\omega_0\gamma \quad (1)$$

で与えられる。 V はキャビティーの体積で、半導体微小キャビティーではその最小値は $(\lambda/n)^3/2$ のオーダーとなる。 γ は自由空間中での $|1\rangle$ - $|e\rangle$ 間の自然放出レート。キャビティー光子の減衰レートは $\kappa=\kappa_c+\kappa_l$ で与えられる（ κ_c は出力結合ミラーからの光子の取り出しレート、 κ_l は他のすべての光子損失レートを表す）。電子遷移周波数 ω_0 とキャビティー共鳴周波数 ω_c が等しいとき、結合した原子-キャビティー系の正規モードの固有周波数は

$$\omega_{\pm}=\omega_0-i(\kappa+\gamma)/4\pm\sqrt{g^2-(\kappa-\gamma)^2/16} \quad (2)$$

となる。もし、 $g>|\kappa-\gamma|/4$ であると、系はいわゆる真空ラビ分裂を起こし、強結合状態にあるという。2つのキャビティー（電子スピン）間で量子状態を転送するためには、厳密には原子-キャビティー系が強結合状態である必要はない^{8,9)}。しかし、系が強結合状態にあると、要求される制御光パルスへの精度は大幅に緩和される。逆に、弱結合状態にある系を用いて、上記量子状態の転送を行うためには、大きな離調 Δ と非常にパルス幅の狭い光パルスを使う必要があり、そのパラメーターの制御精度も厳しくなる⁸⁾。いずれにしても、この原理を拡張して、エンタングル状態の生成、2量子ビットゲート（パリティゲート）などが離れた2量子ビット間で実現できる⁹⁾。

原子-キャビティー系が弱結合状態にあるときには、光子を放出させたり吸収させる代わりに、三準位原子とコヒーレント光パルスとの分散型相互作用を用いて2量子ビット間に演算を行う方法が便利である^{10,11)}。この方法に対しては、系の性能指数は $4g/|\kappa-\gamma|$ ではなく、次式で定義される協同パラメーター C である。

$$C=3/4\pi^2\times(\lambda/n)^3\times Q/V \quad (3)$$

原子の自然放出レートは自由空間中の値 γ から $\gamma(1+C)$ に増大する（パーセル効果とよばれる）。半導体マイクロキャビティーでは、キャビティー体積を $V\sim(\lambda/n)^3$ のオーダーにまで減少できるため、協同パラメーター C は容易に大きな値にできる¹²⁾。

表1 半導体の3つの人工原子.

	InGaAs : GaAs	³¹ P : Si	¹⁹ F : ZnSe	Reference
Emission wavelength	900 nm	1078 nm	440 nm	
Radiative lifetime	200 ps	2 ms	200 ps	8)
Radiative efficiency	~1	10 ⁻⁴	~1	8)
Inhomogeneous linewidth	2 THz	100 MHz	200 GHz	9)
Demonstrated cavity Q	10 ⁵	10 ⁶	10 ³	10, 11)
Demonstrated electron T ₂	3 μs	60 ms		12, 13)
Nuclear depletion possible	no	yes	yes	

2. 人工原子

表1に、半導体中でラムダ型の三準位原子を実現しうる代表的な3つの系、単一電子をドープしたInGaAs量子ドット、ZnSe結晶中の¹⁹Fドナー不純物、Si結晶中の³¹Pドナー不純物を比較した。以下、それぞれの系について、それぞれの特徴を記述する。

2.1 InGaAs量子ドット

この系は、GaAs基板上にMBE装置を用い、Stranski-Krastonov成長法で自己形成される。量子ドットから20nmほど離れた位置に、Siなどのドナー不純物をδ-ドープすることにより、量子ドット内に電子を1つだけドープすることができる。電子が1つトラップされた量子ドットとそうでない中性の量子ドットは、直流磁場をかけた状態で発光スペクトルを観測することにより識別できる。さまざまなマイクロキャビティー構造中に、単一の量子ドットを埋め込むことが可能である。大きなシステムへ拡張していくという観点からは、図2に示すような光導波路とエバネッセント波で結合するマイクロディスクキャビティーが魅力的である。キャビティーの共鳴周波数を個別に同調して、多くのマイクロディスクキャビティーを1本の導波路で相互に結合することが可能である。

図3には、このようなマイクロディスクキャビティーに

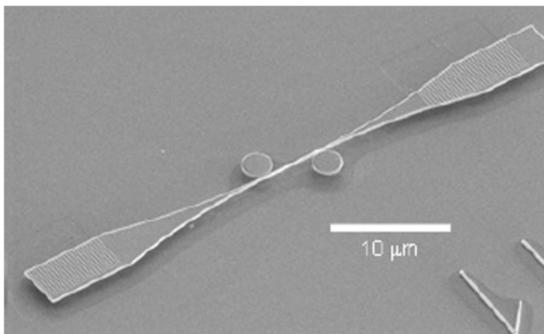


図2 光導波路により結合されたInGaAs量子ドットを含む2つのGaAsマイクロディスクキャビティーのSEM写真。導波路-キャビティー間の結合はエバネッセント波により、光導波路モードへの入・出力結合はグレーティングカプラにより実現される。

閉じ込められた量子ドットからのエキシトンの発光スペクトルの温度依存性を示している。温度 $T=22$ Kで、エキシトン発光とマイクロキャビティー共鳴周波数が一致し、このとき発光スペクトルが真空ラビ分裂を示していることから、システムが強結合状態にあることが確認される。式(3)で定義される協同パラメーター C は、このとき $C \sim 50$ のオーダーとなっており、電子スピン量子ビットと光子量子ビットのインターフェースを高効率で実現しうるシステムであることを示唆している。

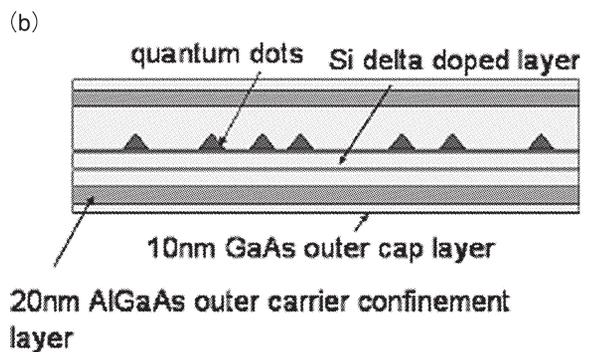
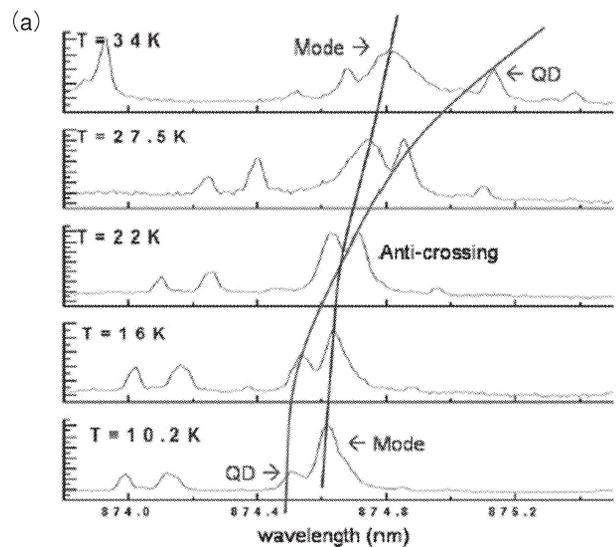


図3 (a) 単一InGaAs量子ドットとマイクロディスクキャビティーの強結合を表す発光スペクトルの温度依存性。(b) マイクロディスクキャビティーのサンプル構造。

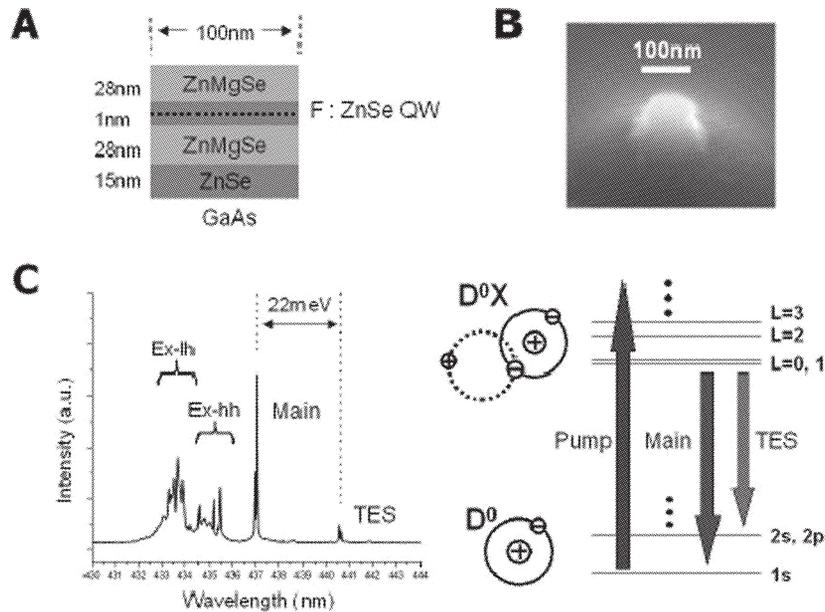


図4 $^{19}\text{F}:\text{ZnSe}$ 単ドナー不純物に束縛されたエキシトン発光.

自己形成量子ビットは作製が容易で、単一の量子ドットを分離しやすく、しかも発光の量子効率が高く、量子ビットの基礎実験をするのに適している。しかし、この系には2つの大きな欠点がある。1つはその広い不均一幅である。量子ドットのサイズや組成のばらつきにより、エキシトン発光の波長はそれぞれに異なるため、多数の量子ドットを相互に結合させるのは容易ではない。2つ目の欠点は、不均一な核磁場（結晶中のIn, Ga, Asの原子核スピンの作るランダムな磁場）により、電子スピンのコヒーレンス時間が短いことである。しかし、これらの欠点は、MBE成長技術の改良やスピンエコー（もしくはデカップリング）技術により将来は克服されるかもしれない。

2.2 $^{19}\text{F}:\text{ZnSe}$ ドナー不純物

ZnSe結晶中のSe原子のサイトを置換した ^{19}F は、ドナー不純物となる。低温では、電子1つをトラップして中性ドナー D_0 となる。さらに、この中性ドナーは、電子-正孔対（エキシトン）をトラップして、電子2個、正孔1個からなる束縛エキシトン D_0X を形成する（図4）。この系は電子1つをドーピングした量子ドットと同様の電子構造をもち、直流磁場をかけることにより、全く同様に図1に示したラムダ型三準位人工原子を実現する。

InGaAs量子ドットに比べて有利な点は、ZnもSeも核スピンをもたないアイソトープがあり、電子スピンのデコヒーレンスの要因となる核スピンを母結晶から取り除くこと（アイソトープ制御結晶成長）が可能なことである。また、ZnSe結晶の均一性さえよければ、どの ^{19}F ドナー不純物に束縛されたエキシトンからの発光も同じ波長をもつ

はずで、不均一広がり大きいInGaAs量子ドットに比べスケラブルなシステムを構成しやすい。さらに、 ^{19}F は、自然界に100%の確率で存在するアイソトープであり、また最も単純な核スピン $-1/2$ をもつ。このことは、電子スピンよりもさらに長いコヒーレンス時間をもった原子核スピン量子メモリーが系にもともと内在されており、二重共鳴技術を使えば、いつでも量子ビット情報を電子スピンから原子核スピンへ変換できることを意味している。

図5(a)に示すように、 $^{19}\text{F}:\text{ZnSe}$ の束縛エキシトンの発光再結合寿命は200 psのオーダーであり、InGaAs量子ドットと同等の強い双極子遷移モーメントをもっていることがわかる。このような2つの ^{19}F ドナー不純物から放出された単一光子は、全く同じ発光波長とパルス形状をもっている。Hong-On-Mandel干渉計でこれら2つの光子を衝突させた実験から、2つの単一光子は識別できない量子粒子となっていることが判明した¹³⁾。図5(b)には、この系に対して作製されたマイクロディスクキャビティのSEM写真を示している。この系でキャビティQED効果も観測されている¹⁴⁾。

2.3 $^{31}\text{P}:\text{Si}$ ドナー不純物

Siは間接遷移型半導体であるため、発光の量子効率が低く、光を用いた量子情報処理には一見不向きのように思われる。しかし、Si結晶中の ^{31}P ドナー不純物には以下のような有利な点がある。

- ① 核スピンをもった ^{29}Si と ^{30}Si を母結晶から取り除くことにより、核スピンのない ^{28}Si 結晶中に、 ^{31}P ドナー原子にトラップされた電子スピンを配置することが

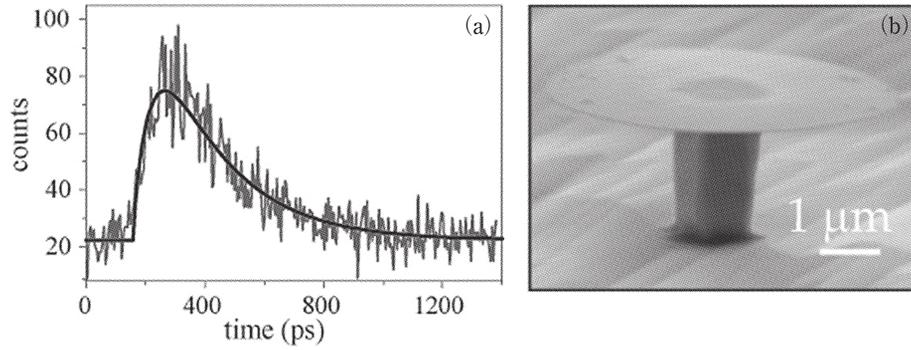


図5 (a) ストリーク・カメラによる単一の $^{19}\text{F}:\text{ZnSe}$ ドナー不純物からの束縛エキシトン発光の寿命 (200 ps) の測定. (b) $^{19}\text{F}:\text{ZnSe}$ マイクロディスクキャビティのSEM写真.

できる. 期待されたように, この系では, 非常に狭い線幅の束縛エキシトン発光が観測され¹⁵⁾, また電子スピンの非常に長いコヒーレンス時間が測定された¹⁶⁾.

- ② Si の微細加工技術は大変成熟しており, 低損失の光導波路¹⁷⁾ や高 Q 値のフォトニック結晶¹⁸⁾ などが容易に作製され, 集積回路化される. キャビティ QED 効果を用いて, Si の双極子モーメントの弱さを克服することは原理的には可能なはずである¹⁹⁾.
- ③ ^{31}P も自然界に 100% の確率で存在するアイソトープであり, また最も単純なスピン-1/2 をもっている. やはり, 束縛電子スピンと ^{31}P 核スピン間の二重共鳴を用いて量子ビット情報の交換が可能である¹⁵⁾.

3. 単一光パルスによる高速の電子スピン量子ビット制御

電子スピン量子ビットを制御する通常の方法 (電子スピン共鳴: ESR) は, ゼーマン周波数に同調したマイクロ波パルスを照射することにより達成される. 量子情報処理への応用を考えたとき, この方法にはいくつかの欠点がある. まず, マイクロ波は波長が長く, 単一の電子スピンにマイクロ波を集光することができない. したがって, 磁場勾配をかけるなりして, 各電子スピンごとにゼーマン周波数を少しずつ離調し, 周波数多重化により, おおのこの電子スピンへアクセスすることが考えられる. しかし, このようにすると, マイクロ波パルスの帯域が隣り合う周波数チャンネル間隔よりも狭くなければならないため, 量子ビットの制御時間が長くなる. また, 直流磁場を大きくすると, ゼーマン周波数は ~ 100 GHz のオーダーとなり, チューナブルな発振器, 増幅器が入手しにくい. 最後に, この磁気共鳴の方法では, ゼーマン周波数の逆数 (ラーモア周期) よりも速い時間での電子スピンの制御は原理的に無理である.

図1のラムダ型三準位原子において, $|0\rangle\text{-}|e\rangle$ 間と $|1\rangle\text{-}|e\rangle$ 間に同調した2本のレーザー光を同時にサンプルに照射して, エキシトン状態 $|e\rangle$ を励起することなく, 誘導ラマン散乱を用いて電子スピンの状態 ($|0\rangle$ と $|1\rangle$) を制御することが可能である (これを stimulated Raman adiabatic passage: STIRAP という). この方法を用いれば, おおのこの電子スピンに局所的に制御を施せるので, 磁場勾配を用いる必要がなくなる. しかしながら, 1ビット制御に要する時間は依然としてラーモア周期よりも十分に長くないなければならない.

より単純で高速の1ビット制御を可能にする方法は, 文献6) で提案された. その動作原理を以下に述べる. 議論を簡単にするため, ポイント配置において, $|0\rangle\text{-}|e\rangle$ 間, $|1\rangle\text{-}|e\rangle$ 間の双極子モーメントを等しいとする. 光パルスと電子系の相互作用ハミルトニアンは,

$$H(t) = \Omega(t)/2 \times [\exp(i\Delta t) |e\rangle\langle 1| + \exp\{i(\Delta + \omega_s)t\} |e\rangle\langle 0| + \text{h.c.}] \quad (4)$$

ここで, $\Omega(t)$ は, 双極子モーメントと光パルスの振幅で決まる光-電子間の結合の強さを表すラビ周波数, Δ は光パルスの中心周波数の $|1\rangle\text{-}|e\rangle$ 間の電子遷移周波数からの離調を表すパラメーター (図1参照). 離調 Δ が十分に大きいとき, 励起状態 $|e\rangle$ をハミルトニアンから断熱的に消去することができ, 式(4)は,

$$H_{\text{eff}}(t) = \overrightarrow{B}_{\text{eff}} \cdot \vec{S} \quad (5)$$

と簡約される. ここで, $\vec{S} (= \hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z)$ は電子スピン演算子で, $\overrightarrow{B}_{\text{eff}} (= B_x, B_y, B_z)$ は光パルスにより生成される実効磁場である. その成分は以下で与えられる.

$$B_x - iB_y = -2 \times \Delta / (4\Delta^2 + \gamma^2) \times |\Omega(t)|^2 \exp(i\omega_s t) \quad (6)$$

γ は励起状態 $|e\rangle$ のデコヒーレンスレートである. このと

き、光パルスの幅はラーモア周期より十分に短く、したがって、そのスペクトルは2つの電子スピン状態 $|0\rangle$ と $|1\rangle$ のエネルギー差よりも十分に広がっている。 $\Delta \gg \gamma$ のとき、実効的な横磁場の強さは $|\Omega(t)|^2/2\Delta$ となり、そのパルス幅での積分値 (電子スピンの x 軸か y 軸のまわりの回転角) は容易に π 以上となる⁶⁾。式 (6) の $\exp(i\omega_s t)$ の項が意味するところは、光パルスが入射する時刻 t_0 を選ぶことにより、 x - y 面内の任意の軸を中心に、電子スピンを回転させることが可能であるという事実である。通常の電子スピン共鳴では、発振器の位相が回転軸を決めるのに対し、この新しい方法では、光パルスの到着時刻が回転軸を決めるのである。

この方法の物理的描像に関して少しコメントをする。光パルスはその広いスペクトルの中に、非共鳴のラマン遷移を行うのに必要な2本のレーザー線のペアをたくさん内蔵している。2本のレーザー光を同時にサンプルに照射する代わりに、1本の光パルス中に含まれるレーザー線のペアを利用すれば、高速で量子ビット制御が実行可能となる。電子スピンの回転軸は、この2本のスペクトル線ペアの位相差により決められる。もし、光パルス $\Omega(t)$ が $t=0$ の時刻にサンプルに入射したとすると、そのフーリエ成分 $\Omega(\omega)$ はすべて正の実数であり、2本のスペクトル線ペアの間に位相差はない。したがって、このとき電子スピンは x 軸のまわりに回転する。もし、光パルスがラーモア周期の4分の1だけ遅れてサンプルに入射したとすると、2本のスペクトル線ペアは $\pi/2$ の位相差をもつことになる。こうして、回転軸は x 軸から $\pi/2$ シフトして y 軸となる。1量子ビットの任意の $SU(2)$ 演算は、 x , y , $-x$ 軸に関する任意の回転で実現できるもので、結局、この方法を用いれば、ラーモア周期の2分の1の時間で $SU(2)$ を完了することが可能である。

実際のシステムでは、比較的大きい直流磁場とモード同期半導体レーザーからのパルス光を用いれば、電子スピンのゼーマン周波数に同期した 100 GHz クロック周波数で、この方式を動作させることは可能と思われる⁶⁾。

この光パルスを用いた電子スピンの高速制御技術は、GaAs 結晶中のドナー不純物に束縛された電子スピン²⁰⁾ と InGaAs 量子ドットにトラップされた電子スピン^{21,22)} に対して適用され、その基本動作が実証された。

4. 単一光パルスを用いた2量子ビット演算

トポロジカル量子コンピューター実現のために必要なステップとして、1量子ビットの制御とともに、多数の量子ビット間にエンタングル状態を生成する技術が必要である。

確率的にこのエンタングル状態を生成する方法として、2つの方式が考えられる。第1の方式では、多数の光子からなるコヒーレント状態にある光パルスを、2つの量子ビット/キャビティー系と非共鳴領域で相互作用させ、それぞれの量子ビットの状態に依存した小さな位相シフトを光パルスへ誘起する。この小さな位相シフトは、コヒーレント光パルスが多数の光子からなることにより、よい S/N 比で光ホモダイン検波により読み出すことができ、これにより 50% 程度の確率で EPR-Bell 状態が生成される^{11,23)}。この方法は、高い成功確率と量子ビットの不均一性に強いというメリットをもつ反面、2つの量子ビット/キャビティー系をつなぐ光導波路の光損失に弱いという問題点を抱えている。第2の方式では、単一光子パルスを2つの量子ビット/キャビティー系と共鳴領域で相互作用させ、それぞれの量子ビットの状態に依存した π 位相シフトを光パルスへ誘起する^{10,24)}。この位相シフトは、単一光子干渉計で読み出せる。検出器が単一光子を検出した際は、光導波路の損失は存在しなかったものとみなされ、高いフィデリティの EPR-Bell 状態が生成される。もちろん、検出器が単一光子を検出しなかったときは、ゲート操作は失敗に終わるので、光導波路の損失が大きくなると成功確率は小さくなる。

これらの確率的なゲートは、距離の離れた量子ビット間にエンタングル状態を高効率で生成するのに適しており、トポロジカル量子コンピューターの中では、量子テレポーテーション通信を実現するアンチラ量子ビットの生成に使われる。

距離の離れていない量子ビット間に2ビット演算を施す手法が図6に示されている。単一量子ビットが閉じ込められた2つのキャビティーが、より大きなリングキャビティーでつながっている。その系全体が振幅と位相が制御された単一光パルスで励起されると、ベリーの位相の原理に基づき、制御位相ゲートが2つの量子ビット間に施される。この2ビットゲートは100%の確率で成功する。

以上述べてきた量子1ビット制御、遠隔エンタングル状態の生成、近距離2量子ビット演算回路の3つがトポロジカル量子コンピューターを構築していくために必要なゲートのすべてである。

5. トポロジカル量子コンピューター・アーキテクチャー

われわれが提案する最終的なアーキテクチャーは、10~100量子ビットを含む小さな量子プロセッサが量子通信網で相互に結合して大きな量子ネットワークを形成し

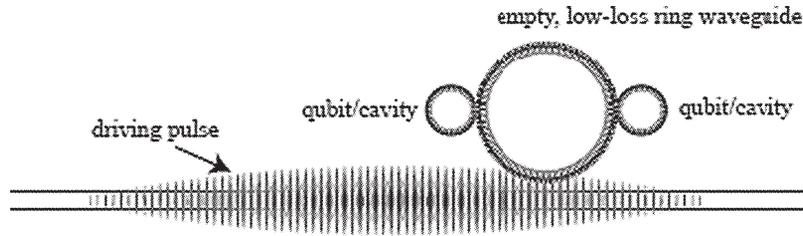


図6 振幅と位相の制御された光パルスを用いて2つの量子ビット間に制御位相ゲートを実装する方式。

ている量子マルチコンピューターである。その中には、クラスター状態とよばれる多量子ビット間のエンタングル状態が生成されている。クラスター状態は、各量子ビットを $\pi/2$ -パルスで線形重ね合わせ状態にした後、最近接量子ビット間に制御位相ゲートを施すことにより生成される。したがって、先に述べた個別ゲート技術により実現される。二次元空間と次元時間軸からなる三次元系に生成されたクラスター状態により、強い誤り耐性のあるトポロジカル量子コンピューター²⁵⁾が実現される。

5.1 量子マルチコンピューター

なぜ、スケーラブルな量子コンピューターの実現に量子ネットワーク上のクラスター状態が必要になるのか？ それは、単一チップ上の光回路では誤り耐性のある量子コンピューターは実装できないからである。1つの誤り耐性のある量子ビット（論理キュービットとよぶ）を実現するために必要とされる物理的な量子ビット（三準位原子を含む光キャビティ）の数は $\sim 10^5$ のオーダーである²⁾。光キャビティのサイズを $100\ \mu\text{m}^2$ と仮定し、光導波路や光スイッチがさらに大きな空間を必要とすることを考慮すれば、どんなに高密度に各素子をつめ込んでも、1論理キュービットの実装に必要な面積は $\sim 1\ \text{cm}^2$ のオーダーとなる。この推定は多分に楽観的である。なぜならば、チップ上の物理的な量子ビットのいくつかは期待どおりに動作しないだろうし、量子演算には多くのレーザー光源と光子検出器が必要である。これは大型の装置であり、チップから遠く離して実装することは不利である。量子ネットワーク化によるクラスター状態の利用は、スケーラブルな量子コンピューターを実現するうえで避けて通れない道なのである。

しかし、多数の光チップをつなぐ光導波路には損失があり、したがってそれを介した量子通信のフィデリティは低い。そこで、光チップ間の量子通信には量子テレポーテーションを使うことになる。そのためには、低いフィデリティで生成されたエンタングル状態を純粋化し、高フィデリティのエンタングル状態へ変換する必要がある²⁶⁾。エンタングル純粋化は量子誤り訂正符号よりも少ないリソ

ースで実現できるが、確率的であり、繰り返しトライする必要がある。これにより、量子テレポーテーション通信の速度に制限がかけられる可能性がある。

ここで提案する二次元空間、次元時間軸を用いる方式では、クラスター状態は常に新しく生成されなければならない。どれだけ速く高フィデリティのクラスター状態を量子マルチコンピューター上に生成できるかは、さまざまなデザイン・パラメーターに依存する。

5.2 トポロジカル・コードによる誤り耐性

ひとたび、二次元空間のクラスター状態が光マルチチップをつなぐ量子ネットワーク上に形成されたら、それらはコードキュービットとシンドロームキュービットの2つの副格子に分けられる。シンドロームキュービットは常に x 軸へ射影測定される。その測定結果は、コードキュービットの中にシンドロームを介して表面キュービットとよばれる状態を生成する²⁷⁾。この表面キュービットはトポロジカルな特性により誤り耐性のある真空状態となり、1量子ビットのエラーは量子計算の結果に影響を与えない。

この真空状態は、通常のコードビットの1ビット操作を介して第3の時間軸へ拡張していく。論理キュービットは、このようにして三次元の真空状態の境界にサポートされている。それぞれの論理キュービットは、 z 軸への射影測定により真空の中に形成されたキューブ形の欠陥のペアとして形成される。この欠陥には2つの種類があり、その2種類の欠陥を制御することにより、クリフォードグループ操作（制御ノットゲートやパウリゲート）がトポロジカル・コード内で実現される。もし、これらの欠陥が真空状態の中で十分に希薄であれば、これらのゲート操作中に論理エラーが起こる確率は無視できる。

ユニバーサル・ゲートセットを完成させるためには、論理キュービットの小さな回転が必要であるが、これはより複雑な操作により可能となることが知られている²⁷⁾。

このトポロジカル量子コンピューターの誤り耐性の閾値は $\sim 1\%$ ときわめて高く、またリソースのオーバーヘッドも、問題のサイズに対して対数関数でしか増加しないことがわかっている。

従来研究の行われてきた誤り耐性量子コンピューターは、量子誤り訂正符号を用いるため、必要とされる物理的リソース（物理的キュービット）の数が膨大な値となり、現実的なシステムとはなりえない。クラスター状態を用いたトポロジカル量子コンピューターは、この壁を突破する概念として期待を集めている。しかし、この概念をハードウェアへ実装する道のりは明らかではない。本稿では、ラムダ型三準位人工原子を含む半導体キャビティ-QEDシステムを光導波路でつなぐ量子ネットワーク上に、このクラスター状態トポロジカル量子コンピューターを実現する道を探ってみた。定量的なシステム性能の評価とアーキテクチャーの最適化は、今後の課題である。

文 献

- 1) P. Shor: "Fault-tolerant quantum computation," *Proceedings, 37th Annual Symposium on Fundamentals of Computer Science* (IEEE Press, 1996) p. 56.
- 2) A. Steane: "Overhead and noise threshold of fault-tolerant quantum error correction," *Phys. Rev. A*, **68** (2003) 42322.
- 3) R. Raussendorf and J. Harrington: "Fault-tolerant quantum computation with high threshold in two dimensions," *Phys. Rev. Lett.*, **98** (2007) 190504.
- 4) R. Raussendorf, J. Harrington and K. Goyal: "Topological fault-tolerance in cluster state quantum computation," *New J. Phys.*, **9** (2007) 199.
- 5) T. P. Spiller, K. Nemoto, S. L. Braunstein, W. J. Munro, P. van Loock and G. J. Milburn: "Quantum computation by communication," *New J. Phys.*, **8** (2006) 30.
- 6) S. M. Clark, K.-M. C. Fu, T. D. Ladd and Y. Yamamoto: "Quantum computers based on electron spins controlled by ultrafast off-resonant single optical pulses," *Phys. Rev. Lett.*, **99** (2007) 0501.
- 7) J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble and H. Mabuchi: "Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network," *Phys. Rev. Lett.*, **78** (1997) 3221.
- 8) W. Yao, R.-B. Liu and L. J. Sham: "Theory of control of the spin-photon interface for quantum networks," *Phys. Rev. Lett.*, **95** (2005) 030504.
- 9) D. Fattal, R. Beausoleil and Y. Yamamoto: "Coherent single photon generation and trapping with imperfect cavity QED systems," *quant-ph/0606204* (2006).
- 10) E. Waks and J. Vuckovic: "Dipole induced transparency in drop filter cavity-waveguide systems," *Phys. Rev. Lett.*, **96** (2006) 153601.
- 11) T. D. Ladd, P. van Loock, K. Nemoto, W. J. Munro and Y. Yamamoto: "Hybrid quantum repeater based on dispersive CQED interactions between matter qubits and bright coherent light," *New J. Phys.*, **8** (2006) 184.
- 12) D. Englund, D. Fattal, E. Waks, G. Solomon, B. Zhang, T. Nakaoka, Y. Arakawa, Y. Yamamoto and J. Vuckovic: "Controlling the spontaneous emission rate of single quantum dots in a two-dimensional photonic crystal," *Phys. Rev. Lett.*, **95** (2005) 13904.
- 13) K. Sanaka, A. Pawlis, T. D. Ladd, K. Lischka and Y. Yamamoto: *Int. Symp. on Physics of Quantum Technology*, Nara, TU-C13 (2008).
- 14) A. Pawlis, M. Panfilova, D. J. As, K. Lischka, K. Sanaka, T. D. Ladd and Y. Yamamoto: "Lasing of donor-bound excitons in ZnSe microdisks," *Phys. Rev. B*, **77** (2008) 153304.
- 15) A. Yang, M. Steger, D. Karaiskaj, M. L. W. Thewalt, M. Cardona, K. M. Itoh, H. Riemann, N. V. Abrosimov, M. F. Churbanov, A. V. Gusev, A. D. Bulanov, A. K. Kaliteevskii, O. N. Godisov, P. Becker, H.-J. Pohl, J. W. Ager, III and E. E. Haller: "Optical detection and ionization of donors in specific electronic and nuclear spin states," *Phys. Rev. Lett.*, **97** (2006) 227401.
- 16) A. M. Tyryshkin, S. A. Lyon, A. V. Astashkin and A. M. Raitsimring: "Electron spin-relaxation times of phosphorous donors in silicon," *Phys. Rev. B*, **68** (2003) 193207.
- 17) M. Soltani, S. Yegnanarayanan and A. Adibi: "Ultra-high Q planar silicon microdisk resonators for chip-scale silicon photonics," *Opt. Express*, **15** (2007) 4694-4704.
- 18) T. Tanabe, M. Notomi, E. Kuramochi, A. Shinya and H. Taniyama: "Trapping and delaying photons for one nanosecond in an ultrasmall high-Q photonic-crystal nanocavity," *Nat. Photonics*, **1** (2007) 49-52.
- 19) K.-M. C. Fu, T. D. Ladd, C. Santori and Y. Yamamoto: "Optical detection of the spin state of a single nucleus in silicon," *Phys. Rev. Lett.*, **69** (2004) 125306.
- 20) K.-M. C. Fu, S. M. Clark, C. Santori, C. R. Stanley, M. C. Holland and Y. Yamamoto: "Ultrafast control of donor-bound electron spins with single detuned optical pulses," *Nat. Phys.*, **4** (2008) 780-783.
- 21) J. Berezovsky, M. H. Mikkelsen, N. G. Stoltz, L. A. Coldren and D. D. Awschalom: "Picosecond coherent optical manipulation of a single electron spin in a quantum dot," *Science*, **320** (2008) 349-352.
- 22) D. Press, T. D. Ladd, B. Zhang and Y. Yamamoto: "Complete quantum control of a single quantum dot spin using ultrafast optical pulses," *Nature*, **458** (2008) 218-221.
- 23) P. van Loock, T. D. Ladd, K. Sanaka, F. Yamaguchi, K. Nemoto, W. J. Munro and Y. Yamamoto: "Hybrid quantum repeater using bright coherent light," *Phys. Rev. Lett.*, **96** (2006) 240501.
- 24) H. F. Hofmann, K. Kojima, S. Takeuchi and K. Sasaki: "Optimized phase switching using a single-atom nonlinearity," *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, **5** (2003) 218-221.
- 25) A. Yu. Kitaev: "Fault-tolerant quantum computation by anyons," *Ann. Phys.*, **303** (2003) 2.
- 26) C. H. Bennett, G. Brassard, S. Popescu, B. Schumacher, J. A. Smolin and W. K. Wootters: "Purification of noisy entanglement and faithful teleportation via noisy channels," *Phys. Rev. Lett.*, **76** (1996) 722-725.
- 27) S. Bravyi and A. Kitaev: "Universal quantum computation with ideal Clifford gates and noisy ancillas," *Phys. Rev. A*, **71** (2005) 22316.

(2008年8月25日受理)