強度と位相との関係を用いた光学計測

Keith A. NUGENT*
（翻訳：古川祐光**）

Optical Measurement Using the Relationship between Intensity and Phase

Keith A. NUGENT

X-ray phase-contrast imaging has become an area of considerable importance over the last ten years or so. An important approach to the extraction of a measurement of the phase from X-ray images is to observe the changes in the intensity distribution on propagation. This article reviews the physics underpinning this methodology and describes the key experimental results.

Key words: X ray imaging, tomography, phase-contrast imaging, refractive index, the transport of intensity equation

位相分布測定の多くは，天文光学を起源としている．通常，位相計測には干渉計測が用いられることが多く，マイケルソンの研究[1]を発端とする．強力なコヒーレント光が得られるレーザーの進展以降，この方法は応用分野でさかんに用いられるようになった．一方で，位相計測の方法として強度の伝搬を利用することにも長い歴史がある．こちらの方法の発端は「スターテスト」であり[2]，光学収差を測定するためにデフォーカス像を用いるものである．

天文学においては，主要な収差が大気の擾乱から生じており，ここから補償光学が発展した．補償光学では，位相誤差の計測後に，リアルタイムに制御を行える光学素子で収差が補償される．多くの場合，補償光学で用いられる波面の位相計測方法は，干渉法によらないものである．一例として，シャック・ハルトマンセンサー[3]では，入射光がアレイレンズで形成される像を使っており，レンズの入射面での位相の傾きを測定している．このセンサーは，眼における収差を測定する補償光学素子として，現在広く用いられている[4]．光学収差を測定する際の別のアプローチは，波面の曲率を計測する方法[5]である．この方法はいくぶんスターテストに似ており，デフォーカス像にみられる強度分布で計測される．ただしこの方法では，強度分布には望遠鏡の入射瞳における分布の再イメージングが含まれており，わずかにデフォーカスした像のコントラストが位相分布のラプラシアン（これは物理的には波面の位相の曲率に相当する）に比例した強度分布となることに着目しなければならない．

補償光学で用いられる波面曲率計測法の数学的基礎は，Teague らの研究[6]で明らかにされた．彼らは，位相と強度とが同一面内にある自由空間において，強度伝搬の微分方程式を記述した．この微分方程式は現在，強度輸送方程式とよばれている．Roddier はこの考え方を波面曲率計測に適用し[7]，Teague は位相回復の方程式を解く手法を提案した[8]．Streibl は，顕微鏡に対する強度輸送方程式の使用方法を研究[9]したが，位相像を回復するには至らなかった．

この考え方は，Gureyev らの仕事[10]に至るまで長きにわたり日の目をみなかった．彼らは，とりわけ X 線光学の観点からこの考え方を研究し，強度輸送方程式の有力な応用分野を提案することに成功した．本解説における主題はこの仕事についてである．次章でその手法の理論的基礎を概説し，第 2 章において応用を述べる．

* The School of Physics, University of Melbourne (ARC Centre of Excellence for Coherent X-Ray Science, VIC 3010 Australia)
E-mail: Keithan@unimelb.edu.au
** 産業技術総合研究所光技術研究部門

1. 理論的基礎

1.1 伝搬ベースの位相コントラスト

位相コントラスト法の性質を理解するためには，入射X線と測定試料とが相互作用するモデルを導入するのがよい．ここで試料は十分に薄く，複素透過関数が次式で記述できるとする．

$$T_0(\boldsymbol{r})=\exp[-\eta(\boldsymbol{r})+\mathrm{i}\Phi(\boldsymbol{r})] \qquad (1)$$

さらに，相互作用は十分に弱く，次式の近似が適用できるとする．

$$T_0(\boldsymbol{r})\approx 1-\eta(\boldsymbol{r})+\mathrm{i}\Phi(\boldsymbol{r}) \qquad (2)$$

ここで，試料に散乱された光は，z 軸方向に一定の距離だけ離れた位置でどのような強度分布となるのかについて考えたい．この問いに対して，まずGuigayが取り組み[11]，強度分布のフーリエ変換 $I(\boldsymbol{q})$ が次式のように与えられることを導いた．

$$\hat{I}(\boldsymbol{q})=\delta(\boldsymbol{q})-2\left\{\cos\left[\frac{2\pi^2}{k_0}z|\boldsymbol{q}|^2\right]\hat{\eta}(\boldsymbol{q})-\sin\left[\frac{2\pi^2}{k_0}z|\boldsymbol{q}|^2\right]\hat{\Phi}(\boldsymbol{q})\right\} \qquad (3)$$

ここで，$k_0=2\pi/\lambda$ は波数であり，λ は光の波長，$\hat{I}(\boldsymbol{q})$ は関数 $I(\boldsymbol{r})$ のフーリエ変換を示している．この式は，強度伝搬ベース位相コントラストイメージングの特性を表す重要な式であり，Poganyらが示したこの分野での大変有益な論文[12]に基づくものである．

特に，きわめて小さい伝搬距離に対しては次のように書ける．

$$\hat{I}(\boldsymbol{q})\approx\delta(\boldsymbol{q})-\left\{2\hat{\eta}(\boldsymbol{q})-\frac{4\pi^2}{k_0}z|\boldsymbol{q}|^2\hat{\Phi}(\boldsymbol{q})\right\} \qquad (4)$$

逆フーリエ変換を行うわけであるが，この式は強度分布が，一定のバックグラウンドに加えて，吸収分布の投影像と位相のラプラシアンの分布となっていることを示している．つまり，ほとんど吸収をもたない試料に対しては，位相コントラスト像は，波面の位相曲率の分布を表しているのであり，それが補償光学で用いられている[5]．式(3)を考察すると，2か所の z 位置における強度の測定によって，透過関数の吸収項と位相項とを解くことのできる連立方程式が導かれる．これは，Guigayによって提案された方法である[11]．実際には，多数の面での強度測定を行ったり，すべての計測に一致する位相分布を（連立方程式の決定論的な解法よりは）反復解法によって求めるほうが，より信頼性の高いものとなる．それらは，多くの応用とともに，Cloetensら[13-15]によって行われた．この解法は，デフォーカス配置により測定される一連の像セットを用いる透過電子顕微鏡の位相回復法に由来するものである[16-18]．

1.2 強度輸送方程式

本解説において最も関心のある事項は，強度輸送方程式の応用だろう．もともと強度輸送方程式は，自由空間の伝搬中での光学的なエネルギー保存則であり，ポインティングベクトル $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\rho})$ を用いて理解するのが最もよい．$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\rho})$ は，コヒーレント場に対して，次のように定義される．

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\rho})=\frac{1}{k_0}I(\boldsymbol{\rho})\nabla\Phi(\boldsymbol{\rho}) \qquad (5)$$

ここで，$I(\boldsymbol{\rho})$ は三次元空間における強度分布であり，$\Phi(\boldsymbol{\rho})$ は位相分布である．与えられた点での測定強度は，ほとんどの場合，$I(\boldsymbol{\rho})=|\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\rho})|$ で与えられる．伝搬中のエネルギー保存則によって，ポインティングベクトルは次式に従わなくてはならない．

$$\nabla\cdot\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\rho})=0 \qquad (6)$$

この解説中，われわれは近軸近似に従う伝搬について関心をおいている．そこで，$\boldsymbol{r}=(\boldsymbol{\rho},z)$ と波面の複素振幅は次の関数形で近似される．

$$\Psi(\boldsymbol{r},z)\approx\sqrt{I(\boldsymbol{r})}\exp[\mathrm{i}\phi(\boldsymbol{r})]\exp[\mathrm{i}k_0z] \qquad (7)$$

式(3)を式(2)に代入すると，すぐさま強度輸送方程式が得られる．

$$\frac{\partial I(\boldsymbol{r})}{\partial z}=-\frac{1}{k_0}\nabla[I(\boldsymbol{r})\nabla\phi(\boldsymbol{r})] \qquad (8)$$

実験上では，求めるべき位相面の近傍で，距離 Δ だけ離れた2つの近接した強度計測（それぞれ，$I+(\boldsymbol{r})$，$I-(\boldsymbol{r})$ と表す）を行う手法が用いられ，下式を満たす．

$$\frac{I_+(\boldsymbol{r})-I_-(\boldsymbol{r})}{\Delta}\approx\frac{\partial I(\boldsymbol{r})}{\partial z} \qquad (9)$$

および

$$\frac{I_+(\boldsymbol{r})+I_-(\boldsymbol{r})}{2}\approx I(\boldsymbol{r}) \qquad (10)$$

これら2つの物理量が判明すれば，式(8)で残された唯一の未知量は位相だけとなる．Gureyevらが指摘したように[10]，単純に接続された領域内で，強度分布がstrictly positive（$I(\boldsymbol{r})>0$）であるならば，この条件下での位相は一意的に決定される．（例えば，式(8)は位相について一意的な解をもつ）．また，位相分布には位相渦を含む位相の不連続性がないことも必要である．

一意性が成り立つ条件においては，式(8)を位相について解くことができるので，この残された問題を進めていきたい．まず試みられたのは，Teagueによって提案されたグリーン関数を用いるアプローチであったが[8]，これを実験データに適用することは成功しなかった．補償光学分

野では，照明光強度が均一であると仮定されており，収差の回折理論に対応する関数となるツェルニケ多項式の表記で解を求められるのである．さらに後の論文では，Gureyevら[19]がより一般的な直交多項式[20]へと展開し，一般化したツェルニケ多項式分解（不均一場も考慮されたもの）を用いたマトリックスによる解法を提案した．特に，このフーリエ分解を含む一般化の手法は，不均一な強度場を扱う場合には大変厄介となるのではあるが，均一な強度場に対しては非常に早く解けることがわかった[21]．

不均一な強度を解くことは，計算時間とメモリーの観点から，まだまだ悲観的なほどコストの高いものであった．関連する重要な論文として，Paganin と Nugent[22]が，フーリエ変換をベースにした高速計算を可能にしており，かつ部分コヒーレンスの効果も考慮にいれた解析手法を提案したことが挙げられる．この論文の核心は，位相の傾きがベクトル場であり，それゆえ下記の表式で記述されることがわかったことである．

$$\nabla \Phi(\boldsymbol{r}) = \nabla \varphi_s(\boldsymbol{r}) + \nabla \times \varphi_v(\boldsymbol{r}) \tag{11}$$

ここで，$\varphi_s(\boldsymbol{r})$ はスカラー位相，$\varphi_v(\boldsymbol{r})$ はベクトル位相であり，しばしば位相分布における位相渦[23]の存在と対応づけられる．これは，電磁場におけるスカラーとベクトルポテンシャルに類似している．この場合，強度輸送方程式は次のように記述できる．

$$-k_0 \frac{\partial I(\boldsymbol{r})}{\partial z} = \nabla[I(\boldsymbol{r})\{\nabla \varphi_s(\boldsymbol{r})\}] + \nabla I(\boldsymbol{r}) \cdot \nabla \times \varphi_v(\boldsymbol{r}) \tag{12}$$

次のように書けると仮定する．

$$-k_0 \frac{\partial I(\boldsymbol{r})}{\partial z} = \nabla^2 \Psi(\boldsymbol{r}) \tag{13}$$

いくつかの $\Psi(\boldsymbol{r})$ に対して，位相に対する解は次のように書ける．

$$\Phi(\boldsymbol{r}) = -k_0 \nabla^{-2} \left\{ \nabla \cdot \left[\frac{1}{I(\boldsymbol{r})} \nabla \nabla^{-2} \frac{\partial I(\boldsymbol{r})}{\partial z} \right] \right\} \tag{14}$$

このように，フーリエ変換を用いることによって，この解法は容易に実現できる．

このフーリエ変換を用いた解法は，強度分布が一定であると仮定すれば（あるいは一定であると知られていれば），簡単な例となり理解しやすい．このとき，式（8）は次のようになる．

$$\frac{\partial I(\boldsymbol{r})}{\partial z} = -\frac{1}{k_0} I_0 \nabla^2 \Phi(\boldsymbol{r}) \tag{15}$$

よく知られたフーリエ変換の性質を利用すると，下記のようになる．

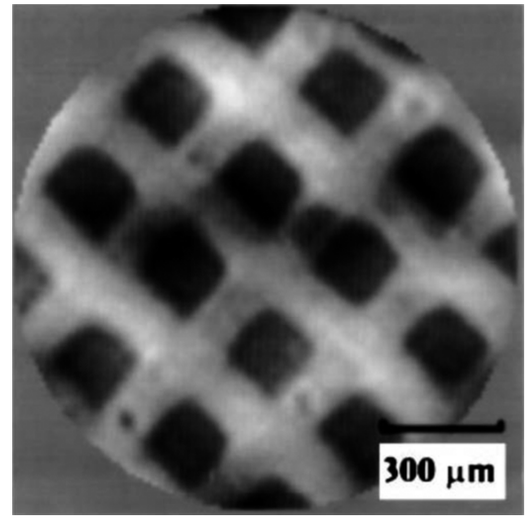

図1　16 keV の X 線によるカーボン薄膜の定量的位相像[24]．

$$\mathfrak{F}[\nabla^2 f(\boldsymbol{r})] = -|\boldsymbol{k}|^2 \mathfrak{F}[f(\boldsymbol{r})] \tag{16}$$

ここで，$\mathfrak{F}$ はフーリエ変換演算子である．式 (15) により結論が導かれる[21,24]．

$$\Phi(\boldsymbol{r}) = -k_0 \frac{1}{I_0} \mathfrak{F}^{-1} \left[\frac{1}{|\boldsymbol{k}|^2} \mathfrak{F} \left[\frac{\partial I(\boldsymbol{r})}{\partial z} \right] \right] \tag{17}$$

フーリエ変換を用いた式 (14) において，逆ラプラシアンを適切に実装することで，大変強力かつ高速に，強度の流れからの位相回復がなされる．ここで，空間周波数 $|\boldsymbol{k}|=0$ に対する回復は定義されていないことに着目しておきたい．つまり絶対的な位相のオフセット量は定義されておらず，物理的にも妥当な結論となる．

スカラーと光エネルギーの流れを表すベクトルポテンシャルから成る位相という観点を利用すると，この解説では位相の概念を，部分的コヒーレント場を含むものとして一般化できる．

データごとにさまざまな仮定を行った付加的アプローチがいくつか行われてきたが，これらは，最近の論文において包括的な定式化がなされてきている[25]．複数の伝搬距離を使った反復計算法が議論されてきたが，強度輸送に適用できる付加的なアプローチを用いることも可能である．Allen らは，強度輸送方程式についてマルチグリッドによる解法を示した[26]．Paganin らは，データに基づくア・プリオリな情報をもとにした多くの別解法を提案してきた．それらは，媒質に関する知見を含むもの[27]であったり，入射照明光のスペクトル特性を利用[28]したりするものである．前者は特に重要であり，さらに研究する価値のあるものである．

例えば，もし対象物体が，既知の成分（つまり次式で表

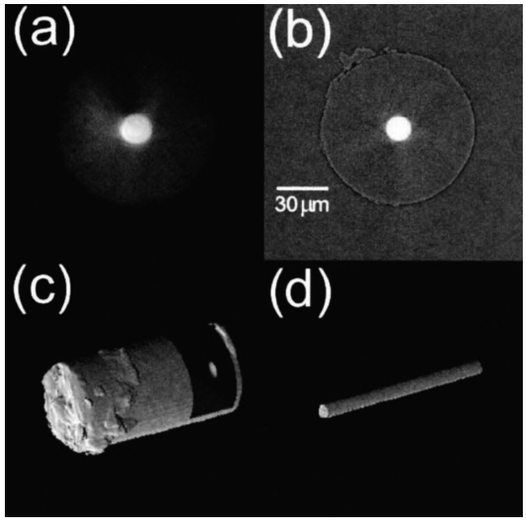

図2　2種の材料からなるワイヤーの断層像．屈折率の実部と虚部とを抜き出すことができるため，2種の材料を区別できる．(a) 屈折率実部の断面図，(b) 屈折率虚部の断面図，(c) 屈折率実部のレンダリング，(d) 屈折率虚部のレンダリング[49]．

される既知の複素屈折率）からなる厚さ分布 $t(\boldsymbol{r})$ をもっているとする．

$$n=(1-\delta)-\mathrm{i}\delta \tag{18}$$

対象物体から離れた位置での場 $\Psi(\boldsymbol{r})$ は，投影近似と弱散乱近似（式（2））との下で，次のように書ける．

$$\Psi(\boldsymbol{r})=\sqrt{I_0}\exp[k_0(-\beta+\mathrm{i}(1-\delta))t(\boldsymbol{r})] \tag{19}$$

もし，光が距離 z だけ伝搬したあとで，試料の投影像 $I_z(\boldsymbol{r})$ を得られれば，次式を用いて厚さは1つのデフォーカス像から回復される．

$$t(\boldsymbol{r})=-\frac{1}{2k_0\beta}\ln\mathfrak{F}^{-1}\left[\frac{\beta}{\beta+\lambda z\delta|\boldsymbol{q}|^2}\frac{\hat{I}_z(\boldsymbol{q})}{I_0}\right] \tag{20}$$

ここで，$\hat{I}_z(\boldsymbol{q})$ は計測されたデータのフーリエ変換である．この導出式は多くの応用に用いられており，$|\boldsymbol{q}|=0$ に対してさえ安定であることに注目しておきたい．

定量的な位相イメージングに対する光学伝達関数（optical transfer function, OTF）も調べられている．Streibl[29] によりなされた三次元定式化があり，光学位相顕微鏡に適用され[30]，さらに詳細に拡張されて位相顕微鏡をベースとするX線ゾーンプレートへの適用[31] と，実験に即した検証が行われた[32]．そのほか，Guigay らによっていくつかの重要な伝達関数に基づく解析がなされており[33,34]，Gureyev ら[35−40] もまた伝達関数の役割について調査し，部分的コヒーレンスが像の形成に及ぼす影響を調べた．

2.　実験結果

2.1　位相コントラストイメージング

X線位相コントラスト法は，数年来，重要なコントラスト生成メカニズムとなっている．この解説を通して，基本的な物理現象を理解しておく必要がある．それは，位相に勾配が生じると，試料を通過するに従って，エネルギーの流れが拡散するように作用するということである．そのため，キーポイントは，伝搬方向の小さな拡散を検出できるような手法を見つけ出すことである．そのなかでも，結晶を用いる手法は重要な技術として報告[41] されており，回折作用がもつ鋭い感度を元にでき，回折強調イメージング[42] へ至る流れとなっている．これらの研究を定量計測へと発展させる試みも行われているが[43,44]，まだその成果は限定的である．

この解説の主題である強度伝搬ベースの手法では，対象物体の位相構造を明らかにするために，強度伝搬によって生じる強度コントラストを用いる．この手法による実験は1995年に最初に報告され[45]，第三世代シンクロトロン光源から出た比較的高い空間的コヒーレンスによって実現された．

この強度コントラストは定量イメージングに用いることができるという考えが Nugent らによって示されており，日本のフォトン・ファクトリーからも前章で示した強度輸送の考え方が示された．さらに前章に述べたように，欧州シンクロトロン放射光施設（The European Synchrotron Radiation Facility, ESRF）の Cloetens らも，過去に Guigay が提案した考え方に則した提案を行った．

強度輸送方程式はX線に適用されており，吸収が無視できるような場からの位相回復がなされている．十分なコントラストを有するX線位相イメージングは，ゾーンプレート顕微鏡[46] を用いて実証され，その同じシステムを用いて定量的位相トモグラフィーへと拡張された[47]．位相と振幅の両方の測定から複素屈折率を推定できるようになると，ある程度の基礎的感度を有する位相計測X線トモグラフィーの発展へと繋がる[48]．その方法は，電子[49]・中性子[50]・原子[51] イメージングに対しても証明された．

Wilkins が率いるグループでは，研究用途のX線位相コントラストイメージングが開発されてきており[52]，位相コントラストを最適化するための役立つ指針が出されている[12]．このチームは集束電子線をX線源として用いたX線位相コントラスト法[53,54] を開発するという重要な提案を行っており，この手法で大変優れた三次元像が得られることを実証した[55−57]．

Arhatari らは強力なX線と従来の光源とを用いて，X

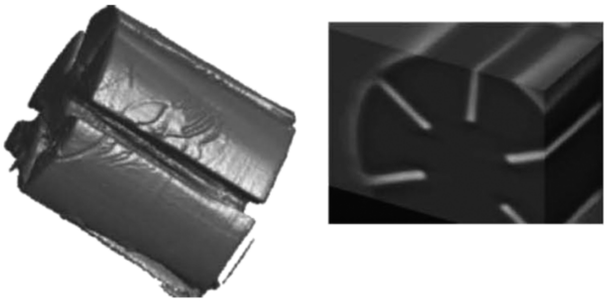

図3　偏向電磁石シンクロトロン光源（米国 Advanced Photon Source）を用いて得られた PMMA で作成したローターの三次元位相像．

線写真で位相コントラストを用いることを考え[58,59]，画像の位相情報から単純なモデルの構築が可能であることを示し，これを実験で確かめた．

偏向電磁石 X 線源を用いた X 線位相コントラストトモグラフィーが Peele ら[60] によって研究され，図 3 に示すように，偏向電磁石シンクロトロン光源を用いたときでもきわめてよい三次元イメージングを行えることが示された．

2.2　コヒーレント回折

X 線回折に強度輸送を用いるという考え方が，Williams ら[61] による興味深い実験でもたらされた．彼らは，入射波面の曲率を用いれば回折から大変よい像回復が行えることを示した．この考え方は，Nugent ら[62] によって強度輸送方程式を用いた説明が行われたことで理解がなされ，伝搬距離の変化は入射波面の曲率の変化に正確に追随することが示された．この研究は，キーホールイメージング[63] の進展へとつながった．曲率のある入射波は測定対象の実効サイズを規定するために用いられ，最近の論文では，集積回路のような広がりのある物体に対しても，図 4 のようにレンズレスで高分解イメージングが可能となることが示されている[64]．

この解説では，強度の伝搬が波動場の位相回復に利用できることに関する簡単なレビューを行った．この手法はいくつもの問題に適用されてきたが，ここでは特に X 線への応用に集中して取り上げた．それぞれの手法には適切な適用範囲があるが，それらは基本的なよく似た見方に基づくものである．つまり，位相は位相の傾きの計測から推定されることと，屈折は位相の傾きによって引き起こされるということ，に基づいている．これは，たとえきわめてエネルギーの高い電子であっても同じである．

X 線自由電子レーザーの開発は近代科学技術にとって重要であり，これらの設備を有する科学プログラムで，コヒーレント位相計測法は決定的な役割を担ってきている．波面の曲率が位相情報を運んでいるというアイデアは，もともと天文学や補償光学に端を発するものであるが，最終的に高解像度 X 線イメージングへと導かれ，成果を上げている．高解像度 X 線イメージングへの応用に対しては，前章で実現可能であることが示されており，干渉を用いな

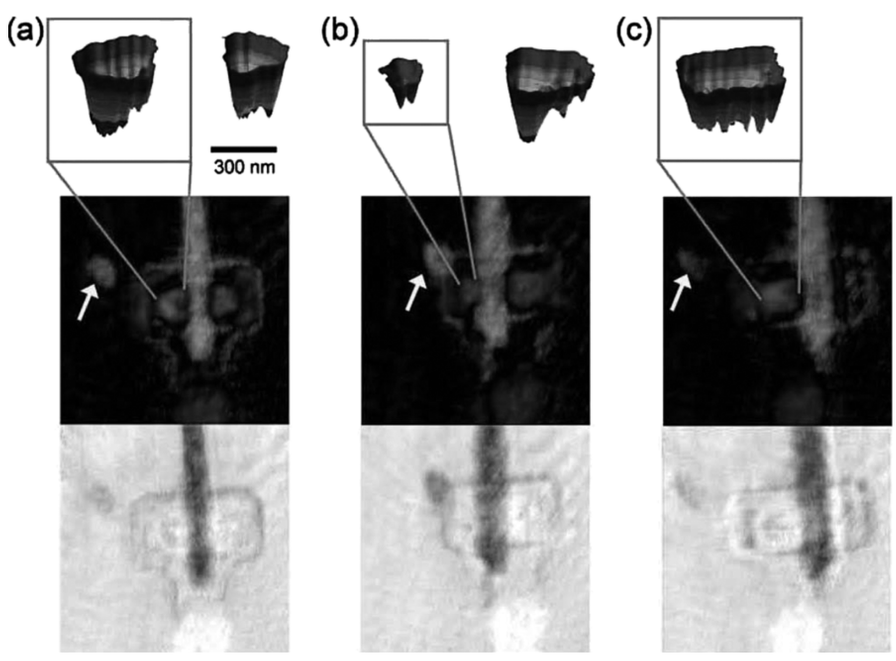

図4　集積回路にある孔（ボイド）に関して詳細な情報を測定できる．この画像は，キーホールイメージング（波面位相の曲率という考えに基づいたコヒーレント回折の手法）を用いることで得られた[65]．

い位相イメージング法の最終的な帰着点として適切であるように思われる．今後，天文学的に大きな領域から顕微鏡的に小さい領域までにわたって，そのフィールドは広がっていくだろう．

著者は，オーストラリア研究会議（the Australian Research Council）から連邦研究奨励制度を受けており，ここに感謝申し上げます．またここ10年以上にわたり，学生，同僚たちから多くの協力を得ており，特に，Ann Roberts, David Paganin, Andrew Peele, Anton Barty, Ian McNulty, Tim Gureyev, Garth Williams および Harry Quiney の各氏に感謝いたします．

文　　献

1) A. A. Michelson: “On the application of interference methods to astronomical measurements,” Astrophys. J., **51** (1920) 257–262.
2) W. T. Welford: “On the limiting sensitivity of the star test for optical instruments,” J. Opt. Soc. Am., **50** (1960) 21–23.
3) R. V. Shack and B. C. Platt: “Production and use of a lenticular Hartmann screen,” *Spring Meeting of Optical Society of America* (1971) p. 656.
4) J. Z. Liang, D. R. Williams and D. T. Miller: “Supernormal vision and high-resolution retinal imaging through adaptive optics,” J. Opt. Soc. Am. A, **14** (1997) 2884–2892.
5) F. Roddier: “Curvature sensing and compensation: A new concept in adaptive optics,” Appl. Opt., **27** (1988) 1223–1225.
6) M. R. Teague: “Irradiance moments: Their propagation and use for unique retrieval of phase,” J. Opt. Soc. Am., **72** (1982) 1199–1209.
7) F. Roddier: “Wave-front sensing and the irradiance transport-equation,” Appl. Opt., **29** (1990) 1402–1403.
8) M. R. Teague: “Deterministic phase retrieval: A green-function solution,” J. Opt. Soc. Am., **73** (1983) 1434–1441.
9) N. Streibl: “Phase imaging by the transport-equation of intensity,” Opt. Comm., **49** (1984) 6–10.
10) T. E. Gureyev, A. Roberts and K. A. Nugent: “Partially coherent fields, the transport of intensity equation, and phase uniqueness,” J. Opt. Soc. Am. A, **12** (1995) 1942–1946.
11) J. P. Guigay: “Fourier-transform analysis of Fresnel diffraction patterns and in-line holograms,” Optik, **49** (1977) 121–125.
12) A. Pogany, D. Gao and S. W. Wilkins: “Contrast and resolution in imaging with a microfocus x-ray source,” Rev. Sci. Instrum., **68** (1997) 2774–2782.
13) P. Cloetens, W. Ludwig, J. Baruchel, D. Van Dyck, J. Van Landuyt, J. P. Guigay and M. Schlenker: “Holotomography: Quantitative phase tomography with micrometer resolution using hard synchrotron radiation x rays,” Appl. Phys. Lett., **75** (1999) 2912–2914.
14) P. Cloetens, W. Ludwig, J. Baruchel, J. P. Guigay, P. Pernot-Rejmankova, M. Salome-Pateyron, M. Schlenker, J. Y. Buffiere, E. Maire and G. Peix: “Hard x-ray phase imaging using simple propagation of a coherent synchrotron radiation beam,” J. Phys. D: Appl. Phys., **32** (1999) A145–A151.
15) P. Cloetens, R. Barrett, J. Baruchel, J. P. Guigay and M. Schlenker: “Phase objects in synchrotron radiation hard x-ray imaging,” J. Phys. D: Appl. Phys., **29** (1996) 133–146.
16) D. Van Dyck, M. O. Debeeck and W. Coene: “A new approach to object wave-function reconstruction in electron-microscopy,” Optik, **93** (1993) 103–107.
17) W. Coene, G. Janssen, M. O. Debeeck and D. Van Dyck: “Phase retrieval through focus variation for ultra-resolution in field-emission transmission electron-microscopy,” Phys. Rev. Lett., **69** (1992) 3743–3746.
18) D. Van Dyck and W. Coene: “A new procedure for wave-function restoration in high-resolution electron-microscopy,” Optik, **77** (1987) 125–128.
19) T. E. Gureyev, A. Roberts and K. A. Nugent: “Phase retrieval with the transport of intensity equation: Matrix solution with use of Zernike polynomials,” J. Opt. Soc. Am. A, **12** (1995) 1932–1941.
20) T. E. Gureyev and K. A. Nugent: “Phase retrieval with the transport-of-intensity equation 2 Orthogonal series solution for nonuniform illumination,” J. Opt. Soc. Am. A, **13** (1996) 1670–1682.
21) T. E. Gureyev and K. A. Nugent: “Rapid quantitative phase imaging using the transport of intensity equation,” Opt. Comm., **133** (1997) 339–346.
22) D. Paganin and K. A. Nugent: “Noninterferometric phase imaging with partially coherent light,” Phys. Rev. Lett., **80** (1998) 2586–2589.
23) A. G. Peele, P. J. McMahon, D. Paterson, C. Q. Tran, A. P. Mancuso, K. A. Nugent, J. P. Hayes, E. Harvey, B. Lai and I. McNulty: “Observation of an x-ray vortex,” Opt. Lett., **27** (2002) 1752–1754.
24) K. A. Nugent, T. E. Gureyev, D. F. Cookson, D. Paganin and Z. Barnea: “Quantitative phase imaging using hard x rays,” Phys. Rev. Lett., **77** (1996) 2961–2964.
25) K. A. Nugent: “X-ray noninterferometric phase imaging: A unified picture,” J. Opt. Soc. Am. A, **24** (2007) 536–547.
26) L. J. Allen, W. McBride and M. P. Oxley: “Exit wave reconstruction using soft X-rays,” Opt. Comm., **233** (2004) 77–82.
27) D. Paganin, S. C. Mayo, T. E. Gureyev, P. R. Miller and S. W. Wilkins: “Simultaneous phase and amplitude extraction from a single defocused image of a homogeneous object,” J. Microsc.-Oxford, **206** (2002) 33–40.
28) T. E. Gureyev, S. Mayo, S. W. Wilkins, D. Paganin and A. W. Stevenson: “Quantitative in-line phase-contrast imaging with multienergy x rays,” Phys. Rev. Lett., **86** (2001) 5827–5830.
29) N. Streibl: “3-dimensional imaging by a microscope,” J. Opt. Soc. Am. A, **2** (1985) 121–127.
30) E. D. Barone-Nugent, A. Barty and K. A. Nugent: “Quantitative phase-amplitude microscopy I: Optical microscopy,” J. Microsc.-Oxford, **206** (2002) 194–203.
31) K. A. Nugent, B. D. Arhatari and A. G. Peele: “A coherence approach to phase-contrast microscopy: Theory,” Ultramicrosc., **108** (2008) 937–945.
32) B. D. Arhatari, A. G. Peele, K. Hannah, P. Kappen, K. A. Nugent, G. J. Williams, G. C. Yin, Y. M. Chen, J. H. Chen and Y. F. Song: “A coherence approach to phase-contrast microscopy II: Experiment,” Ultramicrosc., **109** (2009) 280–286.
33) J. P. Guigay, M. Langer, R. Boistel and P. Cloetens: “Mixed transfer function and transport of intensity approach for phase retrieval in the Fresnel region,” Opt. Lett., **32** (2007) 1617–1619.
34) S. Zabler, P. Cloetens, J. P. Guigay, J. Baruchel and M. Schlenker: “Optimization of phase contrast imaging using hard x rays,” Rev. Sci. Instrum., **76** (2005) 073705.

35) T. E. Gureyev, Y. L. Nesterets, D. M. Paganin, A. Pogany and S. W. Wilkins: "Linear algorithms for phase retrieval in the Fresnel region 2 partially coherent illumination," Opt. Comm., **259** (2006) 569–580.
36) T. E. Gureyev, D. M. Paganin, A. W. Stevenson, S. C. Mayo and S. W. Wilkins: "Generalized eikonal of partially coherent beams and its use in quantitative imaging," Phys. Rev. Lett., **93** (2004) 068103.
37) T. E. Gureyev, A. Pogany, D. M. Paganin, S. W. Wilkins: "Linear algorithms for phase retrieval in the Fresnel region," Opt. Comm., **231** (2004) 53–70.
38) D. Paganin, T. E. Gureyev, K. M. Pavlov, R. A. Lewis, M. Kitchen: "Phase retrieval using coherent imaging systems with linear transfer functions," Opt. Comm., **234** (2004) 87–105.
39) K. M. Pavlov, T. E. Gureyev, D. Paganin, Y. I. Nesterets, M. J. Morgan, R. A. Lewis: "Linear systems with slowly varying transfer functions and their application to X-ray phase-contrast imaging," J. Phys. D: Appl. Phys., **37** (2004) 2746–2750.
40) T. E. Gureyev: "Composite techniques for phase retrieval in the Fresnel region," Opt. Comm., **220** (2003) 49–58.
41) V. N. Ingal and E. A. Beliaevskaya: "X-ray plane-wave topography observation of the phase-contrast from a non-crystalline object," J. Phys. D: Appl. Phys., **28** (1995) 2314–2317.
42) D. Chapman, W. Thomlinson, R. E. Johnston, D. Washburn, E. Pisano, N. Gmur, Z. Zhong, R. Menk, F. Arfelli and D. Sayers: "Diffraction enhanced x-ray imaging," Phys. Med. Bio., **42** (1997) 2015–2025.
43) Y. I. Nesterets, P. Coan, T. E. Gureyev, A. Bravin, P. Cloetens and S. W. Wilkins: "On qualitative and quantitative analysis in analyser-based imaging," Acta Crystallogr. Sect. A, **62** (2006) 296–308.
44) Y. I. Nesterets, T. E. Gureyev, K. M. Pavlov, D. M. Paganin and S. W. Wilkins: "Combined analyser-based and propagation-based phase-contrast imaging of weak objects," Opt. Comm., **259** (2006) 19–31.
45) A. Snigirev, I. Snigireva, V. Kohn, S. Kuznetsov and I. Schelokov: "On the possibilities of x-ray phase contrast microimaging by coherent high-energy synchrotron radiation," Rev. Sci. Instrum., **66** (1995) 5486–5492.
46) B. E. Allman, P. J. McMahon, J. B. Tiller, K. A. Nugent, D. Paganin, A. Barty, I. McNulty, S. P. Frigo, Y. X. Wang and C. C. Retsch: "Noninterferometric quantitative phase imaging with soft x rays," J. Opt. Soc. Am. A, **17** (2000) 1732–1743.
47) P. J. McMahon, A. G. Peele, D. Paterson, J. J. A. Lin, T. H. K. Irving, I. McNulty and K. A. Nugent: "Quantitative X-ray phase tomography with sub-micron resolution," Opt. Comm., **217** (2003) 53–58.
48) P. J. McMahon, A. G. Peele, D. Paterson, K. A. Nugent, A. Snigirev, T. Weitkamp and C. Rau: "X-ray tomographic imaging of the complex refractive index," Appl. Phys. Lett., **83** (2003) 1480–1482.
49) S. Bajt, A. Barty, K. A. Nugent, M. McCartney, M. Wall and D. Paganin: "Quantitative phase-sensitive imaging in a transmission electron microscope," Ultramicrosc., **83** (2000) 67–73.
50) B. E. Allman, P. J. McMahon, K. A. Nugent, D. Paganin, D. L. Jacobson, M. Arif and S. A. Werner: "Imaging: Phase radiography with neutrons," Nature, **408** (2000) 158–159.
51) P. J. Fox, T. R. Mackin, L. D. Turner, I. Colton, K. A. Nugent and R. E. Scholten: "Noninterferometric phase imaging of a neutral atomic beam," J. Opt. Soc. Am. B, **19** (2002) 1773–1776.
52) S. W. Wilkins, T. E. Gureyev, D. Gao, A. Pogany and A. W. Stevenson: "Phase-contrast imaging using polychromatic hard X-rays," Nature, **384** (1996) 335–338.
53) S. C. Mayo, P. R. Miller, S. W. Wilkins, T. J. Davis, D. Gao, T. E. Gureyev, D. Paganin, D. J. Parry, A. Pogany and A. W. Stevenson: "Applications of phase-contrast X-ray microscopy in an SEM," J. De Physique Iv, **104** (2003) 543–546.
54) T. E. Gureyev and S. W. Wilkins: "On x-ray phase imaging with a point source," J. Opt. Soc. Am. A, **15** (1998) 579–585.
55) D. C. Gao, S. W. Wilkins, D. J. Parry, T. E. Gureyev and P. R. Miller: "X-ray ultramicroscopy using integrated sample cells," Opt. Exp., **14** (2006) 7889–7894.
56) T. E. Gureyev, D. M. Paganin, G. R. Myers, Y. I. Nesterets and S. W. Wilkins: "Phase-and-amplitude computer tomography," Appl. Phys. Lett., **89** (2006) 034102.
57) S. C. Mayo, T. J. Davis, T. E. Gureyev, P. R. Miller, D. Paganin, A. Pogany, A. W. Stevenson and S. W. Wilkins: "X-ray phase-contrast microscopy and microtomography," Opt. Exp., **11** (2003) 2289–2302.
58) B. D. Arhatari, K. A. Nugent, A. G. Peele and J. Thornton: "Phase contrast radiography. II. Imaging of complex objects," Rev. Sci. Instrum., **76** (2005) 113704.
59) B. D. Arhatari, A. P. Mancuso, A. G. Peele and K. A. Nugent: "Phase contrast radiography: Image modeling and optimization," Rev. Sci. Instrum., **75** (2004) 5271–5276.
60) A. G. Peele, F. De Carlo, P. J. McMahon, B. B. Dhal and K. A. Nugent: "X-ray phase contrast tomography with a bending magnet source," Rev. Sci. Instrum., **76** (2005) 083707.
61) G. J. Williams, H. M. Quiney, B. B. Dhal, C. Q. Tran, K. A. Nugent, A. G. Peele, D. Paterson and M. D. de Jonge: "Fresnel coherent diffractive imaging," Phys. Rev. Lett., **97** (2006) 025506.
62) K. A. Nugent, A. G. Peele, H. N. Chapman and A. P. Mancuso: "Unique phase recovery for nonperiodic objects," Phys. Rev. Lett., **91** (2003) 203902.
63) B. Abbey, K. A. Nugent, G. J. Williams, J. N. Clark, A. G. Peele, M. A. Pfeifer, M. De Jonge and I. McNulty: "Keyhole coherent diffractive imaging," Nat. Phys., **4** (2008) 394–398.
64) B. Abbey, G. J. Williams, M. A. Pfeifer, J. N. Clark, C. T. Putkunz, A. Torrance, I. McNulty, T. M. Levin, A. G. Peele and K. A. Nugent: "Quantitative coherent diffractive imaging of an integrated circuit at a spatial resolution of 20 nm," Appl. Phys. Lett., **93** (2008) 214101.

(2009 年 6 月 10 日受理)