

# スペックル測定とその低減デバイス

久保田 重夫

東京大学生産技術研究所 〒153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1

## Speckle Measurement and Its Reduction Device

Shigeo KUBOTA

University of Tokyo, Institute of Industrial Science, 4-6-1 Komaba, Meguro-ku, Tokyo 153-8505

Speckle measurement tool using a high sensitivity CCD camera and a small pin hole was prototyped to detect substantially fully developed speckle contrast. Such speckle contrast was measured to reduce to 1/10 of its original value when a transmissive diffuser located in the laser illumination path was vibrated with amplitude larger than average zero crossing distance of surface height function of the diffuser.

**Key words:** laser display, speckle, diffuser, image sensor, conic frusta

### 1. はじめに

スペックル雑音はレーザーディスプレイにおいて解決しなければならない難しい課題である。われわれは、日本光学会レーザーディスプレイ技術研究グループにおいて、スペックル測定器の開発にとりくんできた<sup>1)</sup>。

Goodman<sup>2)</sup>によれば、レーザープロジェクターにおいてヒトの目がスクリーン上で観察するスペックルパターン光強度分布のコントラスト値は、スクリーン上に投影されたヒトの目の解像セルと、レーザー波長とプロジェクターレンズの開口数で定まる平均サイズをもつスペックルの面積比で決定される空間的多重度を考えると、このスペックルパターンを時間的に変化させ、独立なスペックルパターンが重なりあうようにすることができれば、パターンが平均化されて、時間的多重度が増すにつれ、上記、空間的多重度で定まる下限値に漸近する。したがって、個々の独立なスペックルパターンのコントラストそのものは最大で100%になることが想定される。よって、望ましいスペックル測定器はできうる限り高コントラストのスペックルを発生させ、同時に測定でき、かつヒトの目の解像セルを近似する解像力を有しているものでなければならない<sup>3-5)</sup>。ヒトの目の解像力をピンホールとレンズで近似すると、収差をもつヒトの目の瞳径が3 mm のとき、その解像力を近

似するピンホール径は、レーザー波長 532 nm のとき直径 0.8 mm になることを見だし、実験的に確認したので報告する。

さて、スペックルパターンを時間的に変化させ、独立なスペックルパターンが重なりあうようにするスペックルコントラスト低減手段を考えると、たとえば単なる光源のパルス駆動では、スペックルパターンの時系列は互いに従属しているから、これらを重なりあわせても、一向にスペックルコントラストは低減しない。この高感度スペックル測定器の拡散スクリーンを照射するレーザー光路にさらに拡散板をいれ、これを光軸に直交する方向に運動させるとき、スクリーン上の独立なスペックルパターンの時系列が効果的に実現される。このようなタイプの低減デバイスで、新規に考案した振動型拡散板によるスペックル低減効果につき述べ、従来からひろく使われてきた移動型拡散板による低減特性との解析的な比較を行う。

### 2. fully developed speckle の発生の理論

スペックルは、レーザーのようなコヒーレント光源の、ランダムな表面形状をもつ拡散スクリーンによる散乱波が干渉することによって発生する。この干渉パターンの光強度分布の標準偏差と平均値を  $\sigma$  と  $\bar{I}$  とするとき、スペック

E-mail: Kubota@iis.u-tokyo.ac.jp

ルコントラストは  $C = \sigma_I / \bar{I}$  で定義される。  $(-\pi, \pi)$  に一様分布する位相をもつ  $N$  個のランダムなフェーザーが寄与するスペックルパターン of 振幅  $A$  の確率密度関数は、  $N \rightarrow \infty$  でレイリー分布をとり、

$$p_A(A) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

と書ける。これより、光強度  $I$  の確率密度関数は負指数関数型分布

$$p_I(I) = p_A(\sqrt{I}) \left| \frac{dA}{dI} \right| = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{I}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

にしたがい、ここでその光強度分布の  $q$  次のモーメントは  $\bar{I}^q = \int_0^\infty I^q p(I) dI = (2\sigma^2)^q q!$  であるから、  $\bar{I} = 2\sigma^2$  である。さらに、2次モーメント  $\rightarrow$  分散  $\rightarrow$  標準偏差の順に計算すると  $\sigma_I = \bar{I}$  であるから、定義より、スペックルコントラストは  $C = 1$  となる (fully developed speckle, 以後 FDS と略記)。この FDS まで測定できる測定器を作ることが目標になる。そのために、まず Goodman のテキスト<sup>2)</sup> にある拡散スクリーンの表面粗さ形状とスペックルコントラストの関係の導出過程の要点をたどる。

いま、スクリーン面の物体座標  $(\alpha, \beta)$  を用いて、拡散スクリーンの表面形状を関数  $h(\alpha, \beta)$  で表すとき、垂直入射光の散乱波の光軸近傍成分を集める際には、このスクリーンで散乱された光の位相は  $\phi(\alpha, \beta) = (4\pi/\lambda)h(\alpha, \beta)$  と表されるから、この散乱波の位相シフトの標準偏差  $\sigma_\phi$  は表面粗さの標準偏差  $\sigma_h$  に比例し  $\sigma_\phi = 4\pi\sigma_h/\lambda$  になる。これより散乱波の位相シフトの相関関数は、表面粗さの規格化相関関数を用いて

$$\Gamma_\phi(\Delta\alpha, \Delta\beta) = \sigma_\phi^2 \mu_h(\Delta\alpha, \Delta\beta) \quad (3)$$

と書け、これを規格化すれば、表面粗さの規格化相関関数そのものに一致する。

$$\mu_\phi(\Delta\alpha, \Delta\beta) = \mu_h(\Delta\alpha, \Delta\beta) \quad (4)$$

一方 ca, 散乱波の波動場の自己相関関数は、入射波の強度  $I_{\text{inc}}$ , 2点間距離  $r = \sqrt{\Delta\alpha^2 + \Delta\beta^2}$  を知って  $\Gamma_a(\alpha_1, \beta_1; \alpha_2, \beta_2) = |r|^2 I_{\text{inc}}(\alpha_2, \beta_2) \sigma_\phi^2 \mu_a(\Delta\alpha, \Delta\beta)$  と書けるから、その規格化自己相関関数は、  $\exp(j\delta\phi)$  の期待値を、ランダム変数  $\Delta\phi$  に関する平均値 0 のガウス分布型特性関数  $M_{\Delta\phi}(\omega) = \exp\left(-\frac{1}{2}\omega^2\sigma_{\Delta\phi}^2\right)$  を用いて評価することにより

$$\begin{aligned} \mu_a(\Delta\alpha, \Delta\beta) &= \langle \exp[j(\phi_1 - \phi_2)] \rangle = M_{\Delta\phi}(1) \\ \exp(-\sigma_{\Delta\phi}^2/2) &= \exp(-\langle \Delta\phi^2 \rangle / 2) \\ &= \exp[-\sigma_\phi^2(1 - \mu_\phi(\Delta\alpha, \Delta\beta))] \end{aligned} \quad (5)$$

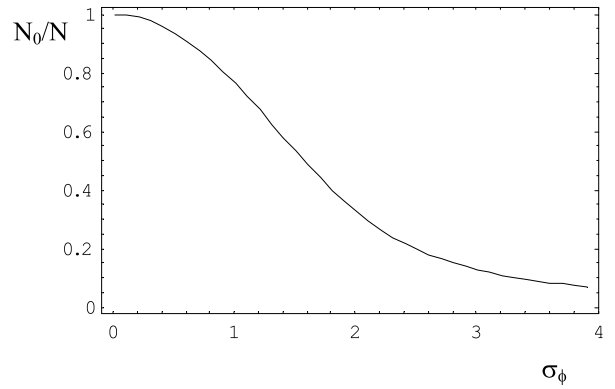


Fig. 1 Normalized coherence area:  $N_0/N$  and standard deviation of phase:  $\sigma_\phi$ .

ここで、式 (5) の第 2 式の最後の変形に式 (3) を用いた。

具体的に、表面粗さの自己相関長  $r_c$  を有する、ガウス分布型表面粗さの規格化相関関数  $\mu_h(\Delta\alpha, \Delta\beta) = \exp[-(r/r_c)^2]$  を仮定すると、式 (5) の規格化自己相関関数は  $\mu_a(\Delta\alpha, \Delta\beta) = \exp[-\sigma_\phi^2(1 - e^{-(r/r_c)^2})] \rightarrow \exp(-\sigma_\phi^2)$  ( $r \rightarrow \infty$ ) となる。この漸近値はスペキュラー反射成分なので、「FDS を発生するうえでの絶対条件」としてこれを除外するものとし、かつその  $r=0$  での値で正規化すると

$$\mu'_a(\Delta\alpha, \Delta\beta) = \frac{\exp[-\sigma_\phi^2(1 - e^{-(r/r_c)^2})] - \exp(-\sigma_\phi^2)}{1 - \exp(-\sigma_\phi^2)} \quad (6)$$

これより非スペキュラー反射成分波動場の相関面積 (コヒーレンス面積) を計算すると、指数関数項を級数展開して項別積分することにより、

$$\begin{aligned} A_a &= 2\pi \int_0^\infty r \mu'_a(r) dr \\ &= \frac{2\pi \exp(-\sigma_\phi^2)}{1 - \exp(-\sigma_\phi^2)} \int_0^\infty r \exp[(\sigma_\phi^2 e^{-(r/r_c)^2}) - 1] dr \\ &= \frac{\pi r_c^2 \exp(-\sigma_\phi^2)}{1 - \exp(-\sigma_\phi^2)} [E_i(\sigma_\phi^2) - \gamma - \ln(\sigma_\phi^2)] \end{aligned} \quad (7)$$

を得る。よって  $A_k$  をスクリーン面換算点像強度分布面積とすると  $N_0 \equiv A_k / \pi r_c^2$  を定義し、さらに  $N(\sigma_\phi) \equiv A_k / A_a$  とおくと、

$$\frac{A_a}{\pi r_c^2} = \frac{E_i(\sigma_\phi^2) - \gamma - \ln(\sigma_\phi^2)}{\exp(\sigma_\phi^2) - 1} \equiv \frac{N_0}{N} \quad (8)$$

ここに、  $E_i(x)$  は指数積分関数で、  $\gamma$  はオイラーの定数である。 Fig. 1 は表面粗さの相関面積  $\pi r_c^2$  で規格化したコヒーレンス面積  $A_a$  を  $\sigma_\phi$  の関数としてプロットしたもので、垂

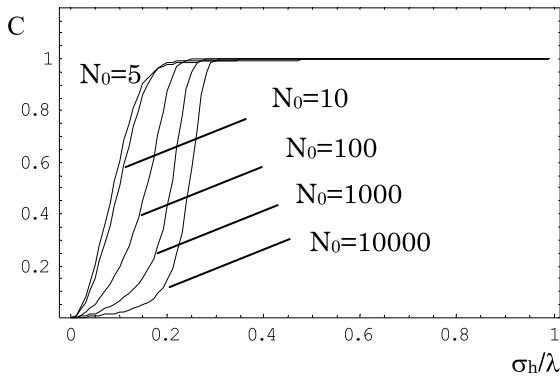


Fig. 2 Speckle contrast:  $C$  and root-mean-square value of surface roughness:  $\sigma_h/\lambda$ .

直入射で光軸近傍の像点に着目すると、 $\sigma_\phi = 4\pi/\lambda\sigma_h$  より、 $\sigma_h = \lambda/4$  のとき  $\sigma_\phi = \pi$  で、 $A_a$  は  $\pi r_c^2$  の約 10 分の 1 に減少する。

拡散スクリーンで発生するスペックルのコントラストを計算するには、このコヒーレンス面積  $A_a$  とレンズの点像強度分布のスクリーン面換算面積  $A_k$  の比  $N$  をまず計算し、つぎに  $N$  と位相に関するガウス関数型の特性関数

$M_\phi(\omega) = \exp\left(-\frac{1}{2}\omega^2\sigma_\phi^2\right)$  を用いて、光強度の二乗平均が

$$\begin{aligned} \bar{I}^2 &= [1 + (N-1)M_\phi(1)M_\phi(-1)]^2 \\ &= 1 + 2(N-1)M_\phi(1)M_\phi(-1) + (N-1)^2M_\phi^2(1)M_\phi^2(-1) \end{aligned}$$

と書けることから、誘導した partially developed speckle のコントラスト評価式

$$C = \frac{\sigma_I}{\bar{I}} = \sqrt{\frac{8(N-1)[N-1 + \cosh(x^2)] \sinh^2(x^2/2)}{N[N-1 + \exp(x^2)]^2}} \quad (9)$$

に表面粗さの標準偏差  $\sigma_h$  より求めた  $x = 4\pi\sigma_h/\lambda$  を代入する。Fig. 2 は  $\sigma_h/\lambda$  に対する式 (9) のプロットである。なお、Fig. 2 の横軸のスケールは Goodman のテキスト<sup>2)</sup> に相違するが、こちらが正しい。

### 3. スペックル測定器の試作と評価

#### 3.1 ピンホールサイズ

前章の議論から、スペックルコントラストは、拡散スクリーン上の表面粗さのパラメーターで定まるコヒーレンス面積  $A_a$  と、ヒトの目の解像セルに相当する測定器スクリーン座標換算点像強度分布面積  $A_k$  の比  $N$  から計算され、この点像強度分布面積は測定系のレンズ開口サイズと光源波長で定まるから、開口サイズをきめるピンホール径の選択がスペックル測定器設計の第一歩である。すでに拡散透過型スクリーンを用いたスペックル測定器の報告があるが<sup>6)</sup>、

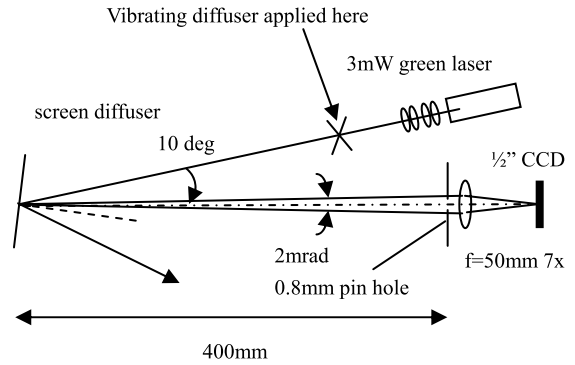


Fig. 3 Speckle measurement system layout.

われわれは、Fig. 3 に示す拡散反射型スクリーンを用いたスペックル測定器を試作した。その理由は、反射型のほうが、スペキュラー反射成分の分離と、表面散乱反射だけを用いるようにすれば、透過光の体積散乱の分離が容易であることをあげられる。

Westheimer の実験によれば<sup>2)</sup>、ヒトの目の瞳径が 3 mm のとき、その線像強度分布は、 $\alpha$  を、分を単位とする視野角とすると、 $I_c(\alpha) = 0.47 \exp[-3.3\alpha^2] + 0.53 \exp[0.093|\alpha|]$  で近似され、軸対称性を仮定すると、ヒトの目の網膜上点像強度分布は、 $s$  を、分を単位とする角半径とすると、 $\bar{P}_c(s) = 0.48 \exp[-3.3s^2] + 0.16K_0[-0.093s]$  である。ここに  $K_0$  は第 2 種の変形ベッセル関数である<sup>2)</sup>。

$r$  をスクリーン上動径座標、 $z_c$  をスクリーン距離とすると、 $s \rightarrow 3438r/z_c$  と変換して、ヒトの目の解像セルに相当するスクリーン上点像強度分布を求めると、テキスト<sup>2)</sup> には誤植があるが、正しくは  $P_c(r) = 0.48 \exp[-3.9 \times 10^7 r^2/z_c^2] + 0.16K_0[3.2 \times 10^3 r]$  となり、これより規格化した点像強度分布の面積の逆数の二乗  $1/A_c^2$  を計算すると

$$\iint p_c^2(x, y) dx dy / \left( \iint p_c(x, y) dx dy \right)^2 = 1.69 \times 10^7 z_c^2$$

である。一方、スクリーン距離  $z_p$  にある開口径  $D$  のプロジェクションレンズのスクリーン上点像強度分布の体積は  $1.27\lambda^2 z_p^2/D^2$  である。このとき、空間多重度は  $K = 1/1.69 \times 10^7 z_c^2 / 1.27 (\lambda z_p/D)^2 = 4.65 \times 10^{-7} (D z_p/\lambda z_c)^2$  と計算される<sup>2)</sup>。いま、瞳と等スクリーン距離にある測定系のピンホールを  $D_m$  とすると、結像光学系におけるスペックルコントラスト評価式は、照明系の開口数  $NA_{im} = D/2z_p > NA_{im} = D_m/z_c$  の条件のもとに  $C = 1/\sqrt{K} = NA_{im}/NA_{im}$  と書けるから<sup>2)</sup> (ただし、対応するテキスト<sup>2)</sup> 式 (5-122) には誤植がある)、これらを空間多重度  $K$  について等値して、ヒトの目の解像能力に相当する測定系のピンホール径として  $D_m = 1470\lambda = 0.78 \text{ mm}$  ( $\lambda = 0.532 \mu\text{m}$  における) を得る。

このピンホールの直径をドリルビット入手可能な 0.8

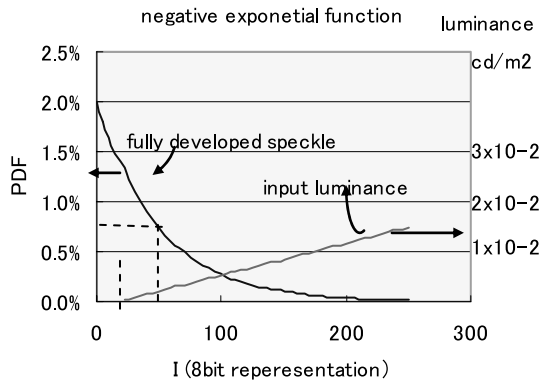


Fig. 4 Negative exponential type speckle intensity distribution as a function and CCD output in 8 bit representation and corresponding input luminance value.

mm に選ぶとき、物体側の開口数  $NA = 0.001$  から、 $A_k = 1/\pi (\lambda/NA)^2 = 90090 \mu\text{m}^2$  となり、たとえばスクリーン表面粗さの自己相関長が  $r_c = 20 \mu\text{m}$  のとき  $N_0 = A_k/\pi r_c^2 = 72$  である。このときスクリーン拡散面の表面粗さを  $\sigma_h = \lambda/4$  と仮定すると、Fig. 2 より FDS を発生させる必要条件を十分満たすことがわかる。

### 3.2 イメージセンサー

#### 3.2.1 センサー感度

式 (2) における負指数関数型光強度分布は  $I=0$  で最大の確率密度を与えるから、スペックルコントラスト測定器には、本来、高感度のイメージセンサーが必要で、われわれは、天体観測用高感度 CCD カメラ (WAT-120N+, WATEC 社) を使用した。このカメラには 1/2 型 CCD ICX-418AL (ソニー) が搭載されている。Fig. 4 は NTSC ビデオ信号の 128 フレーム分に相当する約 4.26 秒の露光時間におけるこのカメラの感度を示しており、カメラは焦点距離  $f=50 \text{ mm}$  の対物レンズと 0.8 mm のピンホールを介して自作二重積分球方式標準光源<sup>7)</sup> に固定されている。標準光源輝度  $2 \times 10^{-4} \text{ cd/m}^2$  に相当する、0~255 digit (8 ビット表示グレイスケール) における 22 digit がこの CCD の室温における平均暗電流レベルで、それ以上で良好な直線性をもった感度直線が得られる。したがって、スペックル光強度の平均値がおおむね 50 digit のとき、255 digit までの範囲で FDS の負指数関数型の光強度分布を測定することができる。

#### 3.2.2 スペックルコントラスト測定のカメラ側装置限界

いま、像面座標を  $x, y$  とするとき、 $\mu_A$  をレンズの点像強度分布でその大きさを評価される複素相関係数、 $D(x, y)$  をセンサーの感度分布関数として

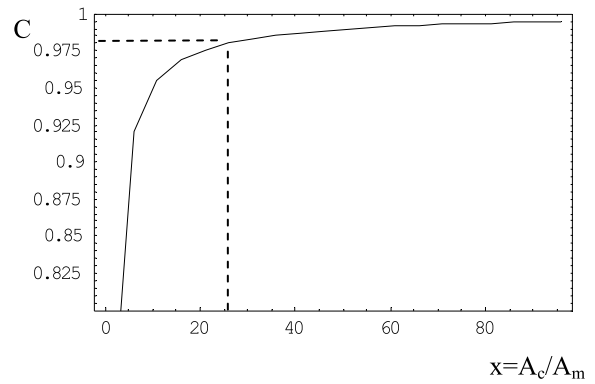


Fig. 5 Speckle contrast  $C(x)$  as a function of  $x=A_c/A_m$ . Given pin hole diameter of 0.8 mm,  $x=26$ .

$$A_c = \iint_{-\infty}^{\infty} |\mu_A(\Delta x, \Delta y)|^2 d\Delta x d\Delta y,$$

$$A_m = \left( \iint_{-\infty}^{\infty} D(x, y) dx dy \right)^2 / \iint_{-\infty}^{\infty} D^2(x, y) dx dy \quad (10)$$

を定義する。本測定系の倍率は 7 倍であるから、 $A_k = 90090 \mu\text{m}^2$  より  $A_c = 1838 \mu\text{m}^2$ 、一方、ICX-418 の画素サイズは  $8.4 \times 9.8 \mu\text{m}^2$  で、開口率 0.86 として有効感度面積は  $A_m = 70.8 \mu\text{m}^2$  である。 $x = A_c/A_m$  とおき、矩形光検出器とガウス型光強度分布を仮定して得た評価式<sup>2)</sup>

$$C = \sqrt{x} \text{Erf}(\sqrt{\pi/x}) - x/\pi [1 - \exp(-\pi/x)] \quad (11)$$

に代入すると、計測可能なコントラストの上限は  $C=0.98$  になり、直径 0.8 mm ピンホール径と焦点距離 50 mm のレンズを用いたとき、実質的に FDS で発生するコントラスト  $C=1$  を、ICX-418 で測定できることがわかる。ここに  $\text{Erf}(\ )$  は誤差積分関数である (Fig. 5)。

### 3.3 拡散板スクリーンの評価と考察

この測定器が実質的に FDS を検出できるか確認するため、スクリーン拡散板にモルフォ蝶標本の羽を用いた。部分的ではあるが、その鱗粉が、表面粗さの推定 rms 値で、使用レーザー波長  $\lambda = 0.532 \mu\text{m}$  における  $\sigma_h = 0.25\lambda$  に近く<sup>8)</sup>、その自己相関長が  $2 \mu\text{m}$  以上あれば、ピンホール径が 0.8 mm のとき  $N_0 < 10000$  になるから、Fig. 2 より十分 FDS を発生させることができるはずである。実際に、市販のモルフォ蝶標本を用いて、本測定器の測定限界である 98% のスペックルコントラストを確認した (Fig. 6)。

テフロン (polytetrafluoroethylene, PTFE) ベース拡散シートやフロストガラス拡散板 (シグマ光機, #1000) の表面粗さを、表面粗さ計 (小坂研究所, SE-1200) で計測す

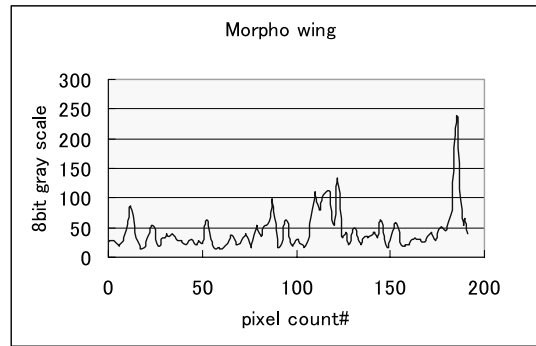
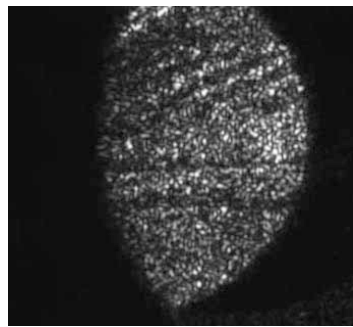


Fig. 6 Speckle pattern generated on Morpho butterfly wing and its intensity distribution.

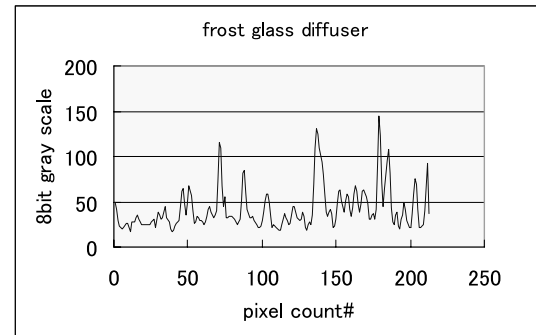
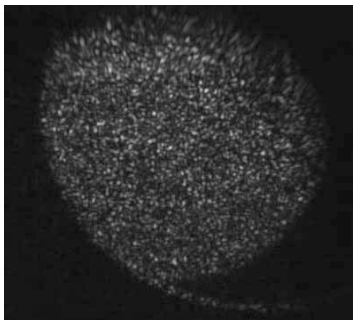


Fig. 7 Speckle pattern generated on a frost glass diffuser and its intensity distribution.

ると、JIS B 0601:2001 の表記で<sup>9)</sup>、おのおの、表面粗さの絶対値の算術平均 ( $R_a$ ) で  $8.67 \mu\text{m}$  と  $0.37 \mu\text{m}$ 、平均ゼロクロス間隔 ( $S_m$ ) で  $126 \mu\text{m}$  と  $40 \mu\text{m}$  であった。ここで  $R_a$  は表面粗さの rms 値を近似する。また、ゼロクロス発生間隔がポアソン分布にしたがうとすると、平均ゼロクロス間隔は自己相関長の 2 倍である<sup>10)</sup>。したがって、これらの拡散板をスクリーンに使うとき、いずれもが表面粗さパラメータの必要条件を満たしているにもかかわらず、PTFE 拡散シートでは FDS を発生させるのは難しく、一方、フロストガラス拡散板では 93% のスペックルコントラストが測定された (Fig. 7)。

この差異が生じる原因を考察すると、PTFE 拡散シートの表面は透過性を持ち、一部、内部に入った光が体積散乱され、表面反射光の背景光となっており、この背景光は偏光解消を受けていることが偏光子の挿入で確認できたので、偏光多重効果の結果、表面散乱光のスペックルコントラストを下げていると考えられる。一方、フロストガラス拡散板も透過性があるが、内部散乱はほとんどなく、裏面研磨面より出射される透過光を吸収させるとき、モルフォの羽のように表面散乱波のみでスペックルを発生させることのできるためと考えられる。なお、このフロストガラス拡散板のスペックル発生を安定にするには、拡散面が吸湿し

てその拡散特性が変化しないように、脱脂洗浄、真空乾燥後、蝶標本のように、両面ガラス窓をもったケースの中に除湿剤とともに封入したほうがよい。

#### 4. 振動型スペックル低減デバイス

##### 4.1 振動型スペックル低減デバイスの試作

上記の高感度スペックルコントラスト測定器は、スペックル低減デバイスの開発に不可欠である。一般に測定可能なスペックルコントラストの下限は、イメージセンサーの画素単位の感度ばらつきや、暗電流ショット雑音等で制限されるから、高感度でないと正確な低減効果の計測が困難になる。われわれは、板厚  $0.5 \text{ mm}$  の黒色ポリ塩化ビニル (polyvinyl chloride, PVC) シートから、Fig. 8 に示す頂角  $90^\circ$  のコーニックフラスタ<sup>11)</sup> を加熱成型し、その開口に、直径  $30 \text{ mm}$ 、厚さ  $2 \text{ mm}$ 、質量  $4 \text{ g}$  のフロストガラス拡散板を接着した振動拡散板ユニットを作製し、スペックル測定器 (Fig. 3) のレーザー光源とスクリーン拡散板の間に配置した。

このコーニックフラスタは、その側壁に振動モーターが接着された拡散板の弾性支持体として機能する。コーニックフラスタの任意断面の外径を  $2R$ 、内径を  $2r$  とするとき、その断面二次モーメントは  $I_y = \pi(R^4 - r^4)/4$  で、これ

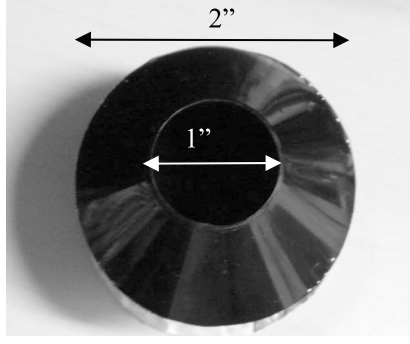
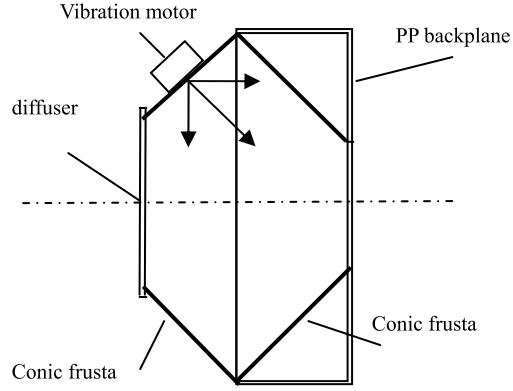


Fig. 8 Conic frusta and vibration diffuser unit.



に乗せられる PVC のヤング率が 2.4 GPa, また密度が  $1.4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  であることを知って, レイリー・リッツの変分法より, フロストガラス拡散板を負荷とする横振動モードの固有周波数は, 100 Hz と算出される<sup>12)</sup>. この振動モーター (シコー技研, C1034) に 2.5 V の直流電圧を印加したとき, 振動拡散板ユニット側壁の振動周波数は 100 Hz, 振動計 (昭和測器 Model-1607, 圧電加速度センサー Model-2354A) によれば, 振動の片振幅は  $60 \mu\text{m}$  で, その光軸垂直方向射影成分  $40 \mu\text{m}$  は前述のフロストガラス拡散板の表面粗さの平均ゼロクロス間隔  $40 \mu\text{m}$  に一致する. この片振幅でフロストガラス拡散板を振動させて PTFE 拡散スクリーンないしは前述の密封したフロストガラス拡散スクリーンを照射し, スクリーン上で発生するスペックルコントラストを測定すると, Fig. 9 に示すように拡散板を振動させていない状態でのスペックルコントラストは両者で異なるが, 振動後にはいずれも約 10 分の 1 に, スペックルコントラストが低減した.

#### 4.2 振動型拡散板と移動型拡散板のスペックル低減効果の解析

振動モードでは拡散板の変位は周期的に時間変化し, 最大振幅での変位の確率密度が最大である. 駆動波形が単一周波数の正弦波であると仮定して, 振動拡散板のスペックル低減効果を移動拡散板の低減効果と比較しよう.

まず, 速度  $v$  の移動拡散板によるスペックルの時間平均は, 移動拡散板と拡散スクリーンの表面粗さ  $\sigma_d, \sigma_o$  を知って, 式 (5) と同様に計算される規格化自己相関関数

$$\begin{aligned} \langle \exp[j(\phi_{o1} - \phi_{o2})] \rangle &= \exp[-\sigma_o^2(1 - \mu_o(\Delta\alpha, \Delta\beta))], \\ \langle \exp[j(\phi_{d1} - \phi_{d2})] \rangle &= \exp[-\sigma_d^2(1 - \mu_d(\Delta\alpha - v\tau, \Delta\beta))] \end{aligned} \quad (12)$$

の積を用いた, 波動場の時間的自己相関関数に対応する自己共分散関数

$$\begin{aligned} C_A(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_c(\Delta\alpha, \Delta\beta) [\exp(\sigma_o^2 e^{-(\Delta\alpha^2 + \Delta\beta^2)/r_o^2}) - 1] \\ &\quad [\exp(\sigma_d^2 e^{-[(\Delta\alpha - v\tau)^2 + \Delta\beta^2]/r_o^2}) - 1] d\Delta\alpha d\Delta\beta \end{aligned} \quad (13)$$

を規格化し, その絶対値の二乗の期待値を適当な積分窓関数を用いて積分計算することによって得られる<sup>2)</sup>. ここで  $\alpha, \beta$  はスクリーン座標で, また  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2, \Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$ .  $K_c(\Delta\alpha, \Delta\beta)$  は点像強度分布の自己相関関数であり, 通常, 積分記号の中の他の 2 項の自己相関関数のひろがりに比べずっと大きいので  $K_c(\Delta\alpha, \Delta\beta) = K_c(0, 0) = 1$  としてよい. 移動拡散板の場合, 積分窓関数は一様で,  $T$  を積分時間とすると, 時間軸, 空間軸上で

$$P_T(t) = \text{rect}[(t - T/2)/T], \quad P_x(x) = \text{rect}[x/vT] \quad (14)$$

であるから,  $|\mu_A(\tau)|^2 = |C_A(\tau)/C_A(0)|^2$  の積分に関しては,  $K_T(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} P_T(t)P_T(t-\tau) dt = T - \tau$  が窓関数になって, 時間軸上で独立な拡散板の実現数の期待値 (時間的多重度)  $M$  は,

$$1/M = \int_{-\infty}^{\infty} K_T(\tau) |\mu_A(\tau)|^2 d\tau / \left( \int_{-\infty}^{\infty} P_T(\tau) d\tau \right)^2 \quad (15)$$

のように計算される. これより平均コントラスト  $C$  は

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{\frac{1}{M}} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^T \Lambda(\tau) |\mu_A(\tau)|^2 d\tau}, \\ \Lambda(\tau) &= \begin{cases} 1 - |\tau/T| & 0 \leq \tau \leq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

のように, Fig. 10 に示す  $\Lambda$  関数型の時間積分窓関数によって計算されることになり, 平均コントラスト  $C$  の  $vT/r_o$  の関数としての減衰特性が,  $C < 0.2$  で減少が緩やかになるのは, この  $\Lambda$  関数型の窓関数に起因する.

ところで, 振動拡散板の場合, 式 (13) の自己共分散関数  $C_A$  を本来の変位  $\xi$  の関数とみて,  $\mu_A(x) = C_A(x)/C_A(0)$  か

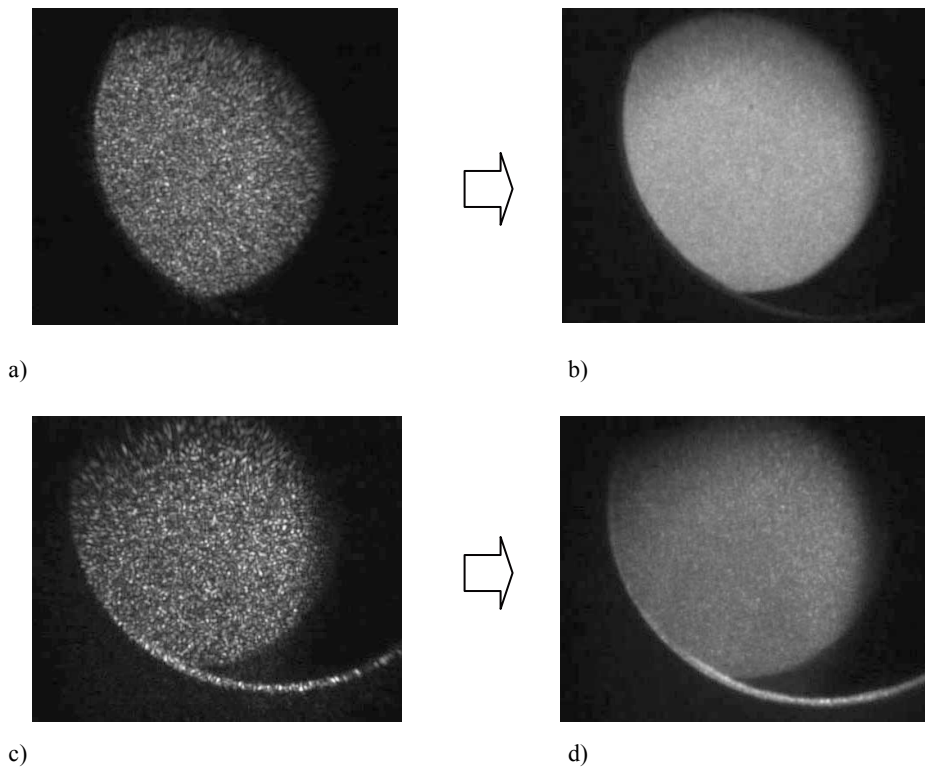


Fig. 9 Speckle contrast reduction by vibrating a diffuser. On PTFE diffuser screen, a)  $C=48\%$  at 0 V applied voltage, b)  $C=4.9\%$ , at 2.5 V applied voltage; on frost glass diffuser screen, c)  $C=88\%$ , at 0 V applied voltage, d)  $C=7\%$ , at 2.5 V applied voltage to a vibration motor, respectively.

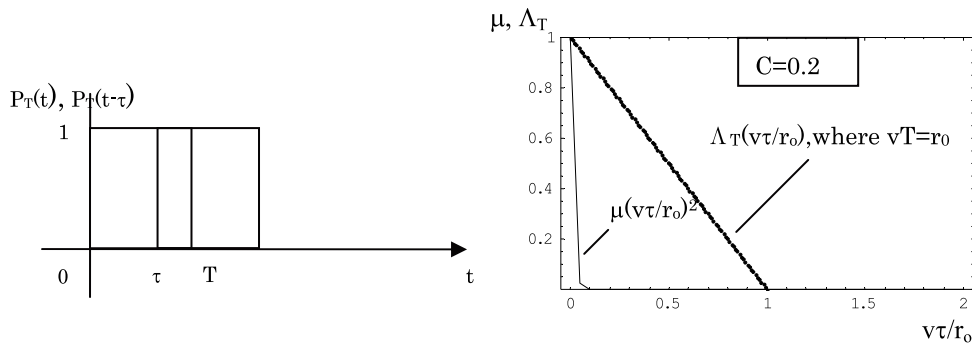


Fig. 10 Uniform integration windows  $P_T(t)$  and  $P_T(t-\tau)$  for a moving diffuser to calculate its autocorrelation function  $\Lambda_T(\tau)$ , (Left); plots of normalized autocovariance function  $\mu(v\tau/r_0)^2$  and temporal integration window weighting function  $\Lambda_T(v\tau/r_0)$  with regard to normalized distance of diffuser motion  $v\tau/r_0$ , where  $\sigma_0=10\pi$  assumed. (Right).

つ  $K_x(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} P_x(x)P_x(x-\xi) dx$  とおくと、スペックルコントラストは

$$C = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} K_x(\xi) |\mu_A(\xi)|^2 d\xi} / \left( \int_{-\infty}^{\infty} P_x(x) dx \right)^2 \quad (17)$$

から計算される。ここで  $P_x(x)$  は変位  $x$  に関する積分窓関数で、変位  $x$  に関する確率密度関数の意味をもっている。いま、単一周波数で単位の振幅で正弦波駆動するとき、一

様分布する偏角  $u$  に関する確率密度関数

$$P_U(u) = \begin{cases} 1/\pi & |u| < \pi/2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

に対して、正弦波の変位は  $x = \sin u$  とおける。  $u = \sin^{-1} x$ ,  $du/dx = 1/\sqrt{1-x^2}$  より、変位  $x$  に関する確率密度関数は

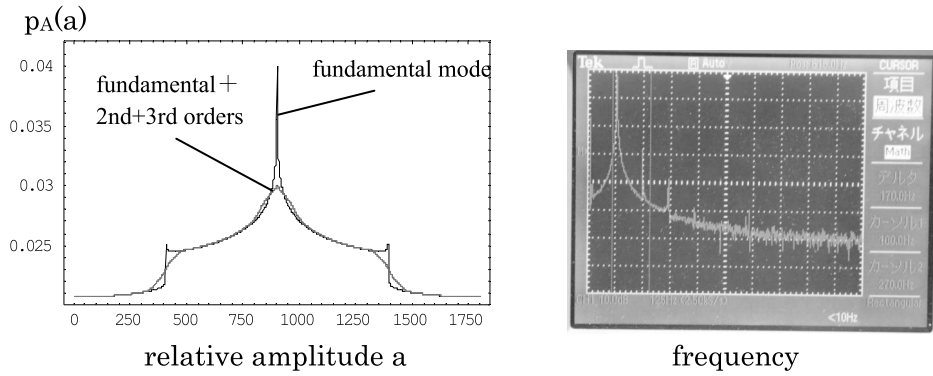


Fig. 11 Simulated autocorrelation function of probability density function for amplitude of vibrating diffuser under multimode oscillation and measured spectral density function of vibrating diffuser. (10 dB/div, 125 Hz/div)

$$P_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \left| \frac{du}{dx} \right| = \frac{1}{\pi \sqrt{1-x^2}} & -1 < x \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

と表すことができ<sup>13)</sup>, 回転拡散板とことなり最大振幅における変位の確率密度が最大である (Fig. 12 参照). その自己相関関数は

$$K_x(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} P_x(x) P_x(x-\xi) dx \\ = \frac{1}{\pi^2} \int_{\xi-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-(x-\xi)^2}} \quad (20)$$

で, ここで  $0 < \xi < 2$  とするとき,  $-1 < \xi - 1 < 1 < \xi + 1$  で, このうち  $\xi - 1 < x < 1$  で被積分関数は有限である. これを変形すると, 第1種の完全楕円積分  $F(\pi/2, m) = K(m) = K'(1-m)$  となる<sup>14)</sup>.

$$\pi^2 K_x(\xi) = F(\pi/2, 1 - (\xi/2)^2) \equiv K'((\xi/2)^2) \quad (21)$$

この自己相関関数  $K_x(\xi)$  は,  $p_1(x)$ ,  $p_2(x)$  を  $x = (\xi/2)^2$  ( $0 < x < 1$ ) に関する2次の多項式とする対数関数  $\pi^2 K_x(x) = p_1(x) - p_2(x) \ln x \rightarrow \frac{1}{2} \ln(16/x)$  ( $x \rightarrow 0$ ) により近似されるが<sup>15-17)</sup>,  $t = -\ln x$  ( $0 < t < \infty$ ) と変数変換すると,  $dt/d\xi = -2/\xi$  より, これを窓関数にする偶関数  $|\mu_A(\xi)|^2$  の空間積分  $J$  は, 式 (22) の第1式のようにラプラス変換型の定積分に帰着し<sup>14)</sup>,

$$J = \int_0^{\infty} |\mu_A(e^{-t})|^2 [p_1(e^{-t}) + t p_2(e^{-t})] e^{-t/2} dt \\ \int_0^{\infty} t^\alpha e^{-at} dt = \frac{\Gamma(1+\alpha)}{a^{1+\alpha}} \quad \alpha > -1, a > 0 \quad (22)$$

式 (22) の第2式, オイラーの第2積分が  $\alpha > -1$  で  $\Gamma$  関数に収束することから,  $J$  は有限となる. したがって, この  $J$  を  $K_x(0) = \infty$  で規格化して得られる平均スペクルコントラスト  $C$  は無限小になるはずである (変位に関して独立な拡散板の実現数の期待値  $M$  は無限大になる). 実験結果が有限値にとどまるのは, 励起振動が単一周波数でないとき Fig. 11 のシミュレーションが示すような完全楕円積分の頂点が有限になるためであるという説明が考えられる<sup>18)</sup>. 拡散板の振動スペクトルの測定例では, 約 100 Hz の基本周波数 (0 dB) と弾性支持体材料 PVC による減衰特性 ( $Q \sim 200$  であるから, その影響は少ない<sup>19)</sup>), および -30 dB, -40 dB の高調波成分が確認される.

たとえば,  $K_x(\xi)$  を  $0 \leq \xi \leq \varepsilon = \exp(-10 \pi^2) \ll 1$  で平坦化した自己相関関数で近似すると, これを  $K_x(\varepsilon) = 5.14$  で規格化して自己相関係数とし, 平均スペクルコントラスト 10% が算出される空間平均窓関数を Fig. 12 にしめす. ここに  $\sigma_0 = 0.34 \lambda = 1.36 \pi$ . これを移動拡散板の  $\Lambda$  関数型時間平均窓関数と比較すると, 振動拡散板の第1種の完全楕円積分に近似する空間平均窓関数が急峻な減衰特性をもつことが理解される.

さらに平均スペクルコントラストの計算に関する式 (15) における時間多重度  $M$  に対応して, 空間的多重度  $K$  が存在し, ここに  $M \geq 1$ ,  $K \geq 1$ , 総合平均スペクルコントラストは,

$$C = \sqrt{(M+K \pm 1)/KM}, \quad C_t = \sqrt{1/M}, \quad C_s = \sqrt{1/K} \quad (23)$$

になる<sup>2)</sup>. ここで第1式の復号の正は, 拡散光束が投影レンズに対して overfill の場合で, 負は underfill の場合. したがって,  $M \gg 1$  の極限においては,  $C = \sqrt{1/K} = C_s$  となつて, 総合平均スペクルコントラストは空間的多重度  $K$  に



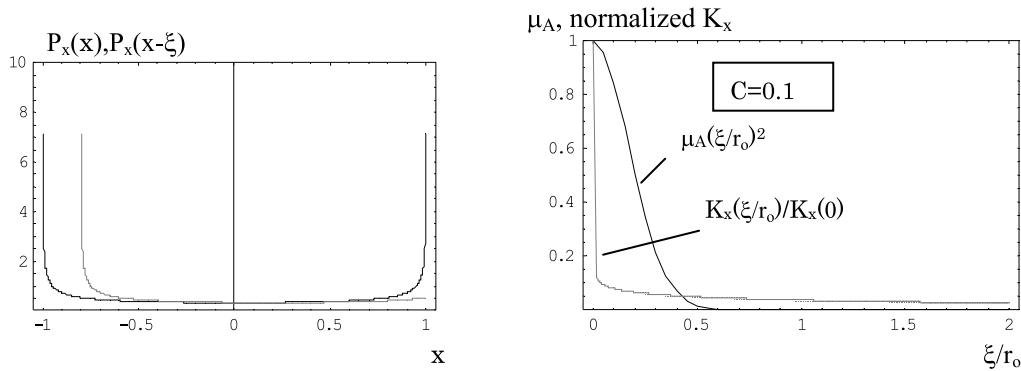


Fig. 12 Non-uniform integration windows  $P_x(x)$  and  $P_x(x-\xi)$  for a vibrating diffuser to calculate its auto-correlation function  $K_x(\xi)$ , (Left); plots of normalized autocovariance function  $\mu(\xi/r_0)^2$  and spatial integration window weighting function  $K_x(\xi/r_0)/K_x(0)$  with regard to normalized amplitude of diffuser vibration  $\xi/r_0$ , where  $\sigma_0=1.36\pi$  assumed. (Right).

よる平均スペックルコントラスト  $C_s$  を下限値にもつから、実験値が有限になるとする解釈がより合理的である (Prof. Joseph Goodman の私信による)。なお、この  $C_s$  を小さくするには、一般に、スクリーン上の 1 点から拡散板を投影するレンズ開口を見込む角を極力大きくする。本例では、この見込み角できまるレンズの開口数  $NA=12.5/250=0.05$  より計算される点像強度分布の面積  $A_k=1/\pi(\lambda/NA)^2=36\mu\text{m}^2$  と、振動拡散板の表面粗さの自己相関長できまるスクリーン上波動場の自己相関長  $r_c$  を  $35\mu\text{m}$  と推定したときのコヒーレンス面積  $A_a=\pi r_c^2=3848\mu\text{m}^2$  から、空間的多重度は  $K=A_a/A_k=110$  で近似され、これより平均スペックルコントラストは  $C=C_s=0.1$ 。一方、振動拡散板が静止した状態では  $M=1$  で、かつ underfill の場合、 $C=\sqrt{(1+K-1)/K}=1$  になるから、両者の比は 1:10 となり、実験結果としての振動拡散板のスペックル低減率 10 分の 1 を説明するモデルを導くことができる。

## 5. ま と め

ヒトの目でみたとき、観測するスペックルのコントラストを忠実に測定できる、超高感度 CCD カメラと 0.8 mm 径ピンホールを用いた反射型スペックル測定器を開発し、理想的な表面粗さパラメーターを有するモルフォ蝶の羽を拡散スクリーンにし、その表面散乱波のみでスペックルを発生させたとき、実質的に 100% のスペックルコントラストを測定することができた。

この測定器のレーザー照明光学系に、透過拡散板を PVC 製コーニックフラスタ弾性支持体に接着して挿入し、弾性支持体側壁を周波数 100 Hz で、拡散板の表面粗さの平均ゼロクロス間隔にほぼ一致する片振幅  $40\mu\text{m}$  で光軸垂直方向に加振したとき、PTFE ベース反射拡散スクリーンとフ

ロストガラス拡散板スクリーン上のスペックルコントラストが、振動前の 10 分の 1 に低減することを見いだした。

回転拡散板のような定速移動拡散板も、振動拡散板もスペックルパターンの時間平均ないしは変位方向空間平均によってそのコントラストを低減させる効果をもつが、前者は時間平均窓関数が  $\Lambda$  関数型の減衰をするのに対して、後者は変位方向空間平均窓関数が、第 1 種の完全楕円積分型の減衰をするから、後者の減衰特性が一般により急峻である。

## 文 献

- 1) 久保田重夫：“レーザーディスプレイの最大の課題—スペックル雑音について—”，第 1 回レーザーディスプレイ技術研究会講演予稿集 (2008) p.9.
- 2) J. W. Goodman: *Speckle Phenomena in Optics* (Roberts & Company, Greenwood Village, CO, 2006).
- 3) 久保田重夫：“レーザーディスプレイにおけるスペックル”，レーザーエキスポ 2009, 併設レーザー技術特別セミナー資料, レーザーディスプレイの最新話題 (2009).
- 4) 久保田重夫：“ディスプレイ用レーザー光源の課題と結晶工学への期待”，応用物理学会第 130 回結晶工学分科会研究会 (2009) pp. 3-6.
- 5) 久保田重夫：“スペックル雑音の測定法と低減法”，O plus E, 5 月号 (2009) 522-524.
- 6) H. Fujii and T. Asakura: “Effect of surface roughness on the statistical distribution of image speckle intensity,” *Opt. Commun.*, **11** (1975) 35-38.
- 7) S. Kubota, T. Matsumoto and T. Shimura: “An integrating sphere system to realize very-low-luminance reference light sources,” *IDW'08 Proc.*, **3** (2008) 2115.
- 8) 木下修一：“モルフォチョウの碧い輝き—光と色の不思議に迫る— (化学同人, 2005).
- 9) JIS B 0601:2001 “製品の幾何特性仕様—表面性状：輪郭曲線方式—用語，定義および表面性状パラメータ”
- 10) J. M. Elson and J. M. Bennett: “Relation between the angular dependence of scattering and the statistical properties of optical surface,” *J. Opt. Soc. Am.*, **69** (1979) 31-47.
- 11) P. A. Boynton and E. F. Kelley: “NIST Stray Light Elimination

- Tube Prototype,” National Institute of Standards and Technology Interagency Report 6861, March 2002.
- 12) W. T. Thomson: *Theory of Vibration with Applications* (Reprinted by Nelson Thornes, Cheltenham, UK, 2001).
  - 13) J. W. Goodman: *Statistical Optics, Wiley Series in Pure and Applied Optics* (Wiley, New York, 1985).
  - 14) 森口繁一, 宇田川銈久, 一松 信: 数学公式 I, II, III (岩波書店 1956, 1957, 1960).
  - 15) M. Abramowitz and I. A. Stegun eds.: *Handbook of Mathematical Functions* (Dover, New York, 1985).
  - 16) C. Hastings, Jr., J. T. Hayward and J. P. Wong, Jr.: *Approximations for Digital Computers* (Princeton University Press, Princeton, 1955).
  - 17) D. Middleton: *An Introduction to Statistical Communication Theory* (IEEE Press, New York, 1996).
  - 18) L. Mandel: “Phenomenological theory of laser beam fluctuation and beam mixing,” *Phys. Rev.*, **138** (1965) B753–B762.
  - 19) D. Slepian: “Fluctuation of random noise power,” *Bell Syst. Tech. J.*, **37** (1958) 163.