光のアンダーソン局在の新しい展開

冨　田　　誠

Recent Developments in Anderson Localization of Light

Makoto TOMITA

Anderson localization predicts that waves placed in a random medium can no longer propagate freely, and thus become immobile. It is recognized that the localization is ubiquitous in waves since this effect originates from interference between multiple scattered waves. Anderson localization has been explored in various kinds of waves, including ultrasonic and matter waves. Recent developments in localization come against the backdrop of significant progress in the fabrication processes of photonic structures, such as photonic crystals and coupled resonator waveguides. In this article, fundamental aspects of the localization of light are explained, and recent progress made through experimental research is reviewed.

Key words: Anderson localization, random media, multiple scattering, slow light, coherent back scattering

波はどこにでも存在する．波は一様な，あるいは，完全に周期的な媒質中を自由に伝播している．しかし，系が乱れをもつとき，その伝播特性を著しく変化させる．ランダムな散乱を受けた波がもはや空間を自由に伝播することなく局在してしまう，アンダーソン局在の現象である．アンダーソン局在ははじめ，ランダムポテンシャル中での電気伝導について，電子局在の現象として議論されてきた[1-3]．その後，この現象には多重散乱された波動の干渉が本質的であることが明らかになると，物質波[4,5]，超音波[6]などさまざまな波動でも局在が観測されるようになった．光のアンダーソン局在についての議論は1980年代にさかのぼる[7-9]．最近，光の局在にかかわる実験が大きく進展しているが，この背景には，フォトニック結晶や結合共振器など，フォトニック構造の作製技術の飛躍的な進展がある．これらの構造では，理想的な完全構造が望まれるが，製造上の揺らぎが必ず存在し，それにともなった局在状態が発生する．特に，一次元，二次元系では，波動は必ず局在しており，揺らぎが光学素子にどのような影響を与えるかを理解することも重要であろう．

本稿では，はじめに光のアンダーソン局在の基本事項について解説し，光局在の最近の実験例を紹介しこの分野の進展について総説する．

1．局在状態と広がった状態

ランダム媒質中の光の伝播をスペクトル側面から考えるとき，重要なパラメーターは，無次元サウレス数 $\delta=\delta\nu/\Delta$ とよばれる量である．ここで，$\delta\nu$ は媒質中の光のモードのスペクトル幅，Δ は状態密度によって決まるモード間隔を表す．図1 (a) に示すように $\delta<1$ のときには，モードの幅がモード間隔よりも狭くなり，媒質を伝播するモードは離散的になる．このとき，大きさ L の立方体媒質をつなぎ合わせて $2L$ の媒質にすると，各立方体の周波数的に異なったモードが境界でうまく接続されない場合が起こる．隣接する2つのブロックのモードがともにスペクトル幅 $\delta\nu$ の中に存在し，両者が境界でうまく接続される確率は，$P_1=\delta\nu/\Delta$ と表すことができる．この確率で隣接ブロックまで波は広がる．さらに，同様に，波が n 個先のブロックを乗り移っていく確率は，

$$P_n=(\delta\nu/\Delta)^n=\exp[-n\log(\Delta/\delta\nu)] \qquad (1)$$

となる．したがって，式（1）に従って波の広がりは指数関数的に減少する．一方，図1 (b) で示す $\delta\nu>\Delta$ では，波がブロックを乗り移っていく確率は1であり，波は広がった状態にある．

スケーリング理論は，少数の重要なパラメーターに基づいて，波動の伝播が局在した状態から広がった状態にどの

静岡大学創造科学技術大学院（〒422–8529 静岡市駿河区大谷836）　E-mail: spmtomi@ipc.shizuoka.ac.jp

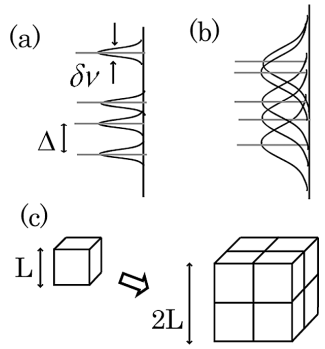


図1　モード間隔とモード幅の模式図．(a) 局在状態，(b) 広がった状態．縦軸方向は周波数（エネルギー）を表す．(c) 大きさが L の立方体をつなぎ合わせ $2L$ の立方体にスケールする模式図．

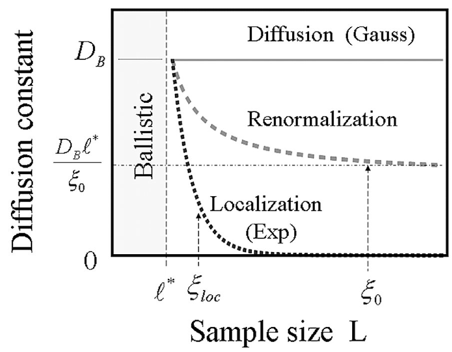


図2　ランダム媒質のサイズ L の関数としてみた拡散定数．実線（上）：散乱が弱い条件下．破線（中）：散乱が強い条件下，$L<\xi_0$ では $D_R(L)=D_B(\ell^*/L)$, $L>\xi_0$ では $D_R(L)=D_B(\ell^*/\xi_0)$．点線（下）：散乱がさらに強くなった局在状態．平均自由行程 ℓ^* よりも左側の領域はバリスティック伝播を表す．

ように移り変わっていくかを描写する理論である[2,3,10,11]．この理論は，もともと無次元化コンダクタンスを用いて電気伝導の言葉で記述されている．光の局在を議論するために一般化するには，局在パラメーターとして，先に導入した無次元サウレス数 δ を用いるとよい．スケーリング理論の要点は次のようにまとめられる．まず，波動の輸送現象に対して，媒質の次元 $d=1, 2, 3$ は非常に重要なパラメーターである．サイズが L^d の媒質を考える．この媒質から光が拡散によって散逸していく時間は $\tau_d \approx L^2D^{-1}$，ここで D は拡散定数，$D=\ell^*c/d$，ℓ^* は輸送平均自由行程，c は媒質中での波動の輸送速度である．この散逸時間からモード幅は $\delta\nu=\tau_d{}^{-1}\approx L^{-2}\ell^*c/d$ と見積もられる．一方，モード間隔は $\Delta=(\mathrm{d}N/\mathrm{d}\nu)^{-1}=L^{-d}/(\mathrm{d}n/\mathrm{d}\nu)$，ここで $\mathrm{d}n/\mathrm{d}\nu$ は状態密度である．これらより，サウレス数は $\delta=\delta\nu/\Delta\approx(\ell^*c/d)(\mathrm{d}n/\mathrm{d}\nu)L^{d-2}$ となる．この結果，$d<2$ 次元系では，媒質のサイズ L が大きくなると，$\delta<1$ であり，実験に用いる試料のサイズが大きくなると波動は必ず局在した状態にあることになる．

$d=3$ 次元系は，光の広がった状態と局在状態が共存している興味深い系である．散乱が弱い条件下では，光は拡散的に伝播する．そして，散乱が強くなりIoffe-Regelの条件[1-3,10,11]として知られる条件がみたされると，光が局在すると考えられている．ボルツマン描像での拡散定数 D_B は試料サイズ L に依存しない示強性の物理量である．一方，強い多重散乱媒質中では，2.3節で述べるmaximally crossed diagramによる干渉効果によって，拡散定数はもはや定数ではなく，試料の大きさに依存にした“示量性”の量 $D_R(L)\approx D_B(\ell^*/\xi)$，$\xi^{-1}=\xi_0{}^{-1}+L^{-1}$ になっている．ここで，ξ_0 はコヒーレンス長とよばれる量で，多重散乱によるコヒーレントな干渉効果が有効に働いている距離，という意味をもつ．自由に伝播している状態に散乱が加わり，局在が起こる臨界点に近づくと $\xi_0\to\infty$ となるが，実際の試料では，有限の大きさ L をもち，干渉距離が制限されている．このため，

$$D_R(L)\approx D_B(\ell^*/L) \quad (2)$$

となる．この様子は図2の破線で示されている．立方体の媒質を考えると，状態密度は $\mathrm{d}n/\mathrm{d}\nu=2k^2/(\pi c)$，$k=2\pi/\lambda$ となる．この状態密度と式（2）の拡散定数を用いると，$\delta=\delta\nu/\Delta\approx(\ell^*k)^2$ が得られる．$\delta=1$ の条件からは，平均自由行程が波長と同程度になると波は局在するという自由光子に対するIoffe-Regelの条件 $(\ell^*\approx\lambda)$ が導かれる．フォトニック結晶など周期的な構造をもった系では，バンド端近くの波数 k において，強いブラッグ反射が起こり定在波が作られる．この定在波の抱絡線は，G を逆格子ベクトルとして $q=k-(G/2)$ の変調を受けている．周期系で波の局在についてのIoffe-Regelの条件に対応する波長はこの変調波長 $\lambda_{\mathrm{envelope}}=2\pi/q(\gg\lambda)$ と考えられ，局在条件はゆるいものになる[7]．

2. アンダーソン局在の微視的メカニズム

2.1 バリスティック伝播と拡散伝播

多重散乱の効果を理論的に取り扱うには，グリーン関数を用いた摂動計算が行われる．光はそもそも電磁波であり，その古典的振る舞いはマクスウェル方程式によって記述される．しかし，平均自由行程を超えた光の強度は拡散方程式によってよく記述できる．自由空間での波動のグリーン関数を G_0，誘電率の揺らぎ $\varepsilon(r)$ による散乱を $V(r)$ と表すと，ランダム媒質中での波動伝播は

$$\begin{aligned} G&=G_0+G_0VG_0+G_0VG_0VG_0+G_0VG_0VG_0VG_0+\cdots \\ &=G_0+G_0TG_0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$T=V+VG_0V+VG_0VG_0V+\cdots \quad (4)$$

となる．T は散乱行列とよばれ，多重散乱の効果を V に関する高次の項として取り込んでいる．散乱体の空間配置に

ついての統計平均化操作を〈　〉で表現すると，$\langle G\rangle \equiv G_e$ は波動振幅（電場）の伝播を表す．平均自由行程を超えた光は，$\boldsymbol{k}$ ベクトルの向きを変え，位相情報を失い，$\langle G\rangle$ は平均行程程度で減衰しバリスティック伝播領域は終了する．一方，強度の輸送を考える場合には，(電場)^2 に対応してグリーン関数の積を求める必要がある．誘電率の空間構造を平均値として取り込む有効媒質の取り扱いでは，散乱は平均値からのずれとして取り扱われ，グリーン関数の積は

$$\langle G^+G^-\rangle = G_e^+G_e^- + G_e^+G_e^-\langle T'T'\rangle G_e^+G_e^-$$
$$T' \approx T - \langle T\rangle \qquad (5)$$

となる．ここで，$\langle T'T'\rangle$ はバーテックスとよばれる．

バーテックスを構成するダイヤグラムの中で最も主要なものは，図3 (a) に示す，はしご型ダイヤグラムである．このダイヤグラムでは，強度を作り出すために必要な2つのグリーン関数が，同じ散乱体を同じ順序で経由している．このとき，G^+ と $G^- = G^{+*}$ は複素共役の関係になり，散乱で受けるランダムな位相はキャンセルする．拡散方程式を得るためには，$\langle G^+G^-\rangle$ に対応する量（4点の統計関数）を散乱過程における保存則（ウォード恒等式）を考慮して計算する必要があるが，その結果は，拡散方程式の極をもった関係式が得られる[10]．波動が平均自由行程を超えると拡散的に伝播する現象は日常的にもなじみの多いものである．例えば，熱は，微視的にみた場合には波動としての本質をもっているが，巨視的にみると拡散的（熱伝導方程式）に伝播する．

2.2 拡散方程式

拡散近似は，ランダム媒質中での多様な光の伝播現象を解析するときに非常に有効な手段となる．また，光のアンダーソン局在をとらえる実験は拡散描像からの異常を観測することになる．そのため拡散方程式の基本的な振る舞いをみておこう．位置 $\boldsymbol{r}$，時刻 t での光密度を $n(\boldsymbol{r}, t)$ で表すと，拡散方程式の主要解は

$$n(r,t) = \frac{e^{-1/\tau_a}}{(4\pi Dt)^{d/2}}\exp[-r^2/(4Dt)] \qquad (6)$$

τ_a は光子の媒質内での吸収寿命である．吸収が無視できる場合を考えると，時刻 $t=0$ で点光源から発せられた光は，空間的にはガウス型の強度分布をもって広がり，その広がりは $\sqrt{4Dt}$ 程度になる．式（1）で示される局在状態での指数関数的な減衰 $\propto \exp(-r/\xi_{loc})$ は，拡散によるガウス型の光の分布関数と対比される重要な特徴である．厚さ L で，横方向に十分大きなスラブ状のランダム媒質を考えると，定常状態で観測される媒質の透過光強度は，

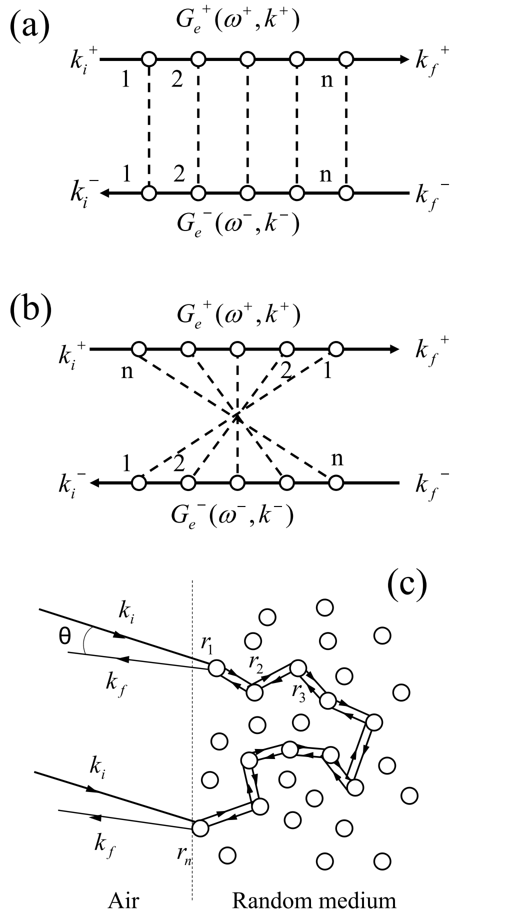


図3　(a) はしご型ダイヤグラムと (b) maximally crossed diagram．白丸は散乱体，破線で結ばれた散乱体は同一の散乱体を表す．右向き（上段），左向き（下段）矢印線は　時間推進（G^+）および遅延（G^-）グリーン関数を表す．(c) コヒーレント後方散乱ピークのメカニズム（実空間）．右側の領域がランダム媒質，左側は空気．$\boldsymbol{k}_i$ は入射光ベクトル，$\boldsymbol{k}_f$ は出射光ベクトル，$\boldsymbol{r}_i$ は i 番目の散乱体の位置を表す．

$$T(L) \approx \frac{\sinh(\ell^*/\sqrt{D\tau_a})}{\sinh(L/\sqrt{D\tau_a})} \rightarrow \frac{\ell^*}{L} \qquad (7)$$

となる．吸収が小さい場合 ($\sqrt{D\tau_a} \gg L, \ell^*$) には透過率 $T(L)$ は L^{-1} 依存性を示す．L^{-1} 依存性からずれて急速に透過率が減少することが局在の兆候となる．一方，実験上で注意が必要なのは，吸収が無視できない場合にも，式（7）は指数関数的な減衰を示す．したがって，実験結果から局在性を議論するときには吸収の影響を厳格に評価することが重要である．

2.3 Maximally crossed diagram とコヒーレント後方散乱

平均自由行程を超えた光の強度の輸送は，拡散近似によって有効に記述できる．しかし，この近似では，波動としての干渉効果は取り入れられていない．光の強度の輸送，特に局在に寄与する重要な干渉効果は，図3 (b) に示す maximally crossed diagram (MCD) である．このダイヤグラムでは，2つのグリーン関数は同じ散乱体を，しか

し時間的に逆向き順序で経由している．はしご型ダイヤグラムと同様に，散乱で受けるランダムな位相はキャンセルする．MCD の効果は，光の実験ではコヒーレント後方散乱ピークとして観測される[8-12]．コヒーレント後方散乱の現れる様子を図 3（c）に示す．図の $r_1(r_n)$ から入射した光は散乱を受けて同じ入射面の $r_n(r_1)$ から出射する．各散乱体による散乱は $\langle k|V|k'\rangle=\langle -k'|V|-k\rangle$ となり時間反転対称性がある．したがって，入射ベクトル k_i と出射ベクトル k_f が，

$$(k_\mathrm{f}+k_\mathrm{i})(r_n-r_1)\approx \ell^*\theta/\lambda<1 \qquad (8)$$

の条件を満たすとき，時間反転した散乱経路は光路長が等しく，強めあう干渉を起こす．このとき，後方散乱強度はちょうど 2 倍だけ強くなる．このため，MCD の効果は，出発点への戻り光を強くし，光の拡散を抑えることを意味する．そして，この重要な干渉効果は，光のアンダーソン局在の微視的なメカニズムと考えられている．バーテックスにおける MCD の効果は，拡散定数に繰り込まれ，式（2）の関係が再び導き出される[10]．すなわち，試料サイズ L が増すにしたがって再帰する経路数が増加し，拡散定数は小さくなっていく．ここでの拡散定数はもはや示強性の物理量（定数）D_B ではなく，式（2）で表される示量性の物理量 $D_\mathrm{R}(L)$ になっている．$d=1, 2$ 次元で局在が起こりやすい理由は，低次元系では光の伝播経路の自由度が小さく，ランダムウォークをする光子が出発点に再帰する確率が高いためである．このため MCD の影響を受けやすい．

3. 横方向の局在

最近のアンダーソン局在の実験に重要な展開を与えたひとつの要素として，横方向局在といわれる現象がある[13]．これは，波動方程式に基づいた時間発展を，光の進行方向に置き換えて観測する手法である．スカラー波におけるヘルムホルツ型方程式を考える．

$$[\nabla^2+k^2n^2(x,y)]\phi(x,y,x)=0 \qquad (9)$$

ここで，屈折率分布 $n(x,y)$ は z に依存せず，x, y のみに依存する系を考えていることが重要である．$\phi(x,y,x)=\varphi(x,y,z)\exp(-\mathrm{i}kn_0z)$，$n_0{}^2=\langle n(x,y)^2\rangle$ とおき，式（9）に代入し，slowly varying envelope 条件，すなわち z 軸方向に波長程度の距離を進んでも抱落線が大きくは変化しない，という条件下で z についての二階微分項は無視すると，

$$2\mathrm{i}kn_0\frac{\partial}{\partial z}\varphi(x,y,x)=\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)+V(x,y)\right]\varphi(x,y,x)$$
$$V(x,y)=k^2[n^2(x,y)-n_0{}^2] \qquad (10)$$

となる．この式は，$z\to t$，$2kn_0\to\hbar$ とみなすと二次元のシュレーディンガー方程式に対応し，z 軸方向に伝播する波動の横方向 (x,y) での発展は，時間発展する波動をエミュレートしていることになる．この横方向光学系では，波動現象を引き起こす波長は x, y 面内での波長 $\lambda_\perp(\gg\lambda_0)$ である．この方法では波長オーダーの空間構造を作り出す困難さが軽減され，また，強い散乱も作り出すことができる．表 1（C），（F）はこのような系である．

4. 光が局在する媒質

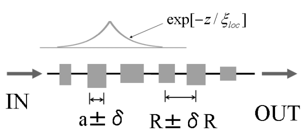
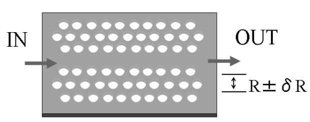
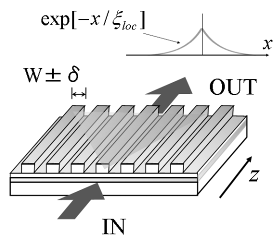
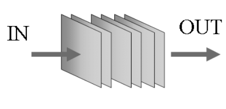
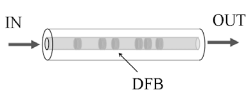
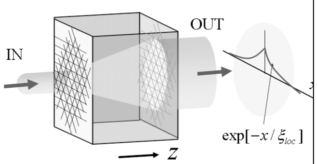
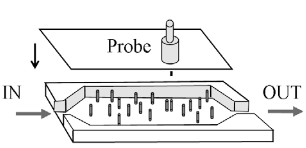
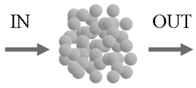
4.1 一 次 元 系

$d=1, 2$ 次元系ではわずかなランダム性によっても光は局在する．しかし，局在長 ξ_loc は散乱の強さに依存し，実験に用いる試料サイズが局在長に比べて十分に大きいこと $(L\gg\xi_0)$ が，局在の効果を観測するために必要である．表 1 に光の局在に関していくつかの実験報告例をまとめた．

一次元系でのアンダーソン局在が観測されている例として，結合共振器型導波路やフォトニック結晶に現れる著しく小さい群速度 v_g，いわゆる「遅い光」のアンダーソン局在があげられる[14]．結合共振器とは，微小共振器を近接場光や導波路で結合した系で，CROW（coupled resonator optical waveguide）と称されることもある[15,16]．表 1（A）に示す結合共振器では，SOI（silicon on insulator）基盤の上に，大きさが $a=1.5\ \mu\mathrm{m}\times1.5\ \mu\mathrm{m}$ の立方体マイクロ共振器が $R=2.75\ \mu\mathrm{m}$ の間隔で $N=100$ 個配置されている[14]．共振器は導波路を介して結合し，バンド構造を形成している．完全に同一特性をもった理想的な共振器の鎖では明確なバンド端が存在し，バント端では $v_\mathrm{g}=0$ となる．共振器のサイズに揺らぎを与えると，バンド端はぼやけ，ギャップ中に状態密度の裾が現れる．バンド端近くの状態は揺らぎによる散乱を受け，局在が起こりやすい．ナイフエッジ法によって，導波路に沿って光の空間分布が観測されている．局在長は，揺らぎの大きさに依存しており，最短で $\xi_\mathrm{loc}=6$ ユニットセル（17 μm）である．

一次元フォトニック結晶導波路（表 1（B））でも同様な実験が報告されている[17]．フォトニック結晶導波路では実用的な必要性から，結晶の不完全性による散乱過程が詳しく研究されている．その結果によると導波路中の後方散乱は $v_\mathrm{g}{}^{-2}$ に比例して増大する．すなわちバンド端での v_g の小さなモードは強く後方散乱を受け，コヒーレントな干渉効果を起こし，これがアンダーソン局在を引き起こす可能性がある．文献 17 ではバンド端近くに非常に狭帯域のスペクトル構造が観測され，局在との可能性が議論されている[17]．このスペクトル構造については，散乱の強さが十分

表1　光が局在する系.

	実験系	観測量等	文献
一次元	(A)結合共振器導波路(CROW) 	·空間パターン ·遅い光 ·1.5μm帯	14
一次元	(B)フォトニック結晶導波路 	·狭スペクトル ·遅い光 ·1.5μm帯	17 18
一次元	(C)並列GaAs導波路 	·横方向局在 ·空間パターン ·アンダーソン　モデル ·光学非線形性 ·1.5μm帯	19 20
一次元	(D)積層膜 	·透過率 ·ネックレス状態 ·1→2次元性 ·1.5μm帯など	21 22
一次元	(E)Fiber ＋Bragg grating 	·透過率 ·1.5μm帯	23
二次元	(F)フォトリフラクティブ結晶+スッペクルパターン 	·横方向局在 ·空間パターン ·光学非線形性	26
二次元	(G)導波路＋柱状散乱体 	·空間パターン ·モードの選択励起 ·マイクロ波 ·開放系	27 28
三次元	(H)粉末、逆オパール構造 	·透過率 ·TOF ·繰り込み $D_R(L)$ ·時間依存 $D_R(t)$	29 30 31 33
光以外	物質波 超音波 弦振動　など		4，5 6

ではなく局在以外の効果である可能性も指摘されている[18].

横方向局在に対応する実験としてGaAs基板上にパターン化した一次元格子状の導波路（幅 $W \approx 4\ \mu$m，導波路数 $N=99$）を用いた強結合アンダーソンモデルに対応する実験がなされている（表1(C)）[19]．光は導波路（z 軸）に沿って伝播する過程で隣接する導波路へ散乱（トンネリング）される．揺らぎは導波路の幅（$W \pm \delta$）として与えられる．入射面から点状のビーム（単一サイト励起）を入射させた場合には，出射面で局在を反映し，横方向に指数関数的に減衰するパターンとなって透過する．一次元では，乱れが強くなるにしたがって，バリスティックな伝播から急速に局在領域に推移する特徴が観測されている．

多層膜（表1(D)）は，レーザービームを積層膜に垂直に入射させると実質的な進行方向が一次元的に制限されている．ガラスの積層膜（$N \leq 100$ 層），誘電体多層膜（$N \leq 350$ 層）を用いた実験などがあり[21,22]，層数の関数として透過率が指数関数的に減衰することが観測されている．指数関数的な減衰は拡散的な描像である式（7）からのずれを意味し，局在状態の存在を示している．さて，$\delta = \delta v/\Delta < 1$ が満たされ局在状態が実現された試料では，透過率は試料の厚さに対して指数関数的に減衰する．しかし，このような特性は，ランダムな散乱体の配置について統計平均化された振る舞いであり，ある特定のひとつの試料では，それぞれ固有の透過特性を示す．このような特性の興味ある例として，“ネックレス状態”と称される状態がある[21,22]．スペクトル的に偶発的に重なり合った局在モードがある場合には，局在モードの重なりにより空間的に一続きになった状態が作られる．このような状態の出現する確率は小さいが，その透過率は1に近く，平均化された透過率に大きな寄与をする．また，多層膜の実験では，層の垂直方向からの傾き角度によってレーザービームの干渉が崩れることによって，一次元系から二次元系へ実験条件が推移することも報告されている．

一次元におけるその他の実験例としては，光ファイバー中に不規則に配置（$N \leq 55$）されたFBG（fiber Bragg grating）をもちいた報告などもある（表1(E)）[23]．また，導波路の中に，高屈折率と低屈折率の散乱体をランダムに配置したマイクロ波領域の実験では，局在モード間の相互作用，拡散定数の時間依存性など，詳細な実験が進められている[24,25]．

4.2　二 次 元 系

二次元系は，拡散と媒質の自由度がちょうどつりあう“マージナル次元”とよばれる．横方向の光局在の実験を見てみよう（表1(F)）[26]．3本のポンプ光（$\lambda = 514$ nm）の干渉を利用してフォトリフラクティブ結晶（結晶長 $L=10$ mm）内に，z 軸方向に対しては一様な六方晶系（格子

定数 11.2 μm）の屈折率分布（$\Delta n=10^{-4}$）が作られる．この六方構造は導波路として働く．系のランダム性は3本のポンプ光に加えて，やはり軸方向に対して一様なスペックル構造を重ね合わせて作られる．ポンプ光とスペックル光の強度の比によって系の揺らぎの強さが制御される．入射面から入射する点状（直径 10.5 μm）のプローブビームは，揺らぎがないときには，六方晶の導波路構造にそって z 方向に伝播し，その構造を反映した回折パターンで出射する．一方，スペックル光が重ね合わせられ揺らぎが導入されると，隣接する導波路への散乱がつくりだされる．このとき，まず，式（6）に対応するガウス型の透過ビームパターンが作り出される．これは，x, y 面内での光の伝播が拡散的になったことを反映している．さらに，揺らぎの大きさを強くすると，透過ビームの横方向パターンは式（1）に対応する指数関数的な減衰パターンを示し，横方向に光がアンダーソン局在したことが示される．横方向の局在長は $\xi_{\mathrm{loc}\perp}=64\ \mu$m と見積もられている．スペックルを作るマスクパターンを変えることでランダム配置について統計平均化が行われる．

二次元系での光の局在の観測は，シリンダー状の散乱体をランダムに配置したマイクロ波導波路などでも観測されている（表1（G））[27]．共振器内部の電磁場分布を，プローブを挿入して直接観測する．局在状態は境界条件への依存性が小さい．励起する空間位置を変えた場合，境界条件を開放系に設定した場合[28]などのモードの振る舞いが調べられ，これらは光が空間に局在している兆候を示している．$d=1, 2$ 次元系では，局在のしやすさと，試料の作製のしやすさから，特に，通信帯域（～1.5 μm）において，さまざまな系で実験が進展しているといえる．

4.3 三次元系

三次元系は，光の広がった状態と局在状態が共存している興味深い系である．乱れの強さが Ioffe-Regel の条件を満たしたとき，局在が実現される．しかし，三次元系では強い散乱を作る困難さがあり，光の局在を実現することが難しい．伝統的な実験では，平均直径～0.6 μm の TiO_2 微粒子を固めた試料を用い，透過率から拡散定数を求めている（表1（H））．実験で観測される拡散定数は D_{B} ではなく，効果の大小はともかく，MCD の繰り込みを受けた拡散定数 $D_{\mathrm{R}}(L)$ であることに注意する．すなわち，局在化の影響を受けて拡散係数はボルツマン描像よりも小さくなっている．可視光領域で行われた実験では繰り込み因子は $D_{\mathrm{B}}/D_{\mathrm{R}}=2.8$ となると結論されている[29]．ポーラス GaAs による同様な実験では，透過率が試料のサイズに依存して指数関数的に減少する様子から局在の可能性を議論している[30]．しかしながら，透過率が試料のサイズに依存して指数関数的に減少する現象は吸収によっても現れるため，実験結果に対する慎重な評価が不可欠である[31]．実際，吸収の効果は波動のコヒーレンス長を減少させ，局在を阻害する要因にしかならない．マイクロ波領域の同様な実験では，より大きな繰り込み因子が得られ，局在状態が観測されている[32]．

パルスの透過時間実験（TOF: time of fight）は，電子系では困難な，光学系ならではの実験手法である．光の透過時間は伝播経路の長さを直接反映している．パルスの透過時間実験において，透過プロファイルの長時間領域に拡散方程式から予想されるものよりも長い特徴的な裾が現れる報告がある[33]．長時間かけて試料を透過してくる光は，より長い散乱経路を経てきているため，MCD の効果を強く受けやすい．この実験結果は，拡散定数が時間に依存して，$D_{\mathrm{R}}(t)\propto t^{\alpha}$ と表されると仮定するとうまく説明される．実験では，散乱が強い条件下 ($k\ell^*=2.5$) で $\alpha=-1$ となる[33]．拡散による光の空間的な広がりは，式（6）から $\sqrt{4\pi D_{\mathrm{R}}(t)t}$ 程度になるため，$\alpha=-1$ は，光の空間的広がりが時間に依存しないことを意味しており，局在した状態と対応している．

三次元系での局在現象の研究にも，周期性とランダム性の両方を併せもった系は有望である．FCC（face centered cubic）型フォトニック結晶の一種であるシリコン逆オパール構造をもちいた実験がなされている[34]．完全性の高い逆オパール構造，揺らぎをもった逆オパール構造，そして粉末粒子の3つの試料において，パルスの透過時間が測定された．この結果，周期性とランダム性の両方を併せもつ揺らぎをもった逆オパール構造において光の拡散定数が著しく小さくなるという結果が得られている．

本稿では，光が局在する媒質，いわばアンダーソン局在がおこる舞台に話題を限定した．しかし，この舞台上では，局在と関係した興味深い多くの現象が引き起こされる．強い多重散乱によって光が媒質中に閉じ込められて発振するランダムレーザーは，そのひとつであろう[35]．揺らぎは，局在と並んで，ランダム系に本質的な現象である．メゾスコピック電子系でのコンダクタンス揺らぎの特徴は，その大きさが試料の種類にも，形状にも，大きさにもよらないで普遍的な大きさをもっている．このためこの揺らぎは“普遍的”コンダクタンス揺らぎと称される[3]．多重散乱媒質では，独立な輸送チャネルの数は限られており，この普遍的な揺らぎの大きさは光学系のスペックルにも存在することが知られている[10,11]．光の拡散伝播をメゾ

スコピック電子系での輸送現象でよく知られたランダウアー公式に基づいて，開いたチャネルと閉じたチャネルによって記述しようとする実験も行われている[36,37]．光の揺らぎにおける非線形光学効果ではランダム系独特の位相整合や相関が現れる[38]．また，ランダム媒質中での光子の寿命を反映した一種の永続的ホールバーニング現象なども報告されている[39,40]．

光のアンダーソン局在は，その兆候をとらえることができる実験系がいろいろと実現されてきた．ランダム性をよく制御した系で局在の詳細な振る舞いが解明されるとともに，非線形光学現象，量子電磁気学など，局在現象と結びついた新しい研究分野の発展も大きく期待したい．

文　献

1）福山秀敏：“アンダーソン局在”，物理学最前線 2，大槻義彦編（共立出版，1982）pp. 59–129.
2）川畑有郷：“アンダーソン局在のスケーリング理論”，物理学最前線 13，大槻義彦編（共立出版，1986）pp. 69–130.
3）長岡洋介：局在・量子ホール効果・密度波（岩波書店，2000）.
4）G. Roati, C. D’Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno and M. Inguscio: “Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate,” Nature, **453**（2008）895–898.
5）J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer and A. Aspect: “Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder,” Nature, **453**（2008）891–894.
6）H. Hu, A. Strybulevych, J. H. Page, S. E. Skipetrov and B. A. van Tiggelen: “Localization of ultrasound in a three-dimensional elastic network,” Nat. Phys., **4**（2008）945–948.
7）S. John: “Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices,” Phys. Rev. Lett., **58**（1987）2486–2489.
8）S. John（家泰弘訳）：“もうひとつのアンダーソン局在”，パリティ，**6**（1991）14–27.
9）冨田　誠：“乱れた媒質中での光の揺らぎとアンダーソン局在”，日本物理学会誌，**46**（1991）927–933.
10）P. Sheng: *Introduction to Wave Scattering, Localization and Mesoscopic Phenomena*（Springer, Berlin, 2006）.
11）Ed. P. Sheng: *Scattering and Localization of Classical Waves in Random Media*（World Scientific Pub., Singapore, 1990）.
12）岩井俊昭，岡本　卓，朝倉利光：“光散乱現象研究の展開—単一散乱から多重散乱まで—”，応用物理，**63**（1994）14–22.
13）H. D. Raedt, A. Lagendijk and P. de Vries: “Transverse localization of light,” Phys. Rev. Lett., **62**（1989）47–50.
14）S. Mookherjea, J. S. Park, S.-H. Yang and P. R. Bandaru: “Localization in silicon nanophotonic slow-light waveguides,” Nat. Photonics., **2**（2008）90–93.
15）冨田　誠：“結合微小球共振器にあらわれる遅い光と速い光”，レーザー研究，**37**（2009）585–590.
16）K. Totsuka, N. Kobayashi and M. Tomita: “Slow light in coupled resonator induced transparency,” Phys. Rev. Lett., **98**（2007）213904.
17）J. Topolancik, B. Ilic and F. Vollmer: “Experimental observation of strong photon localization in disordered photonic crystal waveguides,” Phys. Rev. Lett., **99**（2007）253901.
18）M. Patterson, S. Hughes, S. Combrié, N.-V.-Quynh Tran, A. De Rossi, R. Gabet and Y. Jaouën: “Disorder-induced coherent scattering in slow-light photonic crystal waveguides,” Phys. Rev. Lett., **102**（2009）253903.
19）Y. Lahini, A. Avidan, F. Pozzi, M. Sorel, R. Morandotti, D. N. Christodoulides and Y. Silberberg: “Anderson localization and nonlinearity in one-dimensional disordered photonic lattices,” Phys. Rev. Lett., **100**（2008）013906.
20）Y. Lahini, R. Pugatch, F. Pozzi, M. Sorel, R. Morandotti, N. Davidson and Y. Silberberg: “Observation of a localization transition in quasiperiodic photonic lattices,” Phys. Rev. Lett., **103**（2009）013901.
21）P. Sebbah, B. Hu, J. M. Klosner and A. Z. Genack: “Extended quasimodes within nominally localized random waveguides,” Phys. Rev. Lett., **96**（2006）183902.
22）J. Bertolotti, S. Gottardo, D. S. Wiersma, M. Ghulinyan and L. Pavesi: “Optical necklace states in Anderson localized 1D systems,” Phys. Rev. Lett., **94**（2005）113903.
23）O. Shapira and B. Fischer: “Localization of light in a random-grating array in a single-mode fiber,” J. Opt. Soc. Am. B, **22**（2005）2542–2552.
24）K. Y. Bliokh, Y. P. Bliokh, V. Freilikher, A. Z. Genack and P. Sebbah: “Coupling and level repulsion in the localized regime: From isolated to quasiextended modes,” Phys. Rev. Lett., **101**（2008）133901.
25）S. K. Cheung, X. Zhang, Z. Q. Zhang, A. A. Chabanov and A. Z. Genack: “Impact of weak localization in the time domain,” Phys. Rev. Lett., **92**（2004）173902.
26）T. Schwartz, G. Bartal, S. Fishman and M. Segev: “Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices,” Nature, **446**（2007）52–55.
27）R. Dalichaouch, J. P. Armstrong, S. Schultz, P. M. Platzman and S. L. McCall: “Microwave localization by two-dimensional random scattering,” Nature, **354**（1991）53–55.
28）D. Laurent, O. Legrand, P. Sebbah, C. Vanneste and F. Mortessagne: “Localized modes in a finite-size open disordered microwave cavity,” Phys. Rev. Lett., **99**（2007）253902.
29）N. Garcia and A. Z. Genack: “Observation of photon localization in a three-dimensional disordered system,” Phys. Rev. Lett., **66**（1991）2064–2067.
30）D. S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk and R. Righini: “Localization of light in a disordered medium,” Nature, **390**（1997）671–673.
31）F. Scheffold, R. Lenke, R. Tweer and G. Maret: “Localization or classical diffusion of light?,” Nature, **398**（1999）206–207.
32）A. Z. Genack and N. Garcia: “Observation of photon localization in a three-dimensional disordered system,” Phys. Rev. Lett., **66**（1991）2064.
33）M. Störzer, P. Gross, C. M. Aegerter and G. Maret: “Observation of the critical regime near Anderson localization of light,” Phys. Rev. Lett., **96**（2006）063904.
34）C. Toninelli, E. Vekris, G. A. Ozin, S. John and D. S. Wiersma: “Exceptional reduction of the diffusion constant in partially disordered photonic crystals,” Phys. Rev. Lett., **101**（2008）123901.
35）冨田　誠：“ランダムレーザー”，光学，**34**（2005）575–580.
36）I. M. Vellekoop and A. P. Mosk: “Universal optimal transmission of light through disordered materials,” Phys. Rev. Lett., **101**（2008）120601.
37）J. Millar（冨田誠訳）：“不透明な物質をくぐり抜ける整形された光”，パリティ，**24**（2009）18–20.
38）M. Tomita: “Coherence coupling effect in a space and time resolved nonlinear correlation measurement in a multiple scattering medium,” J. Opt. Soc. Am. B, **22**（2005）537–546.
39）栗田　厚：“多重散乱光の干渉による光記録効果”，光学，**34**（2005）594–596.
40）M. Tomita, K. Ono and S. Tatsuno: “Time development of a persistent hole burning in multiple scattering media,” Phys. Rev. E, **70**（2004）046606.

（2010 年 4 月 19 日受理）