

# 肌のフラクタル構造解析

中 川 匡 弘

## On the Fractal Structure Analyses of Human Skins

Masahiro NAKAGAWA

It is well appreciated that the physiological activity substantially possesses certain complicated spatio-temporal behavior, which may be properly characterized in terms of chaos and fractals. In this paper we shall put forward a novel strategy to characterize the smoothness of the human skins in terms of the fractal dimensions, i.e. a universal quantities related to the geometrical or structural complexity. In practice, utilizing a modified box-counting method to evaluate fractal dimensions, it will be found that the smoother skins corresponding to the high subjective scores possess the higher fractal dimensions, and that the subjective scores may be properly explained in terms of the fractal dimensions of the corresponding human skins. In addition one may confirm that this finding is the case not only for the fractal images but also for the fractal geometries of the corresponding skins. This tendency is found to be a universal characteristics for each color components whose quantities may depend on the human skin colors. Finally one may eventually conclude that the contribution of the fractal dimensions to the subjective smoothness of the skins is apparently dominant in comparison with the conventional factors, such as Rmr (an ISO parameter) and the ages.

**Key words:** fractal analyses, box-counting method, human skins, complexity

ヒトの肌の見た目の印象は各個人によりさまざまである。それらは肌表面の凹凸形状や色合いなどから構成される肌の性状により決定されていると考えられ、これらの性状は生来の個人差だけでなく、季節、加齢、体調の変化など肌を取り巻く環境によって変化する<sup>1)</sup>。このような肌の変化は、人間の目でみれば明らかな場合が多く、それらの視覚的特徴は、しばしば「滑らかな肌」や「粗い肌」などと表現される。しかしながら、ヒトによる評価は主観的かつ定性的であり、評価者による評価の個人差も大きいなど、肌の状態を知るうえで適切なものではない。肌の状態を適切に知るためには、何らかの手段で各個人の皮膚表面上の特徴を抽出し、肌の状態を定量的に評価することが不可欠である。現在、肌の性状のひとつである肌表面の構造を評価するために、金属表面の粗さの測定に用いられている粗さパラメーター等が適用されている<sup>2)</sup>。しかし、肌表面の構造は微細かつ凹凸が入り組んでおり、表面の凹凸に対し単純な粗さを計測する粗さのパラメーターだけで肌

表面を的確に評価できるのかという問題に対しては疑問が残る。また、画像処理による評価法もさまざま提案されている<sup>3)</sup>が、これまでの研究では美容技士など肌の専門家の主観評価による場合がほとんどである。肌の見た目の印象である美しさや滑らかさなどの視覚的特性の定量的評価が可能になれば、個人の評価だけでなく、肌をより美しくみせるための化粧品等の効果の測定、さらには加齢により変化する肌の性状を利用した年齢推定<sup>4)</sup>など、さまざまな応用が期待できる。そこで本論文では、より客観的かつ高精度な肌の定量的評価手法の構築のため、対象のフラクタル性・複雑性を表す指標であるフラクタル次元を特徴量とした肌の視覚的特徴の定量的評価法を提案する。具体的には肌の画像や肌表面の起伏値に対して、フラクタル次元値を算出し、その値と化粧品技術者が肌の「滑らかさ」を基準に評価した値との比較・検討を行う。また、被験者の年齢とフラクタル次元値の関係についても議論する。

1章で肌情報のフラクタル次元推定手法である標準偏差

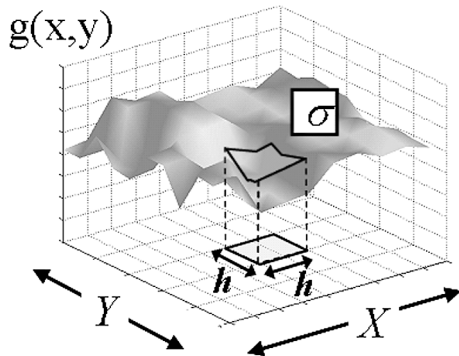


図1 フラクタル次元推定手法概念図.

を用いた box-counting 法を示し、2章で解析する肌情報について説明する。3章で定量的評価結果を示し、最終章で結論と今後の課題を述べる。

## 1. フラクタル次元推定手法

フラクタル次元とは信号や図形の自己相似性または複雑さを表す数値であり、その値が大きくなるほど図形は複雑である<sup>5)</sup>。

画像や起伏のように関数  $g(x, y)$  で表される対象物のフラクタル次元は、2.0以上3.0未満の値をとる。これは平面の次元が2で立体の次元が3であることから中間の値をとると考えることができる。画像や起伏など二次元データのフラクタル次元を推定する方法は数多く提案され、すでにさまざまな画像処理技術に応用されている<sup>6-9)</sup>。本論文では肌の表面の細かい変化をとらえるため、新たに空間内の標準偏差を基準とした box-counting 法を提案し、肌の画像および肌表面の起伏値に適用する。

### 1.1 標準偏差を用いた box-counting 法

図1に示すように、フラクタル次元を求める起伏範囲  $XY$  中の  $h \times h$  の領域を単位領域とし、その領域中の起伏の標準偏差を  $\sigma$  とする。ここで、単位領域中の起伏を被覆するのに必要な一辺が  $h$  の立方体の個数  $n(h)$  を

$$n(h) = \frac{\sigma}{h} \quad (1)$$

のように標準偏差に対する  $h$  の比によって近似する。このとき、起伏面全体を被覆するのに必要な立方体の個数  $N(h)$  は次式で表される。

$$N(h) = \frac{XY}{h^2} n(h) = \sum_{i=1}^m \frac{\sigma_i}{h} \quad (2)$$

ここで  $m$  は推定範囲  $XY$  を単位領域で分割した個数で、それぞれの領域ごとの  $n(h)$  を総和することにより、起伏面全体に必要な立方体の個数を算出する。

このとき、単位領域のスケール  $h$  と  $N(h)$ 、およびフラク

タル次元  $D$  との間に、

$$n(h) \sim h^{-D} \quad (3)$$

の関係が成立すれば、与えられた対象はフラクタルである。対象がフラクタルであればフラクタル次元  $D$  は、式(3)の関係から、

$$D = -\frac{\log N(h)}{\log h} \quad (4)$$

として求めることが可能となる。

実際の解析ではスケール  $h$  を変化させて、各  $h$  における  $N(h)$  を求め、 $(\log h, \log N(h))$  をプロットする。このとき、プロットが1本の直線上にのっていれば、対象はフラクタルであり、フラクタル次元  $D$  はその回帰直線の傾きの絶対値から求めることができる。本論文では回帰直線の傾きを決定するスケール  $h$  の刻み幅を 2, 4, 8, 16,  $\dots$  と2のべき乗で変化させる。これは底を2とした  $(\log_2 h, \log_2 N(h))$  の両対数グラフの作成時にプロットの間隔を等しくするためである。これにより、最小2乗法で傾きを計算する際に各スケールの情報を均一に用いることができる。また  $h$  の変化の範囲は最小領域 ( $h=1$ ) から画像サイズの10%程度までとした。

この10%という値は、後述する任意のフラクタル次元をもつさまざまな画像に対する推定実験から経験的に決定した値である。

## 1.2 推定精度の検証

### 1.2.1 フラクタル画像の作成

推定精度の検証には任意のフラクタル次元をもつ信号を生成できる fBm (fractional Brownian motion: フラクショナル・ブラウン運動<sup>10)</sup>) を利用する。ここでは fBm を用いたフラクタル画像の生成方法について説明する。任意の Hurst 指数  $H(0 < H < 1)$  をもつ fBm 信号のパワースペクトル密度  $p(f)$  は信号が存在するユークリッド次元  $d$  との間に、

$$p(f) \sim \frac{1}{f^{2H+d}} \quad (5)$$

の関係が成立する。また、その信号のもつフラクタル次元  $D$  はユークリッド次元  $d$  と Hurst 指数  $H$  を用いて、

$$D = d - 1 + H \quad (6)$$

のように表される。したがって、式(5)のような関係を満たす信号を生成すれば、その信号は  $H$  によって設定された任意のフラクタル次元をもつ信号となる。フラクタル時系列を作成する場合は、信号が存在するユークリッド次元  $d=1$ 、今回のようにフラクタル画像を生成する場合は  $d=2$  と設定する。具体的なフラクタル画像の生成方法は、まずパワースペクトル密度が一定である白色雑音

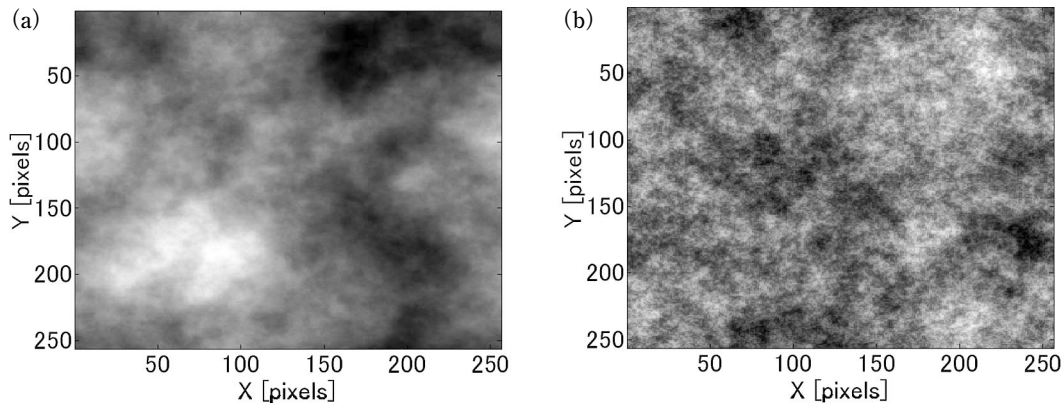


図2 fBmによるフラクタル画像.

$g(x, y)$ を作成し、フーリエ変換により周波数領域  $w(u, v)$  に変換する. 次に、パワースペクトル密度が式(5)の関係を満たすように、以下のような周波数に依存したフィルター処理を施す.

$$w'(u, v) = w(u, v) \times \left( \frac{1}{f^{2H+2}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

ここで,

$$f = (u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

である. そしてフィルター処理結果  $w'(u, v)$  を逆フーリエ変換することにより、 $H$ により設定されたフラクタル次元  $D$  をもつフラクタル画像  $g'(x, y)$  を得ることができる. 図2に作成したフラクタル画像例を示す. (a)は  $D=2.2$ , (b)は  $D=2.8$  と設定したものである. これらの画像を見比べると、フラクタル次元が高いほど画像の濃淡の変動がより複雑に変化していることが明確である.

### 1.2.2 フラクタル次元推定実験

提案手法のフラクタル次元推定精度の検証では、fBmを用いてフラクタル次元値が2.1~2.9までの画像を0.1次元刻みで作成し、推定実験を行う. 画像サイズを  $128 \times 128$ ,  $256 \times 256$ ,  $512 \times 512$  pixelsの3種類用意し、それぞれのサイズのフラクタル次元値を提案手法により推定した結果の平均値を図3に示す. 設定した次元が上昇するほど推定次元も上昇しており、複雑さの定量評価が可能であることを示している. また2.1~2.9次元までの平均推定絶対誤差は0.069であり、推定精度にも問題はない.

## 2. 肌情報について

### 2.1 測定部位と取得方法

解析の対象である肌情報の取得には、多種多様な性質の肌を得るために、10代~50代のおのおの約50名、合計248名の日本人女性を被験者とした. 肌を測定する部位は

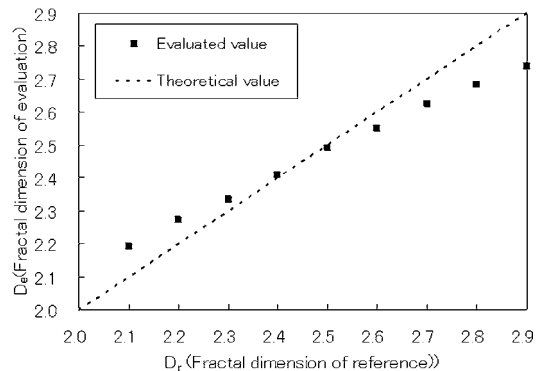


図3 フラクタル次元推定精度.



図4 肌情報の取得部位.

図4に示すように、ヒトの顔面の目頭からの垂線と鼻の穴の下側からの平行線の交点を基準とした約20mm四方で囲まれる頬部位とした. この設定は、他人の肌の質感を判断するときに着目する部位という調査結果に基づいている.

解析する肌情報の測定方法としては、

- ・デジタルカメラによる肌の撮影画像
  - ・レプリカ採取とレーザー光計測による肌起伏
- の2種類を使用する. これにより肌の見た目である外観と実際の肌表面の形状の2つの観点から検討を行う.

## 2.2 デジタルカメラによる肌画像

デジタルカメラによる肌画像の取得方法は、まず頬部分に対してデジタルカメラ (Nikon D100) により、約 20 cm の距離から撮影し画像を取得する。そして撮影画像から測定部位付近約 15 mm 四方を抽出したものを解析に用いる肌画像とする。このときの画像サイズは 300×300 pixels であり、解像度については 507 dpi、すなわち 0.05 mm/pixels である。また、撮影される画像は BMP 形式であり、RGB 信号について、それぞれ 8 bit の情報をもつ合計 24 bit のカラー画像である。肌画像の解析ではフラクタル次元を求める際に、外観の表面形状の変化を対象とするため RGB 信号ではなく濃淡画像 (8 bit: 256 階調) を用いる。カラー画像から濃淡画像 Y への変換は、一般的に用いられている以下の式を用いる。

$$Y=0.299R+0.587G+0.114B \quad (9)$$

このようにデジタルカメラを用いることにより、ヒトの目から見える肌の見た目の印象・外観の情報を取得する。

## 2.3 レーザー光計測による肌表面の起伏値

肌表面を計測するため、上述の測定対象部位にレプリカ剤 (アサヒバイオメッド社) を塗布し採取する。その後、レプリカの中心部 10 mm 四方をレーザー光にて走査 (サイエンスシステムズ社, LIP-50) することにより、肌表面の凹凸構造の起伏値を得る。起伏のサイズは 1000×1000 points であり、サンプリング間隔は 10  $\mu\text{m}$ 、すなわち解像度は 0.01 mm/points である。起伏の高さ方向の分解能は 0.5  $\mu\text{m}$  と非常に細かく、ヒトの目には見えないマイクロな形状を計測することができる。

## 2.4 肌情報の主観評価

取得した肌情報について肌の美しさの見た目の印象の評価値を得るために、デジタルカメラにより撮影した肌画像を用いて、化粧品技術者 5 名により主観評価を行う。本論文では肌の見た目の「滑らかさ」を評価することを目的としているため、評価者が色成分の影響に左右されないように評価は濃淡画像を用いる。また、ここでいう「滑らかさ」とはヒトが肌を見たときに感じる質感・印象であり、実際の幾何学的な形状とは異なるものである。以下に具体的な主観評価方法を示す。

- (1) 全肌画像を、年代が均等になるように約 50 名ずつのグループに分ける (248 名分の画像を同時に比較するのは困難である)。
- (2) 1つのグループの肌画像に対して各評価者が、「最も滑らかで美しい肌: 1点」～「最もそうでない肌: 50点」として 1～50 点まで順番にスコア付けを行う。
- (3) 5人の評価者の平均値をその肌情報の主観評価値とする。

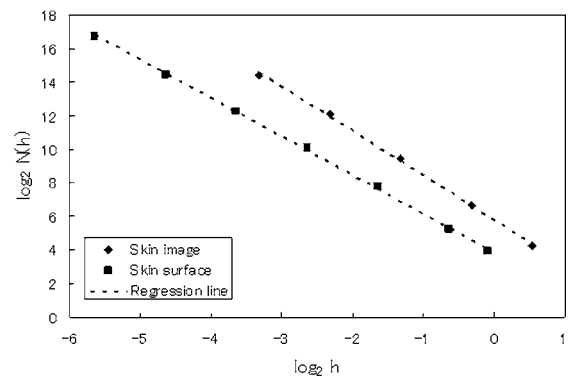


図5 肌のスケーリング特性。

する。

- (4) 全グループについて同様にスコア付けを行い、主観評価値を算出する (肌画像が 50 人に満たないグループについては点数が 1～50 点になるよう補正する)。

このような評価により、すべての肌情報について、1～50 点までのスコアをもつ主観評価値を得ることができる。

## 3. 肌のフラクタル解析

取得した 248 名分の肌情報である肌画像、および肌起伏に対して、提案したフラクタル次元推定手法を適用し、肌のフラクタル解析を行った。

### 3.1 肌のスケーリング特性

図 5 に、肌画像および肌表面の凹凸構造である肌起伏についての  $\log h$  対  $\log N(h)$  のスケーリング特性例を示す。どちらの場合もプロットの回帰直線は 1 本の直線上に乗っており、式 (3) の関係を満たしている。これにより、ヒトの肌の幾何学的構造は見た目の外観および実際の形状について、フラクタル性を有していることが明らかになった。また、スケーリングの不変性は 2 の 5 乗から 2 の 6 乗程度、すなわち 30～60 倍程度までである。これを実際のスケールに直すと、肌画像の場合で 0.1～1.5 mm、肌起伏では 0.02～1.00 mm の間でフラクタル性が成立していることになる。雲や木など、自然界のフラクタルの場合が一桁程度のスケーリングの不変性であることを考えると、肌の構造は非常に特徴的で、十分なフラクタル構造といえる。

### 3.2 肌のフラクタル次元分布

前節で肌の構造がフラクタル性を有することを示した。次に肌のフラクタル次元がどの程度の値をもつかを調査するため、全肌情報についてフラクタル次元を推定し、次元の分布を求めた。その結果、図 6 に示すようなヒストグラムが得られた。肌画像 (輝度画像) のフラクタル次元は 2.4～2.8 次元、肌起伏の場合は 2.1～2.4 次元の間で特徴的な形で分布している。これはヒトの肌のフラクタル次元は

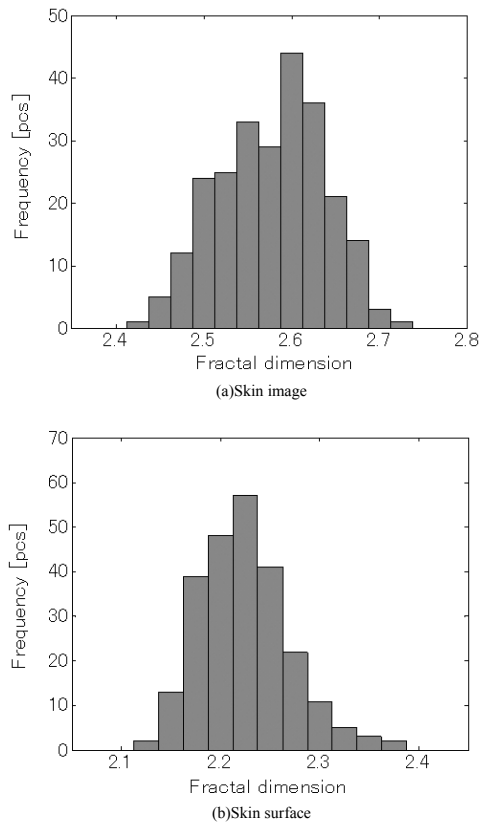


図6 肌のフラクタル次元分布.

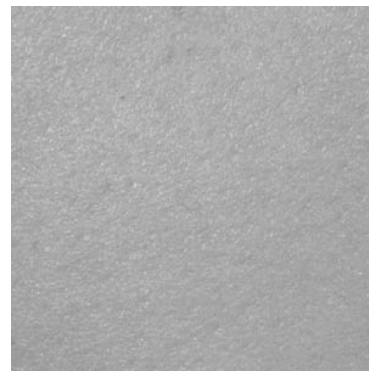
単一のものでなく、個人の肌の幾何学的構造を定量的に評価できることを表している。

### 3.3 主観評価値とフラクタル次元値の関係

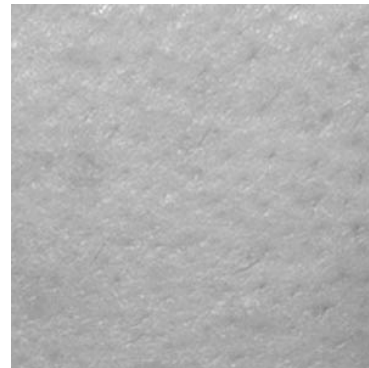
化粧品技術者による主観評価値と肌情報のフラクタル次元値の関係について検討する。まず、図7、図8に代表的な主観評価値をもつ肌画像例と肌起伏例およびフラクタル次元値  $D$  を示す。(a) が主観評価で最も滑らかと評価された1点の肌であり、(b) が標準的な25点の肌、そして(c) が最も滑らかでないとして評価された50点の肌である。(a) (b) (c) の順で次元値  $D$  が小さくなっており、主観評価が高いほど、肌画像、肌起伏ともにフラクタル次元値が高くなっていることが見いだせる。図9のグラフは、各肌情報について横軸を主観評価値、縦軸をフラクタル次元値とし、主観評価に対するフラクタル次元値を表したものである。肌画像および肌起伏について、主観評価値の高いものほどフラクタル次元値も高く、主観評価が低くなるにつれて次元値も低くなる傾向が確認できる。その相関関係を評価するために、次式で表される相関係数  $r$  を算出した。

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (10)$$

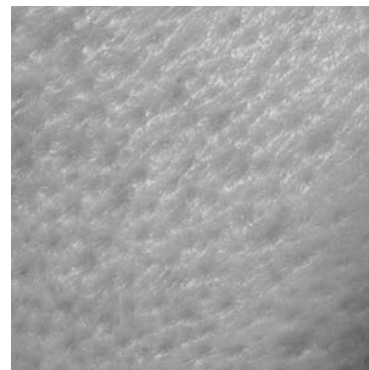
ここで  $x_i$ ,  $y_i$  は主観評価値、フラクタル次元値を表し、 $\bar{x}$ ,



(a) smoothness: 1 pnt,  $D=2.698$



(b) normal: 25 pnt,  $D=2.573$



(c) lack smoothness: 50 pnt,  $D=2.478$

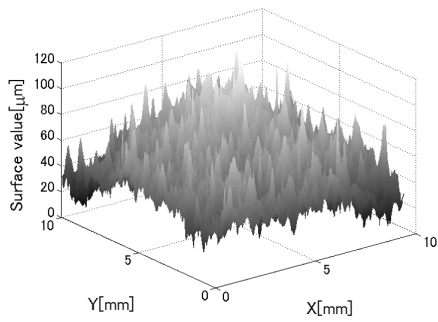
図7 肌画像例.

$\bar{y}$  はそれぞれの平均値を表す。

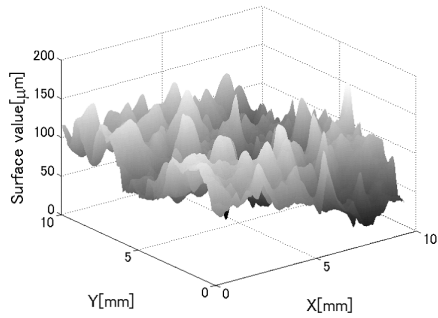
その結果、相関係数  $r$  は

- ・肌画像の場合： $r = -0.666$
- ・肌起伏の場合： $r = -0.562$

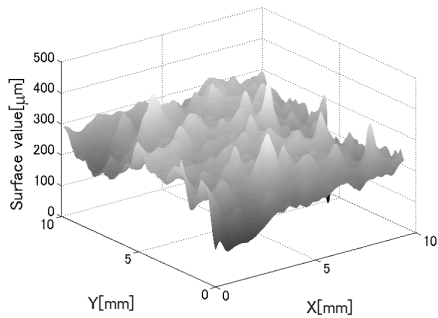
となり、両者どちらにおいても相関関係が確認できた。したがって、ヒトが「滑らか」で「美しい」と感じる肌と、その肌をもつフラクタル次元値には、関連があることが示唆された。目に見える肌表面および目には見えない肌表面の形状のどちらについても、フラクタル次元値が高いほど滑らかで美しい肌であることが推察される。つまり、肌表面の構造が複雑なほど、ヒトの目には肌が「滑らか」に見えることが明らかとなった。



(a) smoothness: 1 pnt,  $D=2.370$



(b) normal: 25 pnt,  $D=2.218$



(c) lack smoothness: 50 pnt,  $D=2.142$

図8 肌起伏例.

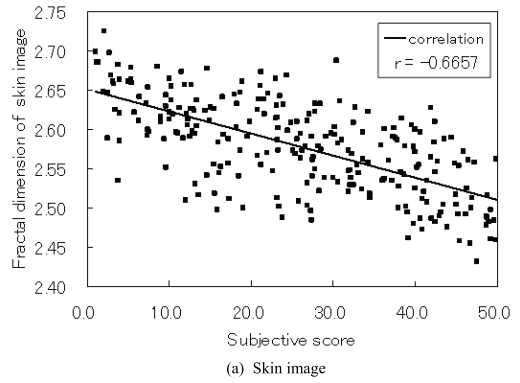
### 3.4 年齢とフラクタル次元値の関係

次に、被験者の年齢とフラクタル次元値の関係について検討する。図10のグラフは横軸を肌の被験者の年齢、縦軸をフラクタル次元として、年齢に対するフラクタル次元値の関係を示したものである。主観評価値の場合と同様に、肌画像および肌起伏のどちらの場合についても、年齢とフラクタル次元との間に相関関係が確認できる。

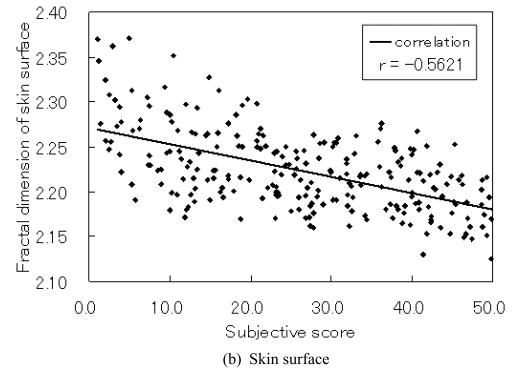
それぞれの相関係数  $r$  は

- ・肌画像の場合： $r = -0.721$
- ・肌起伏の場合： $r = -0.453$

であり、若い人ほど肌が滑らかで美しいという一般的な知見とも一致する。この結果、肌からの年齢推定等にもフラクタル理論が有効であることが示唆された。

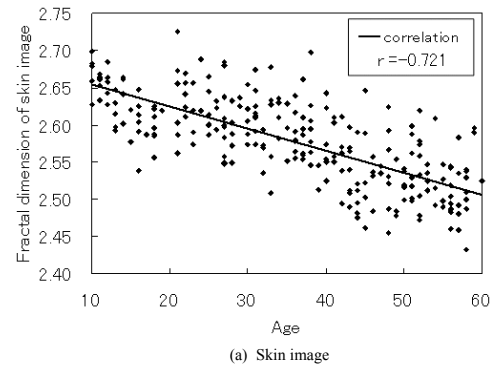


(a) Skin image

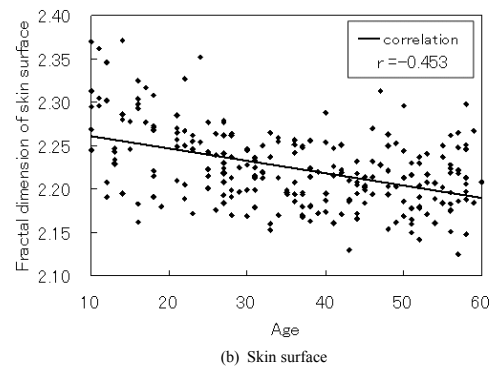


(b) Skin surface

図9 主観評価値とフラクタル次元値の関係.



(a) Skin image



(b) Skin surface

図10 年齢とフラクタル次元値の関係.

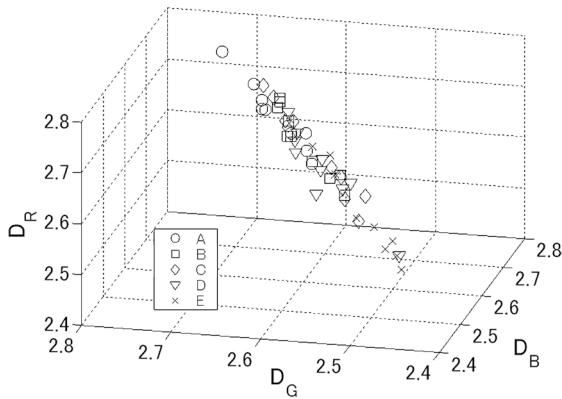


図 11  $D_R$ ,  $D_G$ ,  $D_B$  による 3 軸プロット.

### 3.5 肌の色成分とフラクタル次元の関係

ここまで、肌の表面構造の評価という観点から、肌画像の濃淡画像のみを用いて次元値による評価を行ったが、ここでは肌の色成分とフラクタル次元値の関係について考察する。肌画像の RGB 信号についてそれぞれフラクタル次元  $D_R$ ,  $D_G$ ,  $D_B$  を推定し、それらを軸にして三次元空間上にプロットしたものを図 11 に示す。ここで使用する肌画像は主観評価値が 1 点～50 点までの 50 名分を抽出したもので、評価値により A～E グループまで分類してある (A: 1～10 点, B: 11～20 点, ..., E: 41～50 点)。この結果、空間の上方には主観評価上位グループ A, B が集まり、下方には下位グループの D, E が集まっている。これより、色成分においてもフラクタル次元と主観評価の関係が確認できる。また、各グループのプロットは 1 本の直線上に集まっている。これは RGB 成分それぞれの次元が独立ではなく従属関係にあることを示しており、肌画像のフラクタル次元は色成分によらないことを表している。つまり、目に見える肌表面の構造において推定されるフラクタル次元は、肌の色とは無関係であることが推察される。

### 3.6 従来法との比較

前節までフラクタル次元値を用いた定量評価法について述べてきたが、ここでは、従来法との比較・検討を行う。肌表面の構造の評価方法のひとつとして、金属表面の粗さを評価するために用いられる ISO (International Organization for Standardization: 国際標準化機構) の粗さパラメーターが利用されている。パラメーターは用途に応じてさまざまな種類が定義されているが、本論文では、粗さ曲線の負荷長さ率を表す  $Rmr$  を用いてフラクタル次元値と比較する。また、ここでは表面の粗さを対象とするため、肌起伏のみを用いて検討する。 $Rmr$  は図 12 に示すように対象の断面を考え、全体の長さ  $L$  と、起伏の最高値から切断レ

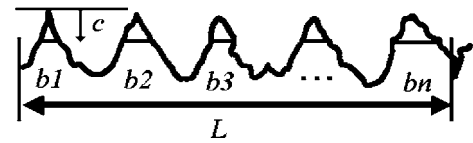


図 12  $Rmr$  の測定法.

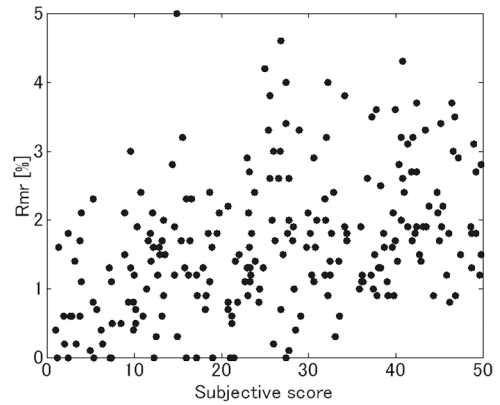


図 13 主観評価と  $Rmr$  の関係.

ベル  $c$  だけ下がったレベル  $b$  の比を算出するものである。式 (11) に計算式を示す。

$$Rmr = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^n b_i \times 100\% \quad (11)$$

切断レベル  $c$  を起伏の高さの四分の一として、肌起伏の断面より  $Rmr$  を計算した結果、図 13 に示すような主観評価との関係が得られた。この結果、主観評価値との相関係数は  $r=0.191$  であり、わずかに相関関係は認められる。しかし、フラクタル次元値を用いた評価の場合の相関係数  $r=-0.562$  と比較すると  $Rmr$  の相関は低く、肌の滑らかさを定量的に評価できているといえない。

また、肌の「滑らかさ」の評価に対するフラクタル次元の影響を検討するため、以下に示すような肌に関する 3 種類の指標を用いて、主観評価値  $S$  を線形結合により予測する多変量解析を行った。

- ・フラクタル次元値:  $D$
- ・粗さパラメーター:  $Rmr$
- ・年齢:  $Age$

解析では、式 (12) に示すように  $a_1 \sim a_4$  までの係数を用いて各指標を線形結合させ、主観評価予測値  $\hat{S}$  を定義する。そして、実際の主観評価値  $S$  と予測値  $\hat{S}$  の 2 乗誤差  $\varepsilon$  が最小になるように最小二乗法により各係数を決定する。

$$\hat{S}^i = a_1 D^i + a_2 Rmr^i + a_3 Age^i + a_4 \quad (12)$$

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^M (S^i - \hat{S}^i)^2 \quad (13)$$

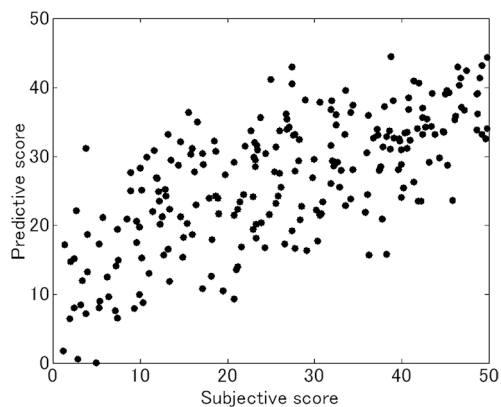


図 14 予測値と評価値の関係。

ここで  $i$  は被験者番号であり、 $M$  個（ここでは 248 個）の被験者データを用いて係数を決定する。

その結果、各係数は以下のように決定された。

$$\hat{S} = -103.50D + 1.56Rmr + 0.39Age + 239.9 \quad (14)$$

各指標に対応する係数の絶対値をその指標の「滑らかさ」に対する影響度とすると、フラクタル次元の影響度は、従来手法の  $Rmr$  の 1.56 に対し、103.50 と約 50 倍であり、肌の視覚的特性の定量的評価にフラクタル理論を用いる有効性が確認できる。また、主観評価値と予測値の関係を図 14 に示す。その相関係数は  $r=0.6917$  とフラクタル次元のみの場合 ( $r=-0.5621$ ) よりも向上しており、多変量を用いることによって定量的評価の精度の向上がうかがえる。

本論文では、従来定量的な評価が困難であった肌の見た目の「美しさ」「滑らかさ」に対して、フラクタル次元を用いた定量評価法を提案した。その結果、肌の見た目の外観および肌表面の形状がフラクタル性を有していることを発見し、肌のフラクタル次元が単一のものではなく、個人差があることを見いだした。さらに、化粧品技術者が目視により「滑らかさ」を基準として評価した値とフラクタル次元値との間に、肌画像に関しては 0.667 の相関係数、また被験者の年齢と次元値の関係においても 0.721 の相関係数が

それぞれ得られた。「滑らかさ」の評価に関しては、従来法である粗さパラメーターを適用した場合の 0.191 と比較すると、フラクタル次元を用いることにより定量的評価の精度の大幅な向上が確認できる。これにより、ヒトの肌のフラクタル次元値は「滑らかさ」を表すパラメーターであることが推察される。また、ヒトの肌からの年齢推定にもフラクタル次元値が利用できることが示唆された。この結果、本論文により、ヒトの肌解析におけるフラクタル理論の有効性が示されたといえる。

今後の課題としては、主観評価値どおりにフラクタル次元が推定されない場合の肌情報についての検討や、肌情報として今回扱った単純な画像や起伏値だけでなく、「しわ」「毛穴」等の解析も考慮して肌の定量的評価としての実用性を高めていくことである。

## 文 献

- 1) 熊谷広子, 渡辺弘子, 神津登志枝, 野口ひろみ, 高橋元次: “加齢に伴う顔面皮膚の生理的・形態的变化(第1報)”, 日本化粧品技術者会誌, **23** (1) (1989) 9-21.
- 2) 林 照次, 三村邦雄, 西島 靖: “加齢及び化粧品による表皮形態の変化—画像解析及びフーリエ変換を応用した新しい方法による3次元解析—”, 日本化粧品技術者会誌, **23**, No. 1 (1989) 43-54.
- 3) 高橋元次: “皮膚の官能特性の評価・測定の進歩”, *Fragrance J.*, **35**, No. 2 (2007) 12-17.
- 4) 本郷仁志, 石井洋平, 山本和彦, 丹波義典: “顔画像のクラスタリングにおける性別年齢推定の試み”, 日本顔学会誌, **3**, No. 1 (2003) 75-82.
- 5) 高安秀樹編著: フラクタル科学 (朝倉書店, 1987).
- 6) 金子 博: “フラクタル特徴とテクスチャ解析”, 電子情報通信学会論文誌 (D), **J70-D** (1987) 964-972.
- 7) 横矢直和: “フラクタルによる3次元複雑形状の解析とその応用”, 電子情報通信学会技術研究報告, **86** (1986) 19-28.
- 8) 中山 寛, 曾根光男, 高橋幹雄: “フラクタル次元と低次統計量とを用いた気象衛星 NOAA 画像の解析とその評価”, 情報処理学会論文誌, **31** (1989) 91-100.
- 9) 中元 淳, 山下 博, 金子 博: “MTF フラクタル次元による印刷濃度むらの定量的評価法”, 電子情報通信学会論文誌 (D), **J83-D-II** (2000) 1082-1089.
- 10) B. B. Mandelbrot and J. W. van Ness: “Fractional brownian motions,” *SIAM Rev.*, **10** (1968) 422-437.

(2010年6月7日受理)