研究論文 Received March 5, 2010; Revised August 26, 2010; Accepted November 4, 2010

光学 40, 1 (2011) 36-45

自然な立体像を与えるための光学系の設計

岡　幹生[*,**]・渋谷　眞人[*,†]・前原　和寿[*]・長谷　隼佑[*]・中楯　末三[*]

[*]東京工芸大学工学部 / 大学院工学研究科　〒243-0297 厚木市飯山 1583
[**]現所属：ソニー(株)コンスーマープロダクツ＆デバイスグループ半導体事業本部セミコンダクタテクノロジー開発部門デバイス技術部　〒243-0014 厚木市旭町 4-14-1

Optical Designing for Head Mount Display Giving Natural 3D Image

Mikio OKA,[*,**] Masato SHIBUYA,[*,†] Kazuhisa MAEHARA,[*] Shunsuke HASE[*] and Suezou NAKADATE[*]

[*]Faculty of Engineering/Graduate School of Engineering, Tokyo Polytechnic University, 1583 Iiyama, Atsugi 243-0297
[**]Present affiliation: Device Technology Department, Atsugi Tec, Semiconductor Technology Development Division, Semiconductor Business Unit, Consumer Products & Devices Group, Sony Corporation, 4-14-1 Asahi-cho, Atsugi 243-0014

In order to realize the natural 3D image which utilizes not only binocular parallax but also focus-adjusting, we considered and developed the optics used in the head mount display which displays infinite distance object and near distance object separately at different positions. Since some aberrations should be caused by moving the object distance, the conventional optical system cannot display both these two objects simultaneously without the aberration. According to the practical lens designing, we found out the field curvature and astigmatism are dominant aberrations in this case. Thus, we developed the optical design method to reduce this field curvature by giving the appropriate value of distortion. By using our proposed method, the optical design for the natural 3D image is enabled.

Key words: distortion, 3D-display, head mount display, projection relation, field curvature, object distance

1. はじめに

画像表示デバイスは高解像化，薄型化，省エネ化，そして高色再現を軸に研究開発が進められてきた．さらに，近年では三次元表示デバイスに関する関心が高まっており，それらの研究開発が盛んになっている．三次元表示デバイスのひとつとしてヘッドマウントディスプレイがあるが，立体視効果を両眼視差のみで与えるものが主流である[1]．しかし，両眼視差方式のみでは，焦点調節や運動視差の点で自然な立体視を与えることができないという問題がある．この課題を解決するひとつの方法として，Fig. 1 に示すような立体視光学装置が考えられる．(a) は側面図で，(b) は上面図である．この立体視光学装置は，近距離像用と無限遠像用のディスプレイをレンズから異なる位置に配置した体積表示方式であり，レンズによって近距離像と無限遠像がつくられ，それを眼で観察することになる．さらに，両眼に異なる視差画像を用いることで，両眼視差，輻輳，焦点調節，運動視差のすべての働きが考慮された，自然な立体視が可能となる．ここでは無限遠用と最短距離用の 2 枚のディスプレイを用いることに特化して考えているが，3 枚あるいは 4 枚に拡張しても基本的に適用できる．

この方法を実現するためには，大きく 2 つの課題が存在する．ひとつは，近距離用ディスプレイを通して無限遠用のディスプレイを見ることができなければならないが，そのためには近距離用ディスプレイは透明でなければならない．これは，透明有機 EL パネル[2] を用いることで，将来的に実現の可能性があると考える．

[†]E-mail: shibuya@photo.t-kougei.ac.jp

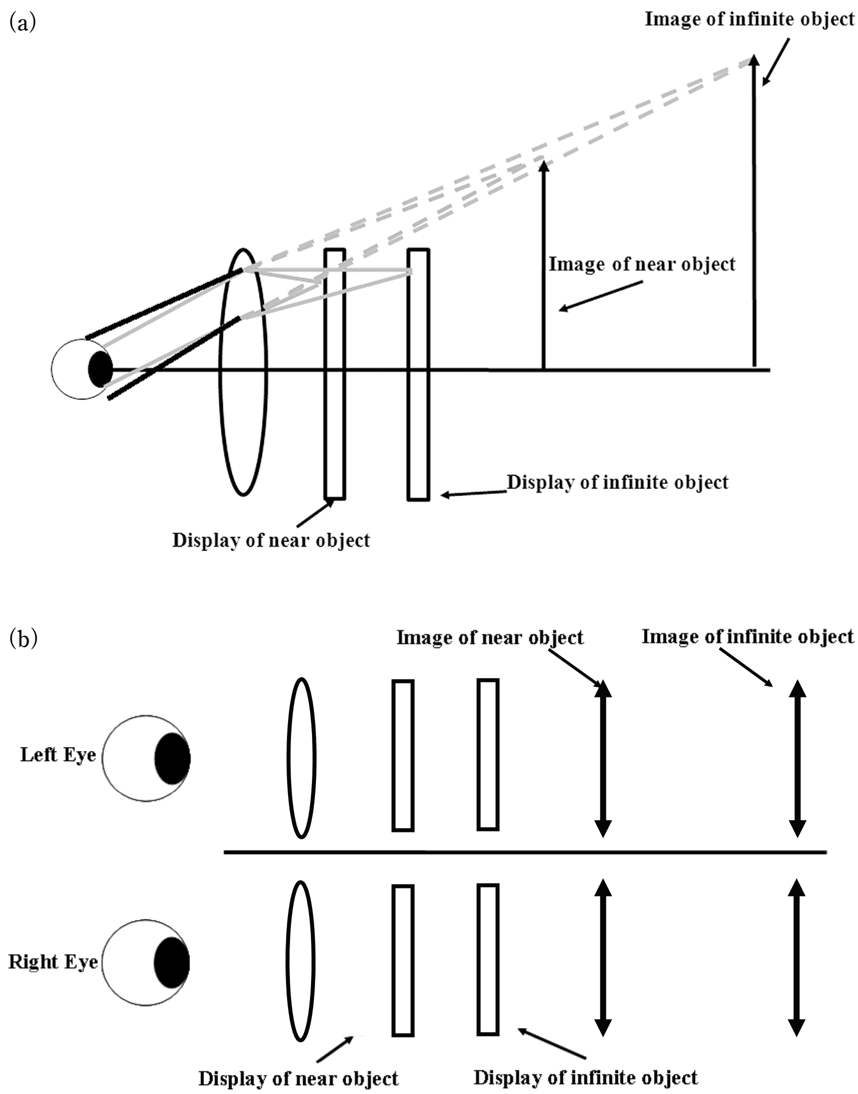

Fig. 1　Natural 3D optical system using transparent organic electro luminescence.（a）Basic concept of natural 3D optical system,（b）top view of natural 3D optical system.

もうひとつは，光学系に関しての課題である．近距離用と無限遠用ディスプレイを同時に接眼レンズで拡大表示するが，一般的に物体位置（距離）が異なるものを同時に表示しようとすると，原理的に収差が発生する．そのため，今回検討している立体視光学装置では，無限遠像あるいは近距離像の少なくとも一方では良好な画像を得ることができないという問題がある．

本論文では，このような光学系の問題を解決するために，最初に物体位置が光軸方向（縦方向）に移動することによる収差発生量を調査し，像面湾曲の影響が大きいことを示す．これを解決するために理論的な検討を行い，歪曲収差を適切な条件とすることで，物体位置の違いによるメリジオナル（子午）像面湾曲の発生を抑制する（像面湾曲の非発生条件）ことが可能であることを解析的に導く[3]．ペッツバール和は物体移動によって変化しないので，少なくとも三次の領域では，非点収差の物体移動による発生も抑制できる．また，球面収差，コマ収差，歪曲収差の物体移動による発生が問題ないことも理論的に示す．さらに，実際のレンズ設計でこの理論が正しいことを示す．

歪曲収差の影響はディスプレイに表示する画像に逆の歪みを与えることで補正することが可能であり，物体移動による像面湾曲の非発生条件を光学設計に適用することで，近距離像と無限遠像を同時に無収差で結像することができる，自然な立体視を与える光学装置が可能となる．

2.　物体移動による収差

物体移動による収差発生の様子を光学設計によって確認した．実際の立体視光学装置では，焦点面上に配置されたディスプレイの映像が無限遠方につくられるが，光学設計上の都合により，無限遠方の物体を焦点面上に結像すると

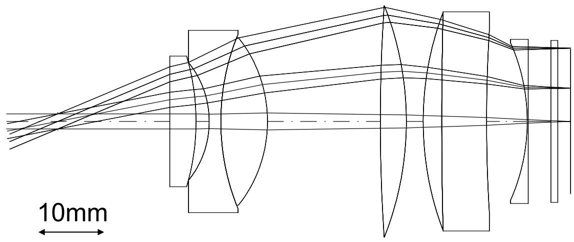

Fig. 2　Ray diagram of natural 3D optical system.

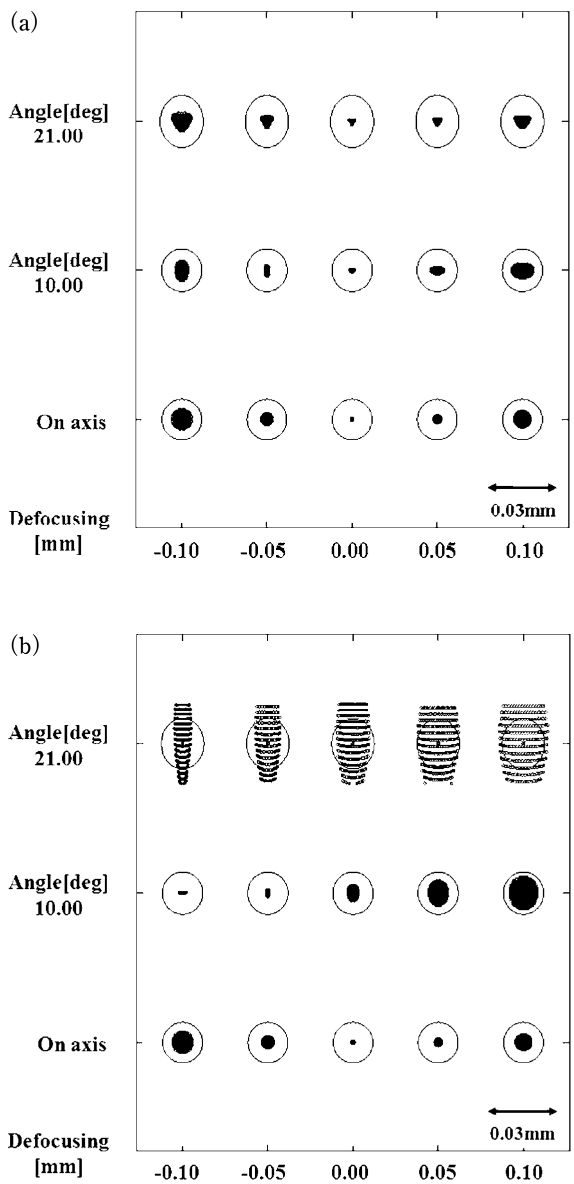

Fig. 3　Spot diagrams of near and infinite object. (a) Infinite object, (b) near object.

して考える．Fig. 2に示す焦点距離 f＝25.0 mm，F/12.5，画角±21° で径（直径）2 mm の絞りが前側焦点面にある光学系を考える．物体距離 L_o が無限遠のときの像が無収差となるように設計したときの，物体距離が無限遠と近距離（絞りから右方に明視の距離 250.0 mm）のそれぞれの

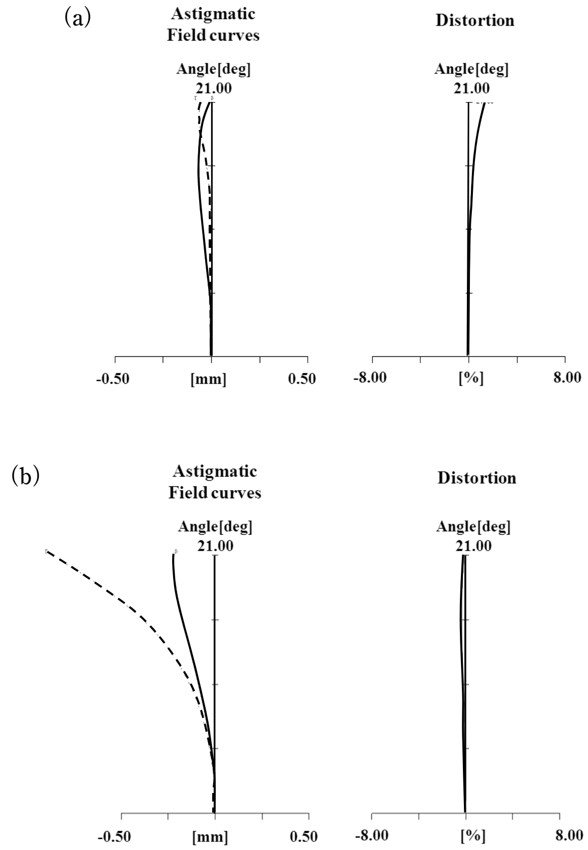

Fig. 4　Longitudinal aberration diagrams of near and infinite object. (a) Infinite object, (b) near object.

スポットダイアグラムを Fig. 3（a）と（b）に示す（近距離では平行平面板として表されているディスプレイの左面に結像するような光路図となるが，レンズ内の光線通過位置はほとんど変化がないので，近距離についての光路図は省略する）．図中の円は F/12.5，λ＝0.5876 μm のエアリーディスク（これは直径 0.018 mm で，スポットダイアグラム中の表示スケールとは関係ない）を示しており，物体移動による球面収差は発生していないことがわかる．Fig. 4は縦収差を示しており，歪曲収差は発生していないが，物体移動によって像面湾曲と非点収差が発生していることが確認できる．なお，無限遠像を考えるときは，近距離用ディスプレイを通して像がつくられるが，厚さが 1 mm 程度であればディスプレイによる収差発生は全く影響がないことが，理論的にも光線追跡からも確認することができる．

3. 理　　　論

前章で，物体移動で発生する収差は，像面湾曲と非点収差が支配的であることがわかった．これらの収差の発生が小さくなるように，光学設計を行うことによって，近距離用ディスプレイの像と無限遠用ディスプレイの像を同時に無収差に結像できることになる．それを達成するための条

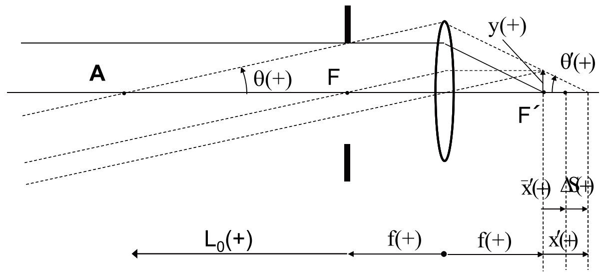

Fig. 5　Optical parameters for estimating spherical aberration.

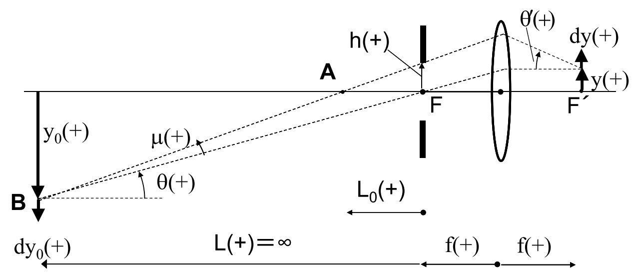

Fig. 6　Optical parameters for estimating sine condition.

件を解析的に導く．他の収差の発生についても考察する．特に球面収差の発生は，光学系をどのくらい明るくすることができるかの重要な目安であるので，まず物体移動による球面収差の発生を解析する．その後に，像面湾曲の非発生条件を導き，さらにコマ収差，歪曲収差の発生が問題とはならないことを理論的に示す．

3.1　球面収差解析

無限遠物体に対して無収差（ただし，歪曲収差は存在してもよい）となる光学系において，近距離物体の結像において発生する三次球面収差を解析的に見積もる．

Fig. 5 に示すように，焦点距離 f の前側焦点に絞りがあり，絞りから距離 L_o にある軸上物点 A の結像を考える．物点が無限遠方にあるときには後側焦点に結像しているので，物体移動による近軸像面移動量 $\overline{X'}$ はニュートンの公式より，

$$f^2 = L_o \cdot \overline{X'} \qquad (1)$$

で与えられる．

軸上物点 A から瞳の上端を通るマージナル光線を考える．絞りは前側焦点にあり，それは入射瞳でもある．入射瞳の高さ（半径）を h，マージナル光線の物空間での傾きを θ，像空間での傾きを θ'，マージナル光線が光軸と交わる位置の焦点からの距離を X' とする．このマージナル光線に平行で，絞り（入射瞳）の中心を通る光線を考える．これは，Fig. 6 に示すように，無限遠方（解析の都合上，距離 L とおいた）の軸外物点 B からの主光線であり，この主光線の後側焦点面での高さを y とする．この光学系は無限遠物体に対して無収差であるため，この主光線に平行に入射する光線はすべて高さ y を通過する．物体距離 L_o が十分に遠いとすれば，θ が小さいので，y は近軸関係で求めることができ，

$$y = f \cdot \tan\theta = f \frac{h}{L_o + f} \qquad (2)$$

となる．ここで，歪曲収差のある光学系を考えているので，厳密には h の高次項まで考えなくてはならない．しかし，実質的には全く考慮する必要のないことが以下のように示せる．焦点移動は式（1）に f=25 mm，L_o=250 mm を代入して 2.5 mm であり，明るい F ナンバーを考えて $F/2$ としても，考慮するべき y の値は 0.6 mm 程度である．3 章 2 節の結論から，$f\sin\theta$ レンズの歪曲収差まで考えておけば十分である．f= 25 mm，y=0.6 mm での $f\sin\theta$ レンズの歪曲収差量は−0.03% となり，式（2）の分子に h の 3 乗の項を考慮しなくても全く問題がないことがわかる．

Fig. 5 のマージナル光線の幾何学的関係より，

$$y = X' \cdot \tan\theta' \qquad (3)$$

となる．式（2），（3）より

$$X' = \frac{\cos\theta'}{\sin\theta'} y = \frac{\cos\theta'}{\sin\theta'} \cdot f \frac{h}{L_o + f} \qquad (4)$$

となる．

次に，Fig. 6 の点 B に関して，軸外での不遊条件[4] を考える．像空間でのテレセントリック性は満たされていると仮定し，このレンズの射影関係を $y = f \cdot g(\sin\theta)$ とする．3 章 2 節での解析の便宜を考え，射影関係を特徴づける関数 g は $\sin\theta$ の関数とする．冗長かもしれないが念のため記すと，L は無限なので，点 A からのマージナル光線と点 B からのマージナル光線は完全に一致する．点 B の高さを y_o とし，点 B の近傍の微小物体 dy_o から微小像 dy への結像を考える．不遊条件が満たされているので，Fig. 6 を参照して以下のような関係式群が得られる．

$$dy_o \cdot [\sin(\theta + \mu) - \sin\theta] = dy \cdot \sin\theta' \qquad (5\text{-}1)$$

$$\mu = \frac{h \cdot \cos\theta}{L / \cos\theta} \qquad (5\text{-}2)$$

$$y_o = L \cdot \tan\theta \qquad (5\text{-}3)$$

$$y = f \cdot g(\sin\theta) \qquad (5\text{-}4)$$

式（5-1）は不遊条件そのものである．式（5-2）では L が無限遠方であることを仮定しており，μ は無限に小さい．物体高さを表す式（5-3）は，Fig. 6 から明らかである．式（5-4）は，射影関係の式を改めて記した．これらの式を用いて，以下のように点 A からのマージナル光線（＝点 B からのマージナル光線）の像空間での傾き θ' が求められる．

$$\sin\theta' = \frac{dy_o}{dy}\cdot[\sin(\theta+\mu)-\sin\theta] = \frac{dy_o}{dy}\mu\cos\theta$$
$$= \frac{L\cdot\dfrac{d\theta}{\cos^2\theta}}{f\cdot g'(\sin\theta)\cos\theta d\theta}\cdot\frac{h\cdot\cos\theta}{L/\cos\theta}\cdot\cos\theta$$
$$= \frac{h}{f\cdot g'(\sin\theta)} \qquad (6)$$

ここで，g' は g の微分を意味する．射影関係が $f\tan\theta$ のとき，

$$\sin\theta' = \frac{h}{f\cdot g'(\sin\theta)} = \frac{h}{f}\cos^3\theta \qquad (7\text{-}1)$$

となる．射影関係が $f\sin\theta$ のとき，

$$\sin\theta' = \frac{h}{f\cdot g'(\sin\theta)} = \frac{h}{f} \qquad (7\text{-}2)$$

となる．式（2）の後で述べた条件から計算すると $\cos\theta=0.995$ であり，式（7-1）と式（7-2）の差は十分に小さい．ここでは，式（7-1）を用いて以下の議論を進める．

式（7-1）を $\sin\theta'$ について解く．式（2）を用い，$L_o+f \gg h$ と仮定すると，

$$\sin\theta' = \frac{h\cos^3\theta}{f} = \frac{h}{f}\frac{1}{(1+\tan^2\theta)^{3/2}}$$
$$\cong \frac{h}{f}\left(1-\frac{3h^2}{2(L_o+f)^2}\right) \qquad (8)$$

となる．さらに，式（8）を式（4）に代入し，最後に $L_o \gg f$ とすると，

$$X' = \frac{fh}{L_o+f}\cdot\frac{\cos\theta'}{\sin\theta'} \cong \frac{fh}{L_o+f}\frac{1-\dfrac{1}{2}\sin^2\theta'}{\sin\theta'}$$
$$\cong \frac{fh}{L_o+f}\frac{f}{h}\left\{1+\frac{3}{2(L_o+f)^2}h^2\right\}\left(1-\frac{1}{2}\frac{h^2}{f^2}\right)$$
$$= \frac{f^2}{L_o+f}\left\{1+\frac{3f^2-(L_o+f)^2}{2(L_o+f)^2f^2}h^2\right\} \cong \frac{f^2}{L_o}\left\{1-\frac{1}{2f^2}h^2\right\}$$
$$(9)$$

となる．式（8），（9）の変形の過程からわかるように，$L_o \gg f$ の条件下では，式（7-2）を採用しても式（9）の結果は同じである．球面収差 ΔS は式（1），（9）より以下のように求められる．

$$\Delta S = X' - \overline{X'} \cong -\frac{h^2}{2L_o} \qquad (10)$$

物体移動に対して球面収差が影響しない条件（F ナンバーの範囲）を求める．球面収差 ΔS が，いわゆる焦点深度より小さければ，球面収差の発生は無視できると考えられるので，

$$2\lambda F^2 \gg |\Delta S| \qquad (11)$$

と表すことができる．式（10），（11）および $F=f/D$，$h=D/2$ より，次式が得られる．

$$F \gg \frac{(f)^{1/2}}{2(L_o\lambda)^{1/4}} \qquad (12)$$

この式に，考えている立体視光学系の条件，焦点距離 f=25.00 mm，近距離物体位置 L_o=250.00 mm，波長 λ=587.6 nm（d 線）を代入すると，

$$F \gg \frac{(25)^{1/2}}{2(0.0005876)} = 4.25 \qquad (13)$$

となる．この結果から，瞳径 6 mm（F/4.2）程度でも，球面収差の影響がないことがわかる．

立体視光学系は眼で観察するため，エアリーディスクではなく，眼の分解能に対して球面収差が小さい条件を考えることが，より適切と考えられる．眼の分解能を ε（ラジアン）とすると，マージナル光線が光軸となす角の正弦と正接の差を無視して，球面横収差が $\Delta S/2F$ なので，

$$\left|\frac{\Delta S}{2F}\right| \le f\cdot\varepsilon \qquad (14)$$

となる．式（10），（14）および，$F=f/D$，$h=D/2$ より，

$$F \ge \frac{1}{2}\left(\frac{f}{2|L_o|\varepsilon}\right)^{1/3} \qquad (15)$$

となる．この式で眼の分解能 ε=1 分= 0.0003 とし，さらに焦点距離 f=25.0 mm，近距離物体位置 L_o=−250.00 mm を代入すると，

$$F \ge 2.75 \qquad (16)$$

となる．この結果から，かなり明るい光学系でも，球面収差の発生は問題とならないことがわかる．

球面収差と F 値の関係を光学設計で確認した．Fig. 3 では F/12.5 での様子が示されているが，実際の立体視光学装置では，眼の位置の不確定を考慮して瞳径 5 mm 程度，すなわち F/5 くらいが必要と考えられる．Fig. 7 はさらに明るく F/3 の場合で，絞りが前側焦点面にあり，物体距離無限遠で無収差となるように設計したときのスポットダイアグラムを図（a）に示す．F/3 のエアリーディスクが示してある．図（b）は近距離物体の場合であり，式（13）から予想されるように，物体移動によってエアリーディスクより大きな球面収差が発生していることがわかる．ただし，式（16）で示したように，Fig. 7（b）で発生している球面収差は眼の分解能より小さく，問題はない．

3.2 物体移動に対する像面湾曲の非発生条件の導出

物体移動において発生する収差は，像面湾曲と非点収差が支配的であるが，ペッツバール和は物体移動によって不変であるので，メリジオナル像面湾曲の発生を抑えられれば，三次収差の領域では非点収差の発生も同時に抑えることができる．

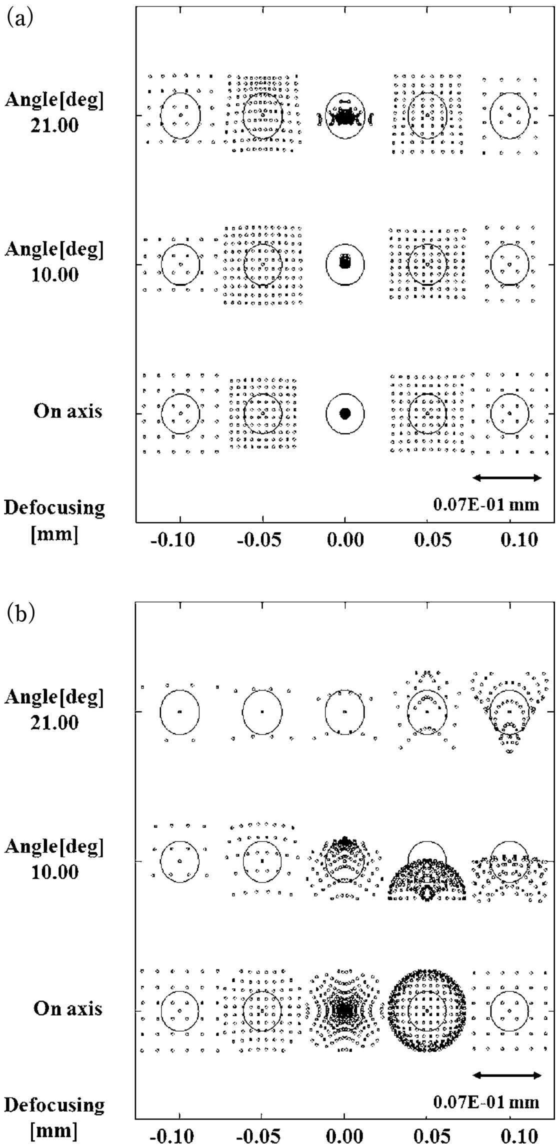

Fig. 7 Spot diagrams of near and infinite object ($F/3$). (a) Infinite object, (b) near object.

物体移動によって発生するメリジオナル像面湾曲の非発生条件を，Fig. 8 に基づいて理論的に導く．実際の立体視光学系では Fig. 8 の絞りの位置に眼がおかれ，無限遠用ディスプレイは後側焦点面におかれ，近距離用表示素子は後側焦点面よりレンズ側に配置され，近距離像は入射瞳（絞り）から右方に約 250 mm の位置につくられる．Fig. 8 では無限遠物体と，レンズ絞りから左方 L_o にある近距離物体を考えているが，像面湾曲の非発生条件を理論的に導く上で問題ない．Fig. 8 には，無限遠の軸外物点に対して光線の傾きが θ である主光線と瞳の上端を通る上光線を実線で，光線の傾きが $\theta+\Delta\theta$ である主光線と瞳の上端を通る上光線を点線で描いてある．絞りから有限距離 L_o にある有限距離物体の軸外物点 C で，傾きが θ である主光線と傾きが $\theta+\Delta\theta$ である上光線がちょうど交わっている．

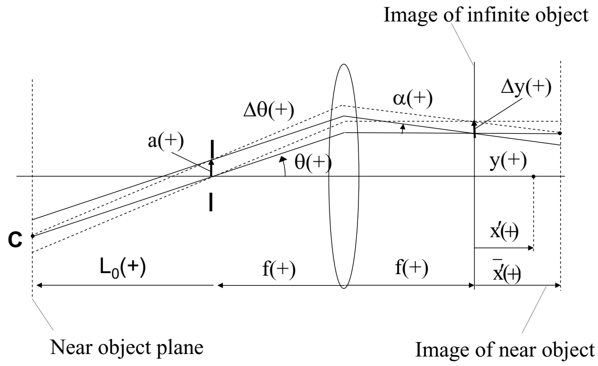

Fig. 8 Telecentric optical system.

無限遠物体に対する射影関係である式（5-4）を改めて書く．

$$y = f \cdot g(\sin\theta) \tag{17}$$

式（17）の両辺を微分すると，

$$\Delta y = f \cdot g'(\sin\theta)\Delta\sin\theta \tag{18}$$

となる．さらに，無限遠に位置する物体が絞りから L_o の距離に移動したときを考える．Fig. 8 における幾何学的関係から，次式が成り立つ．

$$L_o[\tan(\theta+\Delta\theta)-\tan\theta] = L_o\frac{\Delta\theta}{\cos^2\theta} = a \tag{19}$$

ここで，a は絞りの半径であり，L_o に比べて十分に小さいと考える．

物体が光軸方向に移動しても像面湾曲が発生しないためには，物体移動による軸上像点位置の移動と，軸外でのメリジオナル像点の光軸方向への移動が一致すればよい．光軸上での像面移動 X' はニュートンの公式より与えられ，

$$X' \cdot L_o = f^2 \tag{20}$$

となる．式（1）や Fig. 5 では近軸移動量を $\overline{X'}$ としたが，式（20）や Fig. 8 では X' で示している．一方，軸外メリジオナル像点の光軸方向の移動量を $\overline{X'}$ とする．入射の傾きが $\theta+\Delta\theta$ で絞りの上端を通る上光線の像空間での傾きを α，入射主光線が $\Delta\theta$ 傾いたときの無限遠物点のガウス像面での像高の変化を Δy とし，主光線のテレセントリック性が満たされている（主光線が像空間で光軸に平行であり，瞳の球面収差が完全に補正されている）として次式が成り立つ．

$$\Delta y = \overline{X'}\tan\alpha \tag{21}$$

ここで，メリジオナル像点は非常に細い光束を考えており $\tan\alpha \cong \sin\alpha$ とおけるので，式（21）は

$$\overline{X'} = \frac{\Delta y}{\sin\alpha} \tag{22}$$

となる．また，絞りと無限遠像の間の光学不変量から，a が微小として次式が成り立つ．（Straubel の式[4] をメリジ

オナル面内で考える．）

$$a\times\Delta\sin\theta=\Delta y\times\sin\alpha \tag{23}$$

式（22），（23）より

$$\overline{X'}=\frac{\Delta y}{\left(\dfrac{a\cdot\Delta\sin\theta}{\Delta y}\right)} \tag{24}$$

となる．式 (20) で示される軸上物点の移動量 X'と式 (24) の軸外物点の移動量 $\overline{X'}$ を等しいとおくと，

$$\frac{f^2}{L_o}=\frac{(\Delta y)^2}{a\cdot\Delta\sin\theta} \tag{25}$$

となり，さらに式（18）を用いて次式を得る．

$$\frac{f^2}{L_o}=\frac{f^2}{a}\left\{g'(\sin\theta)\right\}^2\Delta\sin\theta \tag{26}$$

さらに式（19），（26）より，

$$g'(\sin\theta)=\left(\frac{a}{L_o}\frac{1}{\Delta\sin\theta}\right)^{1/2}=\left(\frac{a}{L_o}\frac{1}{\cos\theta\Delta\theta}\right)^{1/2}$$

$$=\left(\frac{a}{L_o}\frac{1}{\cos\theta}\frac{L_o}{a\cos^2\theta}\right)^{1/2}=\left(\frac{1}{\cos^3\theta}\right)^{1/2} \tag{27}$$

となる．これを積分すると

$$g(\sin\theta)=\int_0^{\sin\theta}(1-\sin^2\theta)^{3/4}\mathrm{d}\sin\theta$$

$$=\int_0^{\theta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{\cos\theta}}=\int_0^{\theta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{1-2\sin^2\dfrac{\theta}{2}}}$$

$$=2\int_0^{\theta/2}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-2\sin^2 x}}$$

$$=2\mathrm{F}\left(\frac{\theta}{2},\sqrt{2}\right) \tag{28}$$

と，射影関係 g が得られる．ここで，F は第一種楕円積分である．式（28）を満足すれば，物体移動によるメリジオナル像面湾曲の発生を，三次収差の領域に限ることなく，高次収差まで抑制することができる．

式（28）では歪曲収差が$\sin\theta$の関数として露わに表現されていないので，式（27）をテーラー展開で近似すると，

$$g'(\sin\theta)=\left(\frac{1}{\cos^3\theta}\right)^{1/2}\cong 1+\frac{3}{4}\sin^2\theta+\frac{21}{32}\sin^4\theta \tag{29}$$

となる．これを積分して，射影関係 g は五次あるいは三次収差の範囲で，

$$g(\sin\theta)\cong\sin\theta+\frac{1}{4}\sin^3\theta+\frac{21}{160}\sin^5\theta\cong\sin\theta+\frac{1}{4}\sin^3\theta \tag{30}$$

となる．式（28）あるいは式（30）で求められる射影関係を有するように光学設計を行うことで，無限遠物体の像と

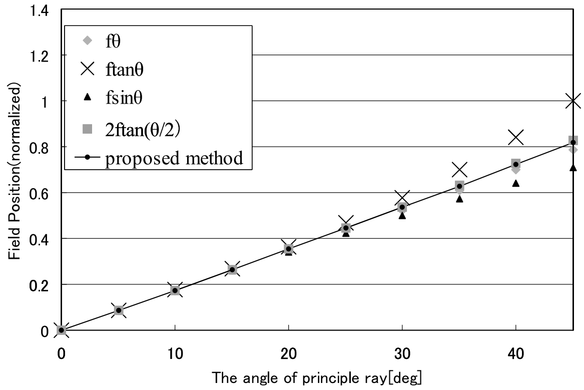

Fig. 9　Projection relation of lens.

近距離物体の像のいずれにおいても，像面湾曲のない光学系が設計できる．

ここで，比較のため一般的な$f\tan\theta$ レンズ，立体射影魚眼レンズ（$2f\tan(\theta/2)$），フーリエ変換レンズ（$f\sin\theta$），$f\theta$ レンズの射影関係 g を $\sin\theta$ の関数として表すと，以下のようになる．

$$f\tan\theta:\ g(\sin\theta)=\tan\theta\cong\sin\theta+\frac{1}{2}\sin^3\theta \tag{31-1}$$

$$2f\tan(\theta/2):\ g(\sin\theta)=2\tan\frac{\theta}{2}\cong\sin\theta+\frac{1}{4}\sin^3\theta+\frac{20}{128}\sin^5\theta$$

$$\cong\sin\theta+\frac{1}{4}\sin^3\theta \tag{31-2}$$

$$f\sin\theta:\ g(\sin\theta)=\sin\theta \tag{31-3}$$

$$f\theta:\ g(\sin\theta)=\theta\cong\sin\theta+\frac{1}{6}\sin^3\theta \tag{31-4}$$

従来の射影関係についてはテーラー展開せずにもとの関数のままで，今回提案した射影関係については$\sin\theta$の5乗まで展開して計算した像高を Fig. 9 に示す．像面湾曲の非発生条件を適用したときの射影関係は，立体射影魚眼レンズと三次の領域で完全に一致し，五次まで考えてもほぼ一致していることがわかる．

3.3　三次収差論による像面湾曲の非発生条件の導出

式（28）は，物体移動による高次のメリジオナル像面湾曲の発生までも抑制する条件であるが，式（30）は三次収差論からも導かれるはずである．光学系の物体位置が移動した後の，物体の三次の球欠（サジタル）像面湾曲収差係数 $\tilde{IV}$ は次式で表される（以後，物体移動後を波印で区別する）[5]．

$$\tilde{IV}=IV-\delta(V+II^{S})+\delta^2 I^{S} \tag{32}$$

IV は物体移動前の三次の球欠像面湾曲系数，V は三次の歪曲収差係数，II^S は瞳の三次コマ収差係数，I^S は瞳の三次球面収差係数，そして δ は物体移動パラメーター[5] を表している．ここで，物体移動による湾曲収差を抑制する

には，式（32）より以下の条件を満たす必要がある．

$$V+I\!I^{S}=0 \text{ かつ } \quad I^{S}=0 \tag{33}$$

瞳の中心を通る主光線が像側テレセントリック（光軸に平行）で出ていけば，瞳の球面収差がなく $I^{S}=0$ となる．また，三次の瞳のコマ収差と三次の物体の歪曲収差には，以下の関係が成立する[5]．

$$I\!I^{S}-V=\left(\frac{\overline{\alpha'}}{N'}\right)^2-\left(\frac{\overline{\alpha}}{N}\right)^2 \tag{34}$$

ここで，$\overline{\alpha}$ は収差係数を求めるための物空間での近軸主光線の換算傾角，N は物空間の屈折率，$\overline{\alpha'}$ は像空間での主光線の換算傾角，N' は像空間の屈折率を示す．入射瞳が前側焦点面にあり，像側テレセントリックである．それゆえ，基準である物体距離無限遠のとき，物空間と像空間の主光線の傾きは以下のようになる．

$$\overline{\alpha}=-\left.\frac{\hat{g}_1}{g_1}\right|_{g_1=\infty}=-\left.\frac{g_1+f}{g_1}\right|_{g_1=\infty}=-1,\ \alpha'=0 \tag{35}$$

ここで，$\hat{g}_1$，g_1 は，主平面から物体までの距離（物体が左方のとき負）と入射瞳から物体平面までの距離（同じく物体が左方のとき負）を意味する．式（35）および $N=N'=1$ を式（34）に代入すると，次式が得られる．

$$I\!I^{S}=V-1 \tag{36}$$

式（33），（36）より歪曲収差係数を求めると，

$$V=\frac{1}{2} \tag{37}$$

となる．次に，式（37）が成立するときの射影関係を求める．横収差 Δy は

$$\Delta y=-\frac{1}{2\alpha'}V\tan^3\theta=-\frac{f}{4}\tan^3\theta \tag{38}$$

と与えられる[5]．α' は収差係数を求めるときの軸上物点からの近軸マージナル光線の像空間での換算傾角であり，物点が無限遠方のとき，$f=1/\alpha'$ である[5]．像高は $f\tan\theta$ の射影関係を基準としているので，実際の像高 $y+\Delta y$ は次式で与えられる．

$$y+\Delta y=f\tan\theta-\frac{f}{4}\tan^3\theta \tag{39}$$

ここで，式（39）を $\sin\theta$ で展開すると，

$$\begin{aligned} y+\Delta y&=f\tan\theta-\frac{f}{4}\tan^3\theta \\ &=f\sin\theta\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}\left(1-\frac{1}{4}\sin^2\theta\cdot\frac{1}{1-\sin^2\theta}\right) \\ &\cong f\sin\theta\left(1+\frac{1}{2}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{1}{4}\sin^2\theta\right) \\ &\cong f\left(\sin\theta+\frac{1}{4}\sin^2\theta\right) \end{aligned} \tag{40}$$

となる．これが三次収差論から導いた，像面湾曲の非発生条件としての射影関係である．この式は，すでに求めた条件式（30）と一致している．逆に式（30）を $\tan\theta$ で展開すれば，式（39）になる．収差論の観点からも，式（30）が妥当であることが確認された．

三次非点収差についても，同様の関係が収差論から導ける．すでに述べたように，ペッツバール和が不変なので，像面湾曲が物体移動で不変であれば，非点収差も三次収差の領域では不変であることは明らかである．

3.4 物体移動による歪曲収差の発生

像側テレセントリック光学系であるので，瞳の球面収差がなければ（テレセントリックが完全であれば），実質的には，歪曲収差は高次収差まで考えても物体移動によって全く変化しないことが，すぐに理解できる．ただし，通常の収差論[5]では，主平面中心（主点）に入る光線の傾きの関数として収差を表すので，次式に示されるように，形式上は歪曲収差係数がわずかに変化する．

$$\tilde{V}=\kappa^2(V-\delta I^{S}) \tag{41}$$

ここで，$\tilde{V}$ は物体移動後の三次歪曲収差係数，κ はもうひとつの物体移動のパラメーターであり，$\kappa=\tilde{\overline{\alpha}}/\overline{\alpha}$ と表される[5]．$\tilde{\overline{\alpha}}$ は，物体移動後の近軸主光線の物空間での換算傾角である．

3.5 三次収差論による物体移動によるコマ収差の発生の検討

三次収差論から，物体移動後のコマ収差係数 $\tilde{I\!I}$ は次式で表される[5]．

$$\tilde{I\!I}=\frac{I\!I-\delta(2I\!I\!I+I\!V^{S})+\delta^2(V+2I\!I^{S})-\delta^3 I^{S}}{\kappa^2} \tag{42}$$

δ の1乗の項の係数について考える．球欠的像面湾曲三次収差係数 $I\!V$ と瞳の球欠的像面湾曲三次収差係数 $I\!V^{S}$ の間には，次の関係がある[5]．

$$I\!V^{S}-I\!V=\frac{\alpha'\overline{\alpha'}}{N'^2}-\frac{\alpha\overline{\alpha}}{N^2} \tag{43}$$

ここで，α は収差係数を求めるための軸上物点からの近軸マージナル光線の物空間での換算傾角，α' は像空間での換算傾角である．無限遠物体のときには $\alpha=0$，$\overline{\alpha'}=0$ であり，$I\!V=0$ となるように設計しておけば，$I\!V^{S}=0$ となる．さらに，$I\!I\!I=0$ と設計すれば，δ の1乗の項の係数は

$$2I\!I\!I+I\!V^{S}=0 \tag{44}$$

となり，三次コマ収差は発生しない．

次に，δ の2乗の項の係数を考える．式（36），（37）より，

$$V+2I\!I^{S}=-\frac{1}{2} \tag{45}$$

となる．このため，若干コマ収差の発生が予想される．ま

た，2 つの物体移動のパラメーターの比は

$$\frac{\delta}{\kappa} = h\tilde{\alpha} - \tilde{h}\alpha \tag{46}$$

である[5]．h は軸上物点からの近軸マージナル光線のレンズ第 1 面での高さ，$\tilde{h}$ は物体移動後の値である．無限物点に対しては $h=1$，$\alpha=0$ である．近距離物体位置の主点からの距離 $\tilde{\bar{g}}_1$ は，入射瞳からの距離 $\tilde{g}_1=250$ mm と大きくは変わらないので，物体移動後の近軸主光線の換算傾角は $\tilde{\alpha} \equiv \frac{1}{\tilde{\bar{g}}_1} \approx \frac{1}{\tilde{g}_1} = \frac{1}{250}$ となる．よって，物体移動パラメーター δ の 2 乗に比例した物体移動後のコマ収差係数は，

$$\tilde{I\!I} = \frac{\delta^2\left(V+2I\!I^{\mathrm{S}}\right)}{\kappa^2} = \left(\frac{1}{250}\right)^2\left(-\frac{1}{2}\right) \tag{47}$$

となる．さらに，物体移動後のメリジオナル面内のコマ収差（横収差）Δy は次式で表される[5]．

$$\Delta y = -\frac{3}{2\tilde{\alpha}'}\tilde{I\!I}(N\tan\omega)R^2 \tag{48}$$

ここで，R は開口の大きさ（主平面での光線の高さ）を示す．主点からの近距離物体位置 $\tilde{\bar{g}}_1$ は約 250 mm であり，これは焦点距離 $f=25$ mm に比べ十分大きいので，像位置は後側焦点から大きくはずれない．それゆえ，$\tilde{\alpha}' \approx 1/25$ とおける．$F/5$ とすると $R=2.5$ mm，半画角 ω は 21° である．これらの値から，横収差を計算してみると

$$\Delta y = -\frac{3}{2(1/25)}\left(\frac{1}{250}\right)^2\left(-\frac{1}{2}\right)\tan 21°\cdot 2.5^2 = 0.0007\ \mathrm{mm}$$

となり，三次のコマ収差の発生は大きな問題ではないことがわかる．また，瞳の球面収差 I^{S} がないように（像側テレセントリックに）設計しているので，物体移動パラメーター δ の 3 乗に比例したコマ収差係数はゼロで，三次コマ収差は発生しない．このように，物体移動による三次コマ収差は，われわれの考えている光学系では大きくないと予想される．

4. 光 学 設 計

適切な射影関係を与えることで，物体移動による像面湾曲を発生させないことが可能なことを，光学設計によって確認する．通常の $f\tan\theta$ の射影関係の光学系と，式（30）で表される射影関係をもつ光学系を設計し，像面湾曲の発生を比較した．Table 1 に光学設計の条件を示す．無限遠方の物体が後側焦点面につくる像と，絞りから 250 mm 右方にある物体（虚物体）が，レンズの後側焦点の少しレンズよりにつくる像を比較する．無限遠方の場合には，厚さ 1 mm の有限用ディスプレイを考慮している．また，より実用的な光学系を想定し，Fig. 2，Fig. 3 の例とは異なり瞳径 $\phi=5$ mm（$F/5$）とした．原理確認のため，d 線のみとして，色収差は考慮していない．

Table 1　Optical designing condition.

・波長	：d 線
・瞳径	：5.00 mm
・焦点距離	：25.00 mm
・F 値	：$F/5.0$
・物体位置	：近距離用ディスプレイ　$L_o=-250.00$ mm
	無限遠用ディスプレイ　$L_o=-\infty$

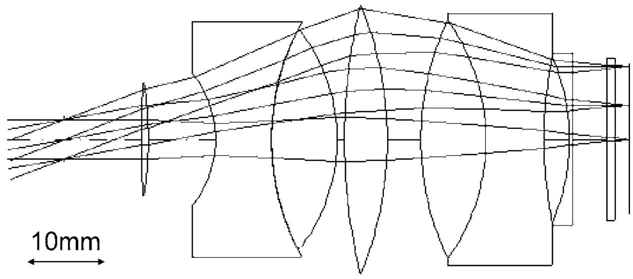

Fig. 10　Ray diagram of applying field curvature non-generation condition.

物体移動による像面湾曲の非発生条件を適用したときのレンズ群の構成を Fig. 10 に示す（光路図はほとんど変化がないので，近距離については省略する）．また，そのときの縦収差図を Fig. 11，スポットダイアグラムを Fig. 12 に示す．縦収差図からわかるように，式（30）の射影関係を満たすように歪曲収差を発生させている．物体を無限遠から有限距離に移動させても像面湾曲および非点収差の発生が抑制されていることが，縦収差図からもスポットダイアグラムからもわかる．3 章 5 節での三次収差係数による議論から予想されたように，コマ収差は大きくは発生していないが，画角も大きく $F/5$ の明るい光学系のためと思われるが，画角端で若干表れている．われわれが理論的に導いた物体移動による像面湾曲の非発生条件が正しいことが，光学設計によって原理的に確認された．

5. ま　と　め

今回，われわれは厚さ方向に複数の透明有機 EL パネルを配置し，両眼で異なる画像を用いて両眼視差を利用したヘッドマウント型の立体視光学装置の検討を行った．この立体視光学装置は，位置の異なる有限用ディスプレイと無限遠用ディスプレイを同時に観察する．このため，通常の光学系では物体移動による収差が発生し，良好な表示画像を得ることができないという問題がある．われわれは，光学設計によって，物体移動により発生する収差は像面湾曲と非点収差が支配的であることを突き止めた．また，球面

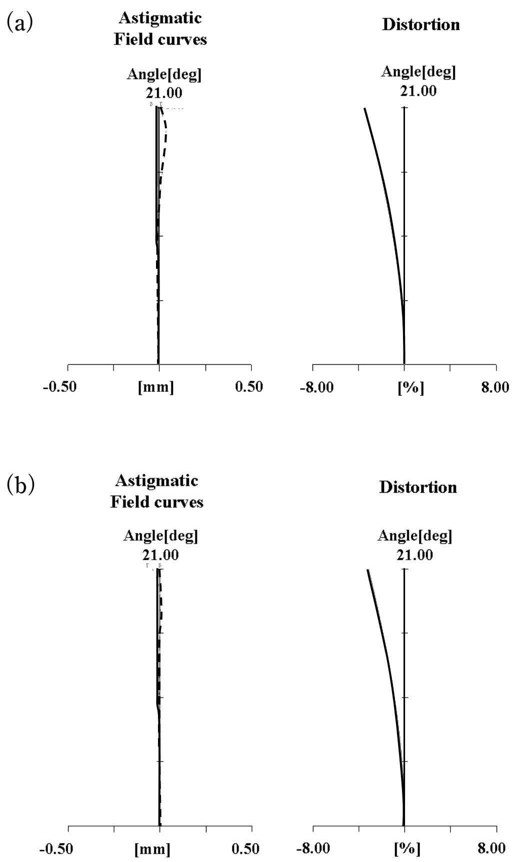

Fig. 11　Longitudinal aberration diagrams of applying field curvature non-generation condition. (a) Infinite object, (b) near object.

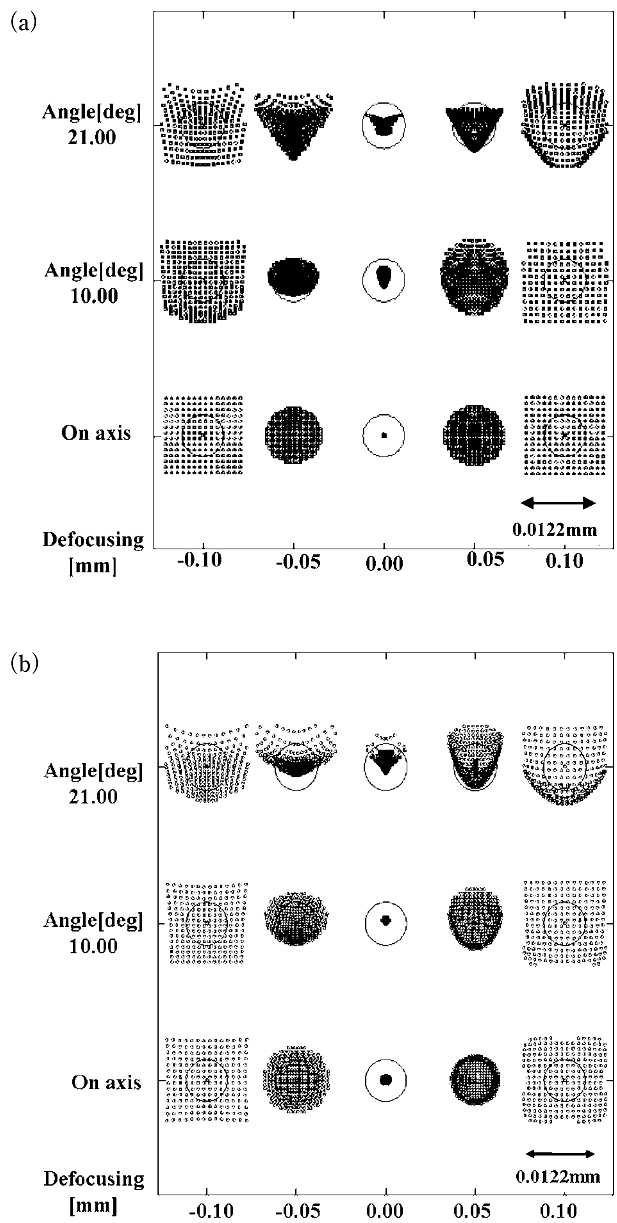

Fig. 12　Spot diagrams of applying field curvature non-generation condition. (a) Infinite object, (b) near object.

収差，コマ収差，歪曲収差の発生が問題ないことを理論的に導いた．この像面湾曲の発生を抑制するために，光軸上と光軸外での像点の光軸方向移動量が等しくなる条件（物体移動による像面湾曲非発生条件）を考察した．その結果，適切な射影関係（歪曲収差）を与えることでメリジオナル像面湾曲が発生しないことを，理論的に導出した．物体移動に対してペッツバール和が不変なことから，非点収差の発生も抑えられる．また，三次収差論からも全く同じ関係を導き，さらに実際の光学設計によって，理論の正しいことを確認した．

像面湾曲非発生条件は意図的に歪曲収差を発生させるが，われわれの立体視光学装置ではディスプレイ上に表示する表示画像を，像面湾曲非発生条件とは反対方向にソフトウェアであらかじめ歪曲させておくことで，最終的に歪曲収差のない立体視像を得ることが可能となる．

このように，像面湾曲非発生条件を満たした光学系とソフトウェアによる画像処理によって，収差のない，両眼視差，輻輳，焦点調節，運動視差の4つのすべての要素を満たす，自然な立体視が可能となるヘッドマウント型の光学装置が実現できる．本光学設計法は，立体視光学系だけでなく，さまざまな光学系に応用が可能である．

文　　献

1）陶山史朗，高田英明，上平員丈：特開 2000-333211.
2）T. Uchida, S. Kaneta, M. Ichihara, M. Ohtsuka, T. Otomo and D. R. Marx: “Flexible transparent organic light emitting devices on plastic films with alkali metal doping as electron injection layer,” Jpn. J. Appl. Phys., **44** (2005) L282–L284.
3）渋谷眞人，岡　幹生：特願 2009-061388.
4）鶴田匡夫：応用光学 I（培風館, 1990）p. 129.
5）松居吉哉：「レンズ設計法」（共立出版，1972）pp. 77–97.