照度差ステレオの原理と実際

池内 克史*・松下 康之**

Photometric Stereo: Theory and Practice

Katsushi IKEUCHI* and Yasuyuki MATSUSHITA**

This survey paper describes a basic theory of photometric stereo, which determines a distribution of surface orientations on an object surface, from a multiple brightness images taken from the same point under varying illumination directions. This survey paper also presents recent progress on the theoretical and application issues on the photometric stereo.

Key words: computer vision, shape-from-shading, stereo, surface orientations, reflectance map

ステレオというと、今はやりの 3D 映画やステレオカメ ラを思い浮かべる. この 3D とかステレオカメラ(正確に は、二眼ステレオ)とよばれる方法は、図1(a)に示すよ うに、同一のシーンを異なる方向から撮影し、2枚の画像 中の角や線といった共通の特徴の見える位置の見かけの違 いから奥行き情報を得るものである. 遠い特徴は見かけの 位置の差が少なく、近い特徴は見かけの位置の差が大きく なる. 人間に目が2つあるのも、この二眼ステレオを実現 するためである.

これに対し、本稿の主題である照度差ステレオは、図1 (b)に示すように、同一シーンを同一地点から、光源方向 を変えながら撮影した複数の画像を用意して、シーン中の 各場所の明るさの変化からそこでの面の傾きを推定すると いう手法である.

二眼ステレオと照度差ステレオは双対関係にある. 二眼 ステレオは各点までの距離を生成するのに対し, 照度差ス テレオは面の傾きを生成する. もちろん, 距離を微分すれ ば面の傾きになるが, 画像処理ではノイズの影響で, こう いった微分や積分処理は好まれない. したがって, 微妙な 面の傾きを得るためには, 照度差ステレオが好まれる. 一 方面の傾き分布を積分すれば距離が得られる. しかし, 各 点での計測誤差があるため, 積分の途中, 誤差が蓄積し, 得られる距離表現は信頼性の低いものになる. このため に、距離情報が欲しい場合には、距離情報を直接出力する 二眼ステレオが好まれる。二眼ステレオは画像中の特徴点 の幾何学的な位置の差を手掛かりにするのに対し、照度差 ステレオは画像中の明るさの差といった光学的な差を手掛 かりにする。

本稿では、この照度差ステレオの解説を行う.まず、基本的な照度差ステレオの基礎理論を説明する.その後、基礎理論を実際に適用しようとした場合の問題点を説明する.

1. 照度差ステレオの基礎理論

図2をみてみよう.まず、この図から人間は、対象が球 であることが推定できる.さらに、画像中に明るい部分が あることから、面の滑らかさやおおよその光源方向まで推 定できる.画家は、この特性を研究して絵画を描いてい る.この人間の明るさ情報解析能力をコンピューターのア ルゴリズムとして実装しようとする分野のことを、明るさ 解析とよぶ.この分野では、Horn や Ikeuchi らが 1980 年 の初頭、1 枚の明るさ画像から奥行きが推定できることを 示した^{1,2}.

照度差ステレオも、複数の画像中の明るさ情報を解析し て奥行き感を得ようとする点で、この分野の研究に属す る.照度差ステレオは、1980年代にMITのWoodhamの博 士論文の一部にその基本原理が提示され³⁾、その後 Silver

^{*}東京大学生産技術研究所(〒153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1) E-mail: ki@cvl.iis.u-tokyo.ac.jp

^{**}マイクロソフトリサーチアジア(中国,北京市) E-mail: yasumat@microsoft.com



図1 二眼ステレオと照度差ステレオ.(a)二眼ステ レオ,(b)照度差ステレオ.



図2 球の明るさ画像.

の修士論文において世界で初めて実装された⁴⁾.以下で は、まず Woodham による基本的な概念を説明し、その問 題点を概説する.

1.1 グラディエント平面と反射率地図

照度差ステレオを含む明るさ解析でよく使用される基本 的なツールとして、反射率地図⁵⁾ とよばれるものがある. また、明るさ解析がおもに法線分布に基づいて行われるた め、グラディエント平面⁵⁾ とよばれる、面の傾きを表現 する平面もよく使用される. 先の反射率地図も、グラディ エント平面に地図における地形の等高線のように等明るさ 線をプロットしたものである.

一般にある点での面の傾きは、そこでの単位法線ベクト ルで表現できる。単位法線ベクトルは、 $\vec{N} = (n_x, n_y, n_z)$ と 書ける。単位ベクトルであるので、長さは、1、すなわ ち、 $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1$ が成立する。このことから面の傾きや 単位法線ベクトルの自由度は、2 しかない。図3(a)に示 すように、法線周りの回転の自由度は、面の傾きに影響を 与えない。

図3(b)のように、物体上の各点の単位法線ベクトルの 始点を座標原点へ投影する。単位法線ベクトルの終点は、 半径1の球上の点となる。この球をガウス球とよび、この 操作のことをガウス写像とよぶ。逆に、すべての単位法線 ベクトルは、このガウス球上の点として表現できる。 次に、

$$p = \frac{n_x}{n_z}$$
$$q = \frac{n_y}{n}$$

なる座標系を定義する(図3(b)参照). これは、ガウス 球上の点を北極で接する平面へと投影したことに対応す る. この座標系は、

$$\frac{(n_x)}{(n_z)} = \frac{(-n_x)}{(-n_z)}$$

という曖昧さをもつ. あるベクトルの方向とその逆の方向 ベクトルが同じ座標系で表現される. これは, 面の表と裏 が同じ傾きであることに対応する.

一方,この分野では、伝統的に観測者の方向として (0,0,1)を用いる.観測者には、表すなわち図3(b)のベク トル方向、すなわち $n_z \ge 0$ である点のみが見えることに注 意すると、この(p,q)を座標系とする平面で可視の法線方 向を曖昧性なくすべて表現できる.この(p,q)を座標系と する平面をグラディエント平面とよび、先の単位法線とは





図4 反射率地図.

$$\vec{N} = (n_x, n_y, n_z) = \left(\frac{p}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}}, \frac{q}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}}, \frac{1}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}}\right)$$

なる関係がなりたつ.図3(c)に示すような面の傾きを表 現する平面である.

このグラディエント平面に等明るさ線をプロットしたも のを,反射率地図とよぶ.この反射率地図は,光源の位置 や材質に応じて形状を変える.たとえば,ランバート面と よばれる物体の反射率地図をみてみよう.

一般にランバート面の明るさは、光源方向と法線方向の なす入射角 θ_i のみに依存し、観測方向には不変であるこ とが知られている。すなわち、面の明るさiは、 $i = \cos \theta_i$ と書ける。これをランバートのコサイン法則とよぶ⁵⁾.

これをベクトル表現であらわす.光源方向を示す単位ベ クトルを \vec{s} とすると、法線は \vec{N} であるから、これらの内 積、すなわち $i = \vec{s} \cdot \vec{N} = \cos \theta_i$ が観測される明るさとな る.正確には、これに表面での色合いや汚れを表す反射定 数の ρ と光源の強さLが掛かり、 $i = L\rho \vec{s} \cdot \vec{N}$ となる.以 下の議論では、反射係数と光源の強さは分離できないの で、簡単のため、この $L\rho = 1$ として取り扱う.

光源方向が観測者と同一の場合の、反射率地図を考える。すなわち、 $\vec{S} = (0, 0, 1)$ 、いま観測される明るさを i_0 とする。 $i_0 = (0, 0, 1) \cdot \vec{N} = (0, 0, 1) \cdot (n_x, n_y, n_z)$ をみたす (p, q)が等明るさ線上の点となる。すなわち、

$$i_0 = n_z = \frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}} = R_0(p, q)$$

が対応するグラディエント平面上での等明るさ線となる. いま簡単な計算で、 $p^2+q^2=(1/i_0)^2-1$. すなわち、原点 を中心とする半径 $r=\sqrt{(1/i_0)^2-1}$ の円となる.明るさの 等高線は、図4(a)に示すように同心円となる.

一般の位置に光源があった場合は,等明るさ線群は図4 (b)のように双曲線群となることが知られている.ここで



図5 照度差ステレオの原理.

注意すべきは、同一の材質(ランバート面)であるにもか かわらず、光源方向に応じて、異なった等明るさ線 *R*(*p*, *q*) が得られるという点にある.この事実を用いて、照度差ス テレオは構成されている.

1.2 照度差ステレオの原理

明るさ解析とは、画素の明るさ i_0 が与えられたとき、 面の傾き(p,q)を求めることである.たとえば、先の光源 が観測者と同じ位置にある場合、半径 $\sqrt{(1/i_0)^2-1}$ の円上 の点すべてが解となる.すなわち、1回の観測では、1自 由度までしか決定できない.そこで、光源の方向が変わる と反射率地図の等明るさ線分布が変わるということを利用 して、複数回の観測から解を得るというのが、図5に示す ように照度差ステレオの原理である.

ある光源下で、ある画素の明るさが i_1 であったとする. この光源下での反射率地図を $R_1(p,q)$ とすると、可能性の ある面の傾きは $R_1(p,q) = i_1$ を満たし、この等明るさ線の どこかであることがわかる.次に、この光源を消して、異 なる方向の光源をオンにする.シーンの同じ場所から、明 るさ i_2 を得たとする.光源方向が異なると反射率地図は 異なり、これを R_2 とすると、得られる方程式は $R_2(p,q) =$ i_2 となる.2つの画像間では、観測者と物体の関係は変化 していないので、2つの軌跡の交点が解となる.一般に曲 線同士の交点は複数でてくるので、照度差ステレオでは、 3つめの光源を準備し、同様の処理を行うことで、ユニー クな解を得る.

Woodham は、ランバート面の三光源照度差ステレオに 関しては、線形方程式として取り扱うことができることを 示した³⁾. いま、1つの光源方向を表す単位ベクトルを \vec{S}_1 、 未知の法線ベクトルを \vec{N} とすると、観測値 i_1 は $\vec{S}_1 \cdot \vec{N} = i_1$ と書ける、3つの観測があった場合、それらを積み重ねて 表面反射 内部反射



図6 内部反射と表面反射.

行列とベクトル表現として,

$$\begin{bmatrix} \vec{S}_1^t \\ \vec{S}_2^t \\ \vec{S}_3^t \end{bmatrix} \vec{N} = \begin{bmatrix} s_{1,x} & s_{1,y} & s_{1,z} \\ s_{2,x} & s_{2,y} & s_{2,z} \\ s_{3,x} & s_{3,y} & s_{3,z} \end{bmatrix} \vec{N} = \mathbf{S}\vec{N} = \vec{I} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

の形に書ける.ここで、**S**は既知の光源ベクトルをまとめ て記述した 3×3 の既知の光源行列であり、 \vec{I} は 3 つの観 測値を要素とする観測データベクトルである.

この既知の光源行列 S の逆行列を両側に掛けることで、 $\vec{N} = \mathbf{S}^{-1} \vec{I}$

として,解析的に \vec{N} が求められる.

2. 照度差ステレオの実際

上記の照度差ステレオには、実際の場面に適用しようと した場合、2つの問題があることがすぐにわかる.

1) 一般の面は理想的なランバート面ではない

2) 光源方向が既知としたが、未知の場合はどうなるのか 本章では、これらの問題について考える.

2.1 一般面への照度差ステレオの適用

一般的に光の反射には、図6のように、物体表面で反射 する表面反射成分と、光が表面を突き破って内部の色素と 相互作用を起こしながら空気中に出てくる内部反射成分と が存在する⁶⁾(図5参照).この表面反射成分と内部反射成 分では、方向性、色彩、偏光などの物理的性質が異なるこ とが知られている.まず方向性に関しては、内部反射成分 は、ランバート拡散モデルで記述されるようにすべての方 向に均一に光エネルギーを反射する.ランバート拡散モデ ルで近似できる内部反射成分のみをもつ表面の例として、 紙の面や石膏面があげられる.

一方,表面反射成分は,光が物体表面でそのまま反射し てくる成分で,特定の方向にすべての光エネルギーを反射 する.ハイライトとか鏡面反射とよばれるもので,鏡面が 代表的なものである.金属面も表面反射成分のみである.

内部反射成分の色は,その物体に特有の色となることが 知られており,表面反射成分の色は光源色となることが多い.ただし,金属面の表面反射成分は,その物体特有の色 となる.表面反射成分は偏光しないのに対し,表面反射成 分は偏光することが知られている.プラスティック面や塗 装面など,一般によく出会う面は,拡散反射成分と表面反 射成分の両者が混在する.

先に述べた Woodham らの照度差ステレオは,上記の面 のうち,内部反射成分がランバートモデルで表現できる 場合のみを取り扱ったものである.一方,表面反射成分 のみをもつ表面,すなわち金属面などを扱う照度差ステ レオも,やはり 1980 年代から検討されている.たとえば Ikeuchi は,通常の照度差ステレオがおもに点光源を使用 するのに対し,面光源を使用して,物体表面にうつる光源 分布が法線と関係づけられることを利用して,照度差ステ レオを構成した⁷⁾.

こういった理想的な場合をのぞき,一般の物体は,拡散 反射成分と表面反射成分をあわせもつ.一般的な面を照度 差ステレオで扱う場合,手法的に,1)全体をパラメト リックなモデルとして扱う方法と,2)外れ値 (outlier)的 扱いをとる方法に二分できる.

2.1.1 パラメトリックな手法

拡散反射成分と表面反射成分をパラメトリックなモデル で表現すると、一般的に、

 $i = \alpha \cos \theta_{\rm i} + (1 - \alpha) f(\theta_{\rm b})$

と表現することが多い⁸⁾. ここで、 θ_b は光源方向と観測方 向の二分方向と法線方向のなす角であり、また α は内部 反射と表面反射の比率である.こういったモデルを使用し た場合、当然、推定するパラメーターが増える.そのため に光源の数を増やすというのが定石である.たとえば Nayar らは、80方向ほどの光源を用いて、図7に示すよう に法線分布だけでなく、内部反射と表面反射の比率を求め た⁹⁾ (近年の手法としては、文献¹⁰⁻¹⁵⁾ などを参照).

2.1.2 ロバストなアプローチ

表面反射成分を明示的にモデル化することなく, ラン バート拡散反射モデルからの外れ値と見なして法線を推定 することも可能である.たとえば Coleman と Jain は,4枚 の画像を用いて4組の照度差ステレオを構成し,この4組 の解のなかで多数決がとれるものを真の解とする手法を提 案した¹⁶.

統計的なロバスト推定手法を導入することも可能であ る.得られたデータに対して何らかの仮定を置き,その仮 定からデータが外れる場合にも推定精度の劣化が少なくな るようにデザインされる.Miyazakiらのメディアン照度差 ステレオ (median photometric stereo)もある意味 Coleman と Jain の展開であり,図8に示すような8つほどの光源を 用いてロバスト推定を行い,濡れた石窟のなかの細線画の



 $\boxtimes 7$ Photosampler⁹⁾.



 \boxtimes 8 Median Photometric Stereo¹⁶⁾.

形状を測定した 17).

Wuらは行列補完の枠組みでロバストな照度差ステレオ を提案している¹⁸⁾.この手法では,観測輝度行列Iを低ラ ンク行列と疎な誤差行列に分離することで,安定的に精度 の高い推定をすることを提案している.すなわち,ラン バート項Aと疎な誤差行列E(ランバート拡散反射からの 外れ値)に和として入力画像列を説明する.

I = SN + E = A + E

行列Aのランクが小さくなることとEが疎である事実を 利用して

$\min_{\mathbf{A}\mathbf{F}} \{ \operatorname{rank} \mathbf{A} + \gamma \| \mathbf{E} \|_0 \} \text{ s.t. } \mathbf{I} = \mathbf{A} + \mathbf{E}$

を解く.実際には、不連続な non-convex な評価関数であ るので直接的に計算することは困難であるが、ある条件下 では簡単に最小化できる形式に変換することが可能であ る.この事実を用いて、最小二乗による手法に比して精度 が非常に高い手法を提案した。Wuらによれば、40枚の合 成画像による比較実験で平均角度誤差が最小二乗のアプ ローチでは約1度であるのに対して、Wuらの手法では 0.01度程度になると報告されている.RANSACなどの手法 でも、計算コストは大きくなるが同様に高い精度が出ると 考えられる.

2.1.3 一般的な反射特性に対するアプローチ

もともとの Woodham の照度差ステレオを実際に実装し

ようとした Silver は、当然、実際の物体が完全なランバー トモデルではないという事実につきあたった.そこで、対 象面と同じ反射特性をもつ形状既知の物体を用意し、この 物体を利用して、明るさの三つ組と法線方向との参照表を 構成し、物体の形状を決定した.Horn と Ikeuchi も、照度 差ステレオを用いてビンピッキングのためのロボットの目 を構成する際、この手法を適用した¹⁹⁾.この手法は、近年 になって Hertzmann と Seitz らによって再発見され、 example-based photometric stereo と称された²⁰⁾.

参照物体を用いず、一般的な拡散反射物体を扱うには、 なんらかの不変系を用いる必要がある. Okabe らは、陰の パターンが反射率によらず形状のみに依存することを利用 して、形状を決定する手法を提案した²¹⁾. Higo らは、任 意の拡散反射に対して不等式で表現される不変系を用いる consensus photometric stereo を提案している²²⁾.

2.2 光源方向未知の場合

照度差ステレオでは、光源方向は既知としている.これ を未知としたものを、未較正照度差ステレオとよぶ.入射 光方向(もしくは分布)の計測が困難である場合には非常 に有効な手法であるが、得られる法線ベクトルには一般 に、曖昧さが残ることが知られている.

ここでは,未較正照度差ステレオでどのような曖昧さが 残るのか,またどのようにしてそれをなくすことができる のかをみてみよう.

I = SN

において,光源行列Sが未知であるとしよう.なおここでは,1点の観測値だけで解を得るのではなく,複数点同時に観測し,それらを総合して解を得ることを考えるため,IもNもベクトルでなく行列として表現している.任意の逆行列をもつ行列Hを用いて

$\mathbf{I} = \mathbf{S}\mathbf{N} = (\mathbf{S} \ \mathbf{H})(\mathbf{H}^{-1}\mathbf{N})$

と表現できるので、観測行列 I を出力する入射光 Sと法線 N の組み合わせは、無数に存在することになる.

Hayakawa は、6 フレームの相対的な入射光の明るさが 既知の入力画像を用いることにより、この不定性が解消で きることを示した²³⁾. Belhumeur らは可積分条件 $p_y = q_x$ を用いることにより、この不定性が、より自由度の低い不 定性 **G**

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \mu & \nu & \lambda \end{bmatrix}$$

に帰着できることを理論的に示した²⁴⁾.Yuille らは,相対 的な反射率が既知の4つのピクセルを用いて,この不定性 を解決した²⁵⁾.近年,Shi らは,この前知識を必要とせ ず,入力データから自動的に最適なピクセルを選択し,こ の不定性を解決する手法を提案している²⁶⁾.

照度差ステレオも,提案されてから約30年が過ぎた. 最初は実験室レベルの理論にしか過ぎなかったが,各種の 理論強化により,実際に実用に耐えるものが出てきた.同 様のことが,二眼ステレオに関してもいえる.今後は,こ の両者を組み合わせたより強力な手法が出てくることを期 待して,本稿をとじる.

文 献

- B. K. P. Horn: "Shape from shading: A method for obtaining the shape of a smooth opaque object from one view," Ph. D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology (1970).
- K. Ikeuchi and B. K. P. Horn: "Numerical shape from shading and occluding boundaries," Artif. Intell., 17 (1981) 141–184.
- R. J. Woodham: "Reflectance map techniques for analyzing surface defects in metal castings," Technical report, TR-457 (Artificial Intelligence Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, 1978).
- W. M. Silver: "Determining shape and reflectance using multiple images," Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology (1980).
- B. K. P. Horn: *Robot Vision* (The MIT Press, 1986). NTT ヒューマンインターフェース研究所(訳), ロボットビジョン 一機械は世界をどう視るか—(朝倉書店, 1993).
- S. A. Shafer: "Using color to separate reflection components," Color Res. Appl., 10 (1985) 210–218.
- K. Ikeuchi: "Determining surface orientations of specular surfaces by using the photometric stereo method," IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intelligence, 3 (1981) 661–669.
- S. K. Nayar, K. Ikuchi and T. Kanade: "Surface reflection: Physical and geometrical perspectives," IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intelligence, 13 (1991) 611–634.
- 9) S. K. Nayar, K. Ikeuchi and T. Kanade: "Determining shape and reflectance of hybrid surfaces by photometric sampling," IEEE

Trans. Robot. Autom., 6 (1990) 418-431.

- H. S. Chung and J. Jia: "Efficient photometric stereo on glossy surfaces with wide specular lobes," *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition 2008 (CVPR)* (2008) pp. 1–8.
- A. S. Georghiades: "Incorporating the torrance and sparrow model of reflectance in uncalibratedphotometric stereo," *Proceedings of International Conference on Computer Vision* (ICCV) (2003) pp. 816-823.
- 12) D. B. Goldman, B. Curless, A. Hertzmann and S. M. Seitz: "Shape and spatially-varying BRDFs from photometric stereo," *Proceedings of International Conference on Computer Vision* (ICCV), Vol. 1 (2005) pp. 341–348.
- 13) Y. Iwahori, H. Sugie and N. Ishii: "Reconstructing shape from shading images under point light source illumination," *Proceedings of International Conference on Pattern Recognition* (ICPR) (1990) pp. 83-87.
- 14)向川康博: "反射·散乱の計測とモデル化",情報処理学会研究 報告, CVIM 172 (2010) 1-11.
- 15) Y. Mukaigawa, Y. Ishii and T. Shakunaga: "Analysis of photometric factors based on photometric linearization," J. Opt. Soc. Am. A, 24 (2007) 3326–3334.
- 16) E. N. Coleman and R. Jain: "Obtaining 3-dimensional shape of textured and specular surfaces using four-source photometry," Comput. Graphics Image Process., 18 (1982) 309–328.
- 17) D. Miyazaki, K. Hara and K. Ikeuchi: "Median photometric stereo as applied to the segonko tumulus and museum objects," Int. J. Comput. Vision, 86 (2010) 229–242.
- 18) L. Wu, A. Ganesh, B. Shi, Y. Matsushita, Y. Wang and Y. Ma: "Robust photometric stereo via low-rank matrix completion and recovery," *Proceedings of Asian Conference on Computer Vision* (ACCV), Vol. 3 (2010) pp. 703–717.
- B. K. P. Horn and K. Ikeuchi: "The mechanical manipulation of randomly oriented parts," Sci. Am., 251 (1984) 100–111.
- 20) A. Hertzmann and S. M. Seitz: "Example-based photometric stereo: Shape reconstruction with general, varying BRDFs," IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., 27 (2005) 1254– 1264.
- 21) T. Okabe, I. Sato and Y. Sato: "Attached shadow coding: Estimating surface normals from shadows under unknown reflectance and lighting conditions," 2009 IEEE Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV) (2009) pp. 1693–1700.
- 22) T. Higo, Y. Matsushita and K. Ikeuchi: "Consensus photometric stereo," Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR) (2010) pp. 1157–1164.
- 23) H. Hayakawa: "Photometric stereo under a light source with arbitrary motion," J. Opt. Soc. Am. A, 11 (1994) 3079–3089.
- 24) P. N. Belhumeur, D. J. Kriegman and A. L. Yuille: "The bas-relief ambiguity," Int. J. Comput. Vis., 35 (1999) 33-44.
- 25) A. L. Yuille, D. Snow, R. Epstein and P. N. Belhumeur: "Determining generative models of objects under varying illumination: Shape and albedo from multiple images using svd and integrability," Int. J. Comput. Vis., **35** (1999) 203–222.
- 26) B. Shi, Y. Matsushita, Y. Wei, C. Xu and P. Tan: "Self-calibrating photometric stereo," *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)* (2010) pp. 1118–1125.

(2011年12月26日受理)