

# ドーム型ディスプレイ用投影光学系の設計

山口 城\*・長谷 隼佑・渋谷 真人・前原 和寿・水野 統太\*\*・中楯 末三

東京工芸大学工学部 〒243-0297 厚木市飯山 1583

\*現所属：南部化成(株)テクノセンター 〒421-0304 静岡県榛原郡吉田町大幡 21-1

\*\*現所属：電気通信大学大学院情報理工学研究科総合情報学専攻 〒182-8585 調布市調布ヶ丘 1-5-1

## A Novel Design of Projection Optics for Dome Display

Jo YAMAGUCHI\*, Shunsuke HASE, Masato SHIBUYA, Kazuhisa MAEHARA, Tota MIZUNO\*\* and Suezou NAKADATE

Graduate School of Engineering, Tokyo Polytechnic University, 1583 Iiyama, Atsugi-shi, Kanagawa 243-0297

\*Present affiliation: Techno Center, Nanbu Plastics Co., Ltd., 21-1 Oohata, Yoshida-cho, Haibara-gun, Shizuoka 421-0304

\*\*Present affiliation: Management Science and Engineering Program, Department of Informatics Graduate School of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications, 1-5-1 Chofugaoka, Chofu-shi, Tokyo 182-8585

In dome display, we theoretically derived the condition of the projection lens to suppress the field curvature caused by the change of radius of dome display. Because we could not change the Petzval image surface, we consider the condition that an average image surface of meridional image surface and the sagittal image surface agrees with a dome display. In addition, we confirmed its validity by practical lens designing.

**Key words:** dome display, projection lens, field curvature, Petzval sum, meridional image surface, sagittal image surface

### 1. はじめに

近年、映像表示デバイス分野では三次元表示への関心が高まっており、それらの研究開発が進んでいる。三次元表示デバイスの中で広範囲で視野を覆うドーム型ディスプレイは従来からあるが、今でも航空機や自動車等の運転シミュレーター、プラネタリウムなどに盛んに用いられている。しかしながら、ドーム型ディスプレイでは、固有のスクリーンサイズ（ドーム半径）に対し、投影する光学系の位置（スクリーンまでの距離）が自ずと固定されてしまう。一般に物体距離が変わると収差が発生するので、スクリーンサイズを変更した場合、良好な映像を投影することができないという問題があった。

Fig. 1 に示すドーム型ディスプレイは、球状のドーム型スクリーンと、それに液晶パネルの映像を照射するためのプロジェクターからなる。このドーム半径が変化したとき

には、ドームスクリーンとレンズとの距離も変化し、これに伴い液晶パネルも移動する。一般に、どのような光学系においても、物体移動に対してピントを合わせ直しても収差が発生する。ズームレンズのようにレンズ間隔を可変にすれば収差改善が見込まれるが、それでもペッツバル和は変更できないため、スクリーン面の曲率とペッツバル像面の曲率は必ず乖離する。ペッツバル像面に対するメリジオナル像面とサジタル像面の乖離は、三次収差の領域で3:1であるため、メリジオナル像面とサジタル像面の両方を、ドーム半径が変化してもドーム面に一致させるように補正することは原理的に不可能である。

そこで本研究では、このドーム半径が変化しても最良な像を写し出せる光学系について検討を行った。本論文では、ドーム型スクリーンを物体、液晶パネルを像とし、ドームの曲率中心と光学系の瞳を一致させ、かつ光学系の

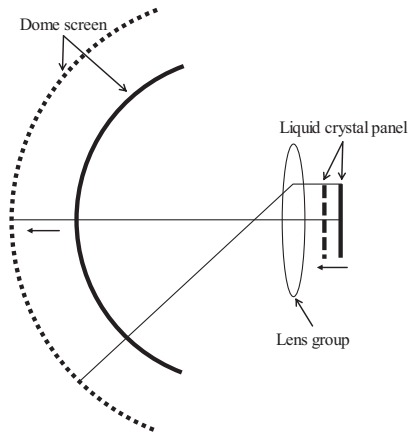


Fig. 1 Optical system for dome display.

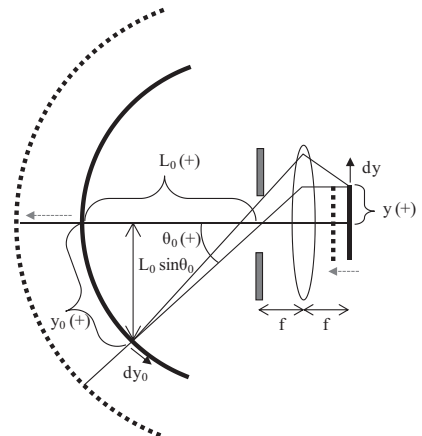


Fig. 2 Parameters for dome display optics.

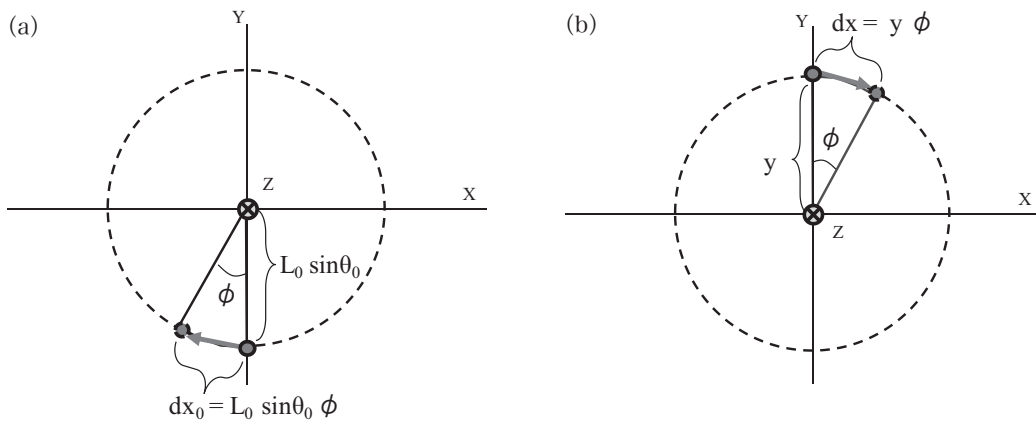


Fig. 3 Movement of off-axis object point and image point by rotation about the optical axis. (a) Object, (b) Image.

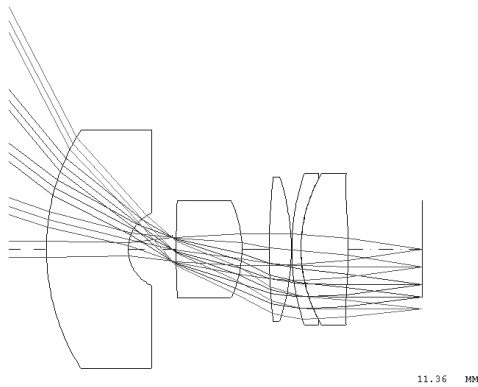


Fig. 4 Ray diagram of the optics which satisfies the condition that meridional image surface curvature is invariant when the image distance is changed.

Table 1 Fundamental optical parameters.

• Wavelength	d-line ( $\lambda = 587.5618 \text{ nm}$ )
• Pupil diameter	3 mm
• Focal length	10 mm
• $F$ number	$F/3.3$
• Object distance	radius of dome display $L_0 = 500, 1000$ (standard [distance for optimization of optics]), 2000 mm

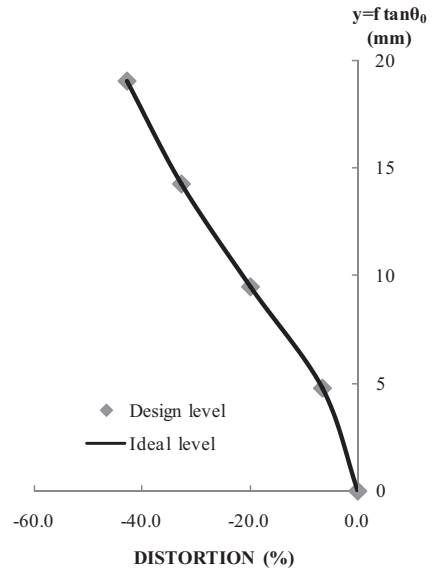


Fig. 5 Distortion diagram for the optics of Fig. 4.

Table 2 Lens data which satisfies the condition that meridional image surface curvature is invariant when the image distance is changed.

Surface No.	Surface type	Radius	Thickness	Refractive index
Object	Sphere	1000.00000	1000.00000	
1	Sphere	39.99401	15.00000	1.75520
2	Sphere	7.22749	8.09070	
Stop	Sphere	Infinity	0.68326	
4	Sphere	178.28269	12.07915	1.71643
5	Sphere	-20.80846	4.99407	
6	Sphere	114.87561	4.04821	1.75520
7	Sphere	-42.06382	0.10000	
8	Sphere	41.91090	1.70000	1.55312
9	Sphere	26.80399	8.67069	1.75520
10	Odd-order aspherical	-66.64000	13.49663	
Image	Sphere	Infinity		

Aspherical coefficients for 10th surface				
Conic constant:	-1.2053E+02	AR3: -1.5774E-05	AR4: -7.8016E-06	
AR5:	-4.8320E-08	AR6: 2.7809E-07	AR7: -9.8322E-10	
AR8:	-1.3302E-09	AR9: 2.8100E-12	AR10: 2.7550E-12	

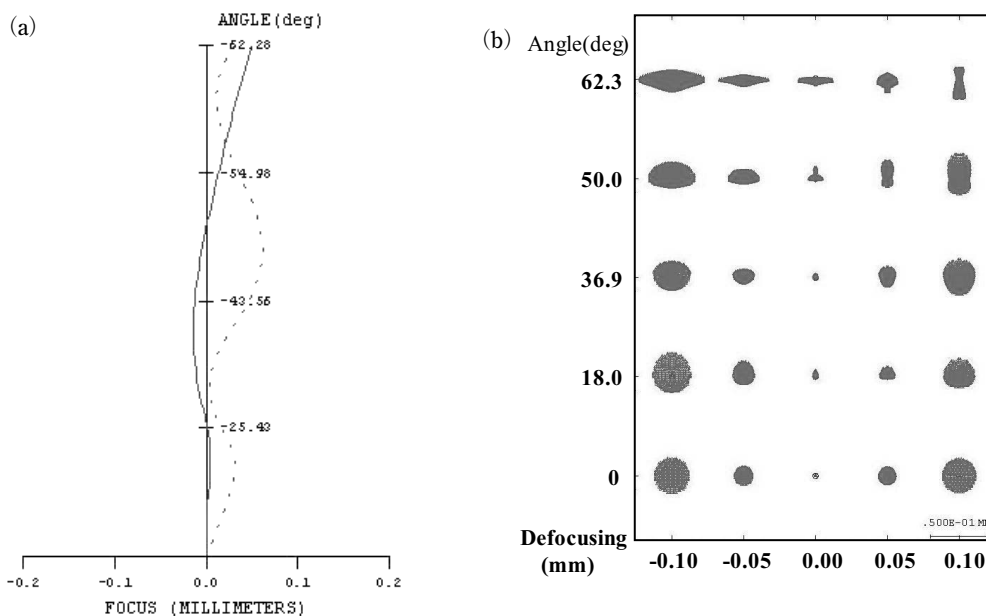


Fig. 6 Object distance is 500 mm for the optics of Fig. 4. (a) Longitudinal aberration diagram of field curves, (b) Spot diagram.

前側焦点に入射瞳がある片側テレセントリック光学系を想定して考察する。液晶パネル側がテレセントリックなので、ドーム半径の変化に合わせて液晶パネルを適切に移動したとき、映写される像の大きさは、ドーム半径に比例する。適当なディストーションを与えることにより像面湾曲を抑制できることを、すでにわれわれは見つけている<sup>1,2)</sup>。この手法を援用し、ドーム半径を変更してもメリジオナルとサジタルの平均の像面湾曲の発生が少ない光学系の条件を理論的に導き、光学設計により理論が正しいことを確認した。

三次収差論ではなく、主光線のメリジオナル像点とサジタル像点の位置を直截的に非常にプリミティブな理論で扱っているために、画角に対しての近似はまったくなく、広画角まで正しい結果を与える。低次では三次収差論と一致するはずであり、その証明も意義があると思うが、論文のコンパクト性も考え、またわれわれの既論文<sup>2)</sup>においても示していないので、それらも含めて今後の課題とする。

## 2. 理 論

ドーム半径を変更しても、メリジオナル像面とサジタル

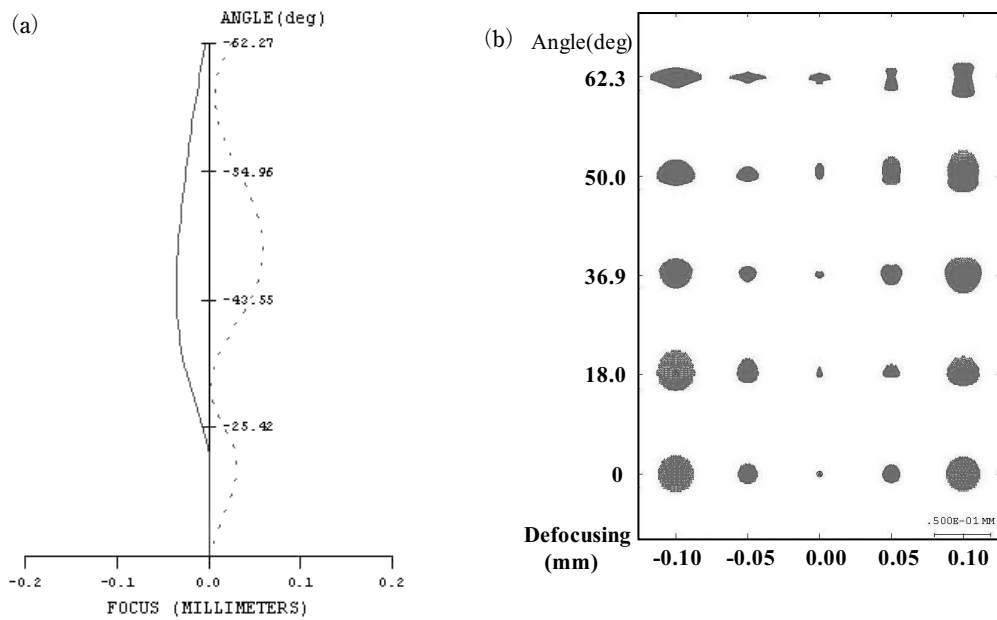


Fig. 7 Object distance is 1000 mm for the optics of Fig. 4. (a) Longitudinal aberration diagram of field curves, (b) Spot diagram.

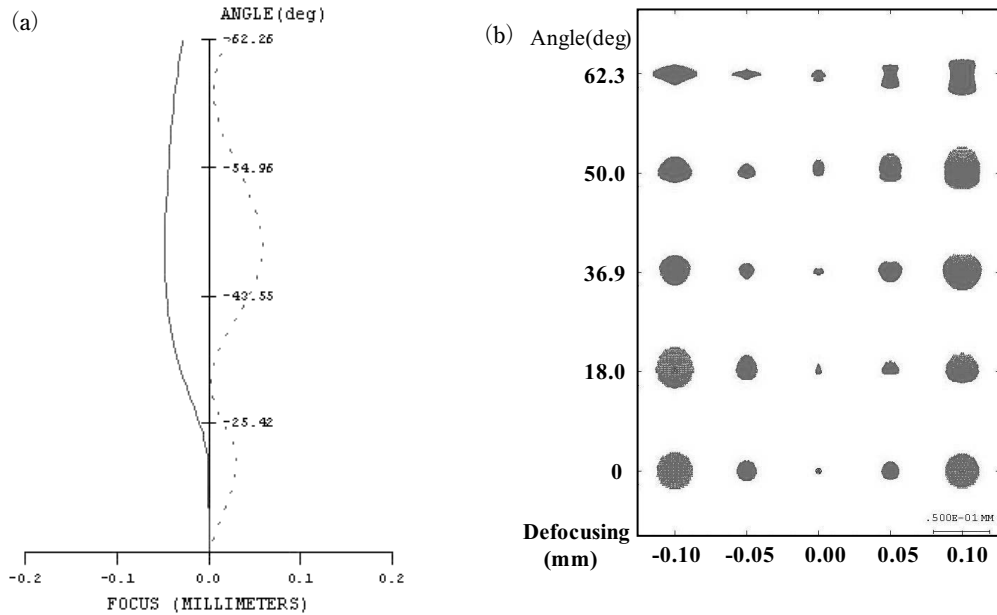


Fig. 8 Object distance is 2000 mm for the optics of Fig. 4. (a) Longitudinal aberration diagram of field curves, (b) Spot diagram.

像面の両方の収差を少なくするために、最終的にはおのおの平均の像面湾曲の発生が少ない光学系を考える。手順として、メリジオナル像面湾曲とサジタル像面湾曲を別々に考えることとし、それぞれの像面が変化しない条件を理論的に導く。さらに、その平均像面を導出する。

### 2.1 メリジオナル像面が変化しない条件

メリジオナル像面が変化しない条件を導出する。Fig. 2に示すように、像側（液晶パネル側）テレセントリック光学系のドーム型ディスプレイで、物体高  $y_0$  をドーム球面に沿って測ると、ドーム半径  $L_0$ 、主光線の入射角  $\theta_0$  を用

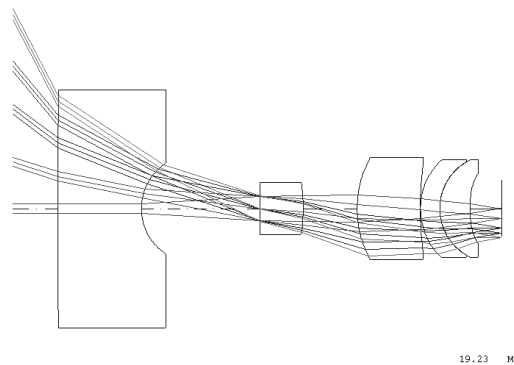


Fig. 9 Ray diagram of the optics which satisfies the condition that sagittal image surface curvature is invariant when the image distance is changed.

いて次式で表わされる.

$$y_0 = L_0 \theta_0 \quad (1)$$

式 (1) を  $\theta_0$  で微分すると,

$$dy_0 = L_0 d\theta_0 \quad (2)$$

となる. 一方, 像高を  $y$ , レンズの射影関係を  $g(\theta_0)$  とすると, 像側テレセントリックなので, 物体距離にかかわらず,

$$y = fg(\theta_0) \quad (3)$$

と書ける. ここで,  $f$  は焦点距離である. 式 (3) を微分すると, 次式となる.

$$dy = fg'(\theta_0)d\theta_0 \quad (4)$$

Fig. 2 に示すように, ドーム半径  $L_0$  が変化するとき, 軸上物点の光軸上の移動量と軸外物点の主光線方向の移動量は同じである. このとき, 像面側でも軸上像点と軸外像点の移動量が同じであれば, 像面湾曲が発生しない. このためには, 主光線に沿った縦倍率が光軸上の縦倍率 (近軸縦倍率) と同じであればよい.

主光線が物体にも像面にも垂直であり, また縦倍率は横倍率の二乗なので, 主光線回りの横倍率  $\beta$  が近軸横倍率  $\beta_0$  と等しければ, 主光線回りの縦倍率が像高によらず一定である (念のため付記すると, ここでの横倍率は球面に沿った微小物体高と像平面上の微小物体高の比を表している). すなわち, ドーム半径の変化に対しての像面 (液晶パネル) の光軸方向移動が一定となる. 主光線回りのメリジオナル方向の横倍率が近軸横倍率と等しいと置くと, 次の関係を得る.

$$\beta_0 = \beta = \frac{dy}{dy_0} \quad (5)$$

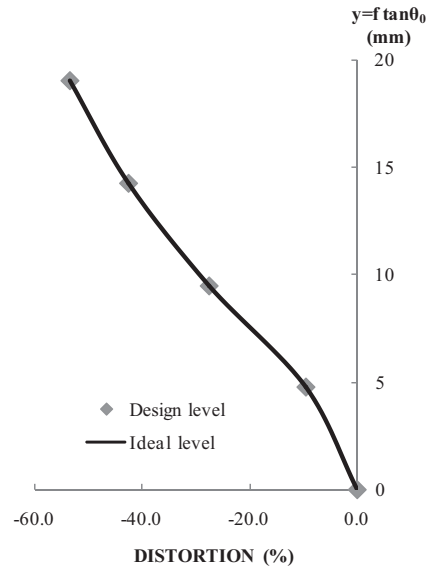


Fig. 10 Distortion diagram for the optics of Fig. 9.

式 (5) に式 (2), (4) を代入し, 整理すると,

$$g'(\theta_0) = \beta_0 \frac{L_0}{f} \quad (6)$$

となる. このときの近軸横倍率は  $L_0$  が前側焦点からの距離なので, 次式で表すことができる.

$$\beta_0 = \frac{f}{L_0} \quad (7)$$

式 (6), (7), より,

$$g'(\theta_0) = 1 \quad (8)$$

となる. 式 (8) より,

$$g(\theta_0) = \theta_0 \quad (9)$$

となる. 以上により, メリジオナル像面形状が変化しない

Table 3 Lens data which satisfies the condition that sagittal image surface curvature is invariant when the image distance is changed.

Surface No.	Surface type	Radius	Thickness	Refractive index
Object	Sphere	1000.00000	1000.00000	
1	Sphere	3735.50424	26.00000	1.63719
2	Sphere	16.62393	36.75977	
Stop	Sphere	Infinity	0.10000	
4	Sphere	1993.96503	13.35949	1.75520
5	Sphere	-55.52362	16.76347	
6	Sphere	32.38425	19.56665	1.75418
7	Sphere	97.69878	0.10000	
8	Sphere	20.53979	6.00000	1.48749
9	Sphere	16.57739	9.35857	1.75520
10	Odd-order aspherical	36.63717	9.86595	
Image	Sphere	Infinity		
Aspherical coefficients for 10th surface				
Conic constant:	2.5551E+00	AR3: -2.5105E-05	AR4: 6.1959E-05	
	AR5: -2.1809E-06	AR6: 2.2260E-09	AR7: 2.8113E-08	
	AR8: 6.0496E-09	AR9: -1.2281E-09	AR10: 5.9750E-11	

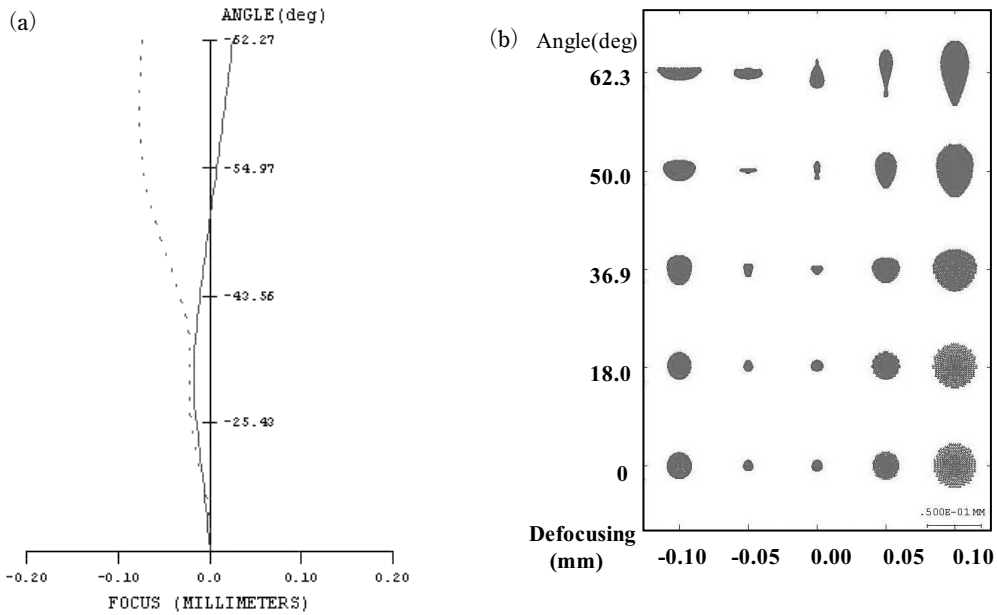


Fig. 11 Object distance is 500 mm for the optics of Fig. 9. (a) Longitudinal aberration diagram of field curves, (b) Spot diagram.

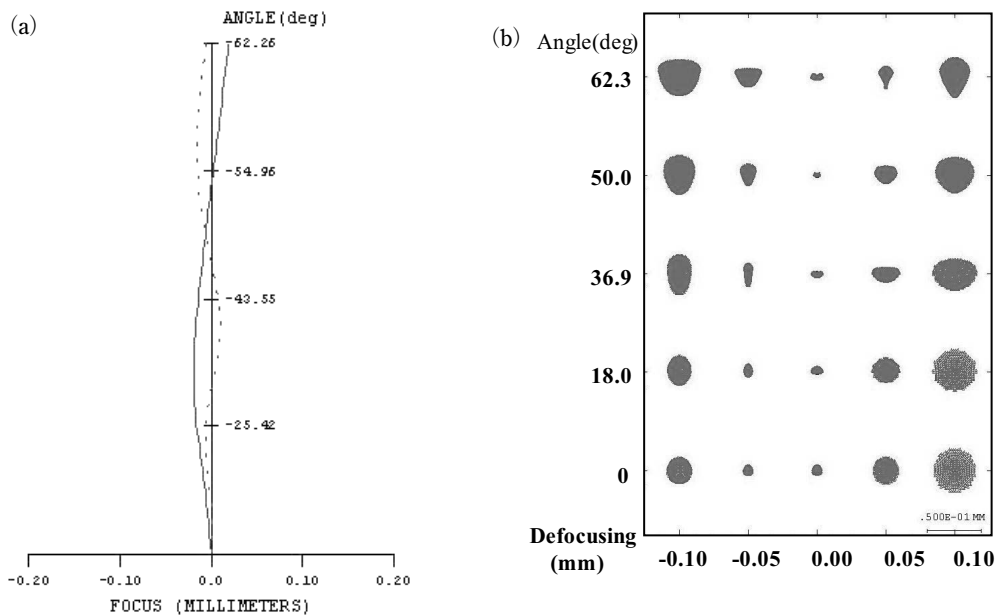


Fig. 12 Object distance is 1000 mm for the optics of Fig. 9. (a) Longitudinal aberration diagram of field curves, (b) Spot diagram.

条件として、射影関係

$$y = f\theta_0 \quad (10)$$

が導き出された。

## 2.2 サジタル像面が変化しない条件

サジタル像面が変化しない条件を導く。Fig. 3のように、光学系全体を、光軸を回転軸として微小角度  $\phi$  回転させる。物体面上の点の微小な移動量を  $dx_0$  とすると、

$$dx_0 = L_0 \sin\theta_0 \phi \quad (11)$$

となる。また、像面上の微小な移動量  $dx$  は、

$$dx = y\phi \quad (12)$$

となる。このとき、メリジオナル像面の理論と同様にサジタル方向の横倍率が像高に対して一定であることを要求するので、次式の関係が満足しなければならない。

$$\beta_0 = \beta = \frac{dx}{dx_0} = \frac{y\phi}{L_0 \sin\theta_0 \phi} \quad (13)$$

よって、

$$y = \beta L_0 \sin\theta_0 = f_0 \sin\theta_0 \quad (14)$$

となる。これが、サジタル像面形状が変化しない条件で

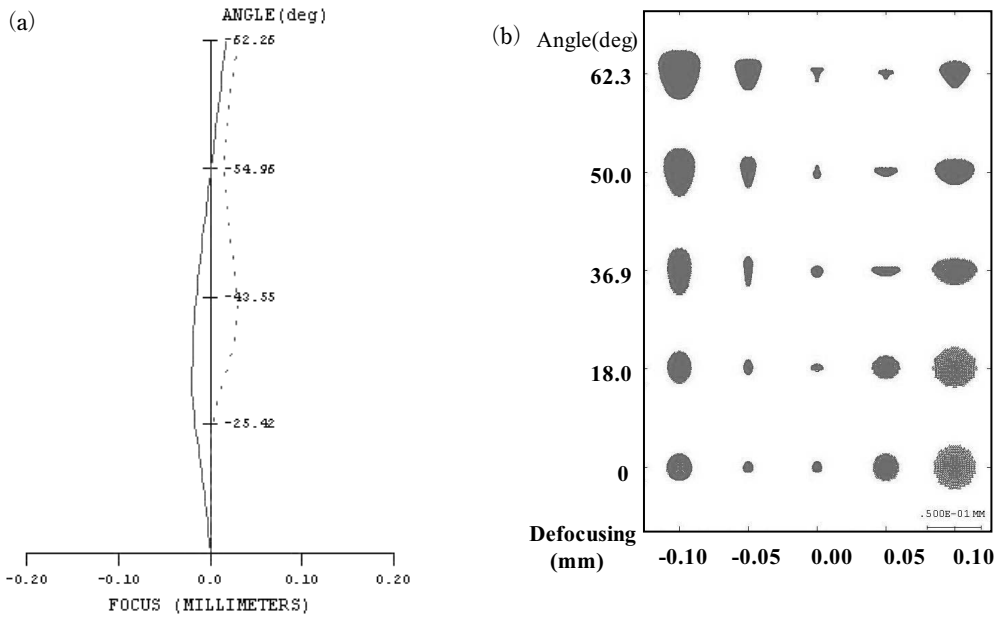


Fig. 13 Object distance is 2000 mm for the optics of Fig. 9. (a) Longitudinal aberration diagram of field curves, (b) Spot diagram.

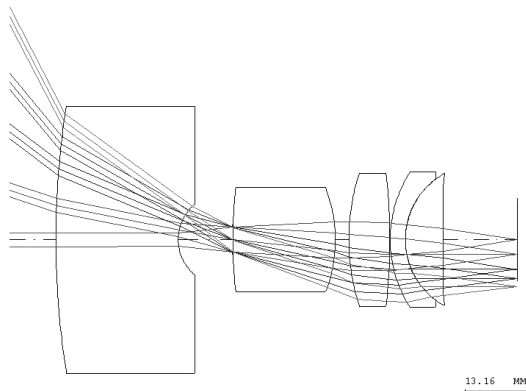


Fig. 14 Ray diagram of the optics which satisfies the condition that averaging of meridional image surface and the sagittal image surface is invariant when the image distance is changed.

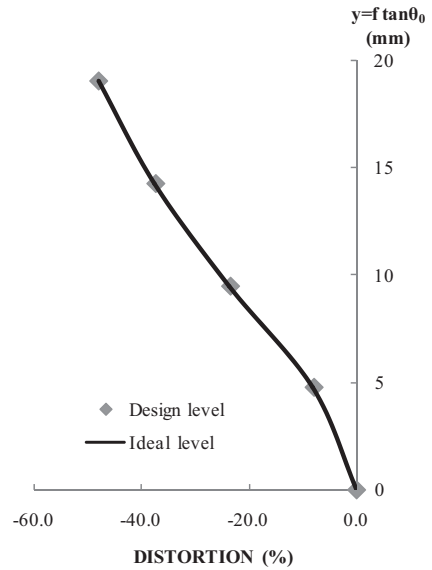


Fig. 15 Distortion diagram for the optics of Fig. 14.

ある。

### 2.3 平均像面

式 (10) あるいは式 (14) によりメリジオナル像面もしくはサジタル像面のどちらか一方の変化を抑制することが可能であるが、もう一方の像面湾曲は大きくなってしまふ。そこで、メリジオナル像面湾曲、サジタル像面湾曲の平均像面の変動を抑制するために、式 (10)、(14) の平均として次式を考えることとする。

$$y = \frac{f(\theta_0 + \sin\theta_0)}{2} \quad (15)$$

### 3. 光学設計

式 (10)、(14)、(15) で与えられる歪曲収差を与えて、a) メリジオナル像面が変化しない条件のレンズ、b) サジタル像面が変化しない条件のレンズ、c) 両者の平均像面が変化しないレンズ、の3つを設計し、理論の検証を行った。Table 1 に光学設計の条件を示す。光学系の絞りはドーム球面の中心に置き、画角は±62°、入射瞳径3 mm、焦点距離  $f = 10$  mm である。また、実際の液晶パネルを考慮し、像面サイズは10 mm角を想定した。原理確認のため、d線のみとして、色収差は考慮していない。さらに、

Table 4 Lens data which satisfies the condition that averaging of meridional image surface and the sagittal image surface is invariant when the image distance is changed.

Surface No.	Surface type	Radius	Thickness	Refractive index
Object	Sphere	1000.00000	1000.00000	
1	Sphere	178.52454	24.42510	1.75520
2	Sphere	9.46458	10.93803	
Stop	Sphere	Infinity	0.10000	
4	Sphere	83.17405	21.33430	1.71308
5	Sphere	-31.57748	3.61693	
6	Sphere	42.22846	7.31694	1.75351
7	Sphere	-102.34059	0.10000	
8	Sphere	30.79317	2.89643	1.75520
9	Sphere	18.39989	7.09198	1.57661
10	Odd-order aspherical	-146.66731	16.47068	
Image	Sphere	Infinity		

Aspherical coefficients for 10th surface					
Conic constant:	-5.6290E+02	AR3:	-6.0302E-06	AR4:	1.2648E-05
AR5:	-5.0413E-07	AR6:	2.1010E-07	AR7:	-1.8567E-09
AR8:	-1.0778E-09	AR9:	2.1812E-11	AR10:	1.5871E-12

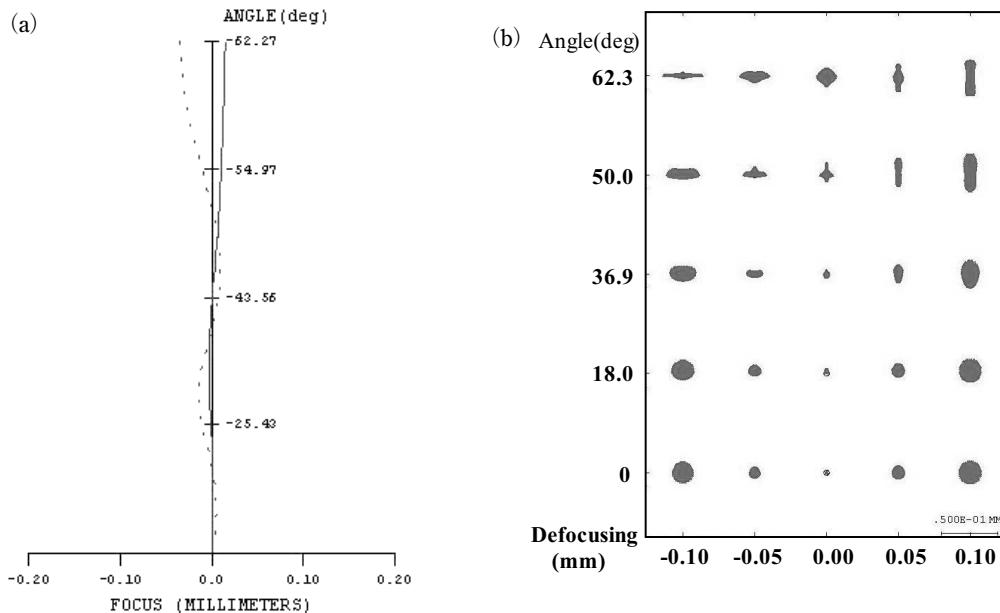


Fig. 16 Object distance is 500 mm for the optics of Fig. 14. (a) Longitudinal aberration diagram of field curves, (b) Spot diagram.

ドーム半径 1000 mm を基準として設計し、ドーム半径を 500 mm と 2000 mm に変化させたときの比較を行った。

### 3.1 メリジオナル像面が変化しない条件のレンズ

Fig. 4 の光路図に示すように、像側テレセントリックとなっている。また、Fig. 5 にディストーションを示す。入射瞳が前側焦点にあり、テレセントリック性も十分よいため、ディストーションは物体距離にはほとんど影響されない。式 (10) の射影関係を満たすように像高を目標値に入れて設計している。縦軸に  $y = f \tan \theta_0$  を取り、それを基準としてパーセント表示しており、実線が式 (10) の理想値

を示し、プロット点は実際の設計した結果を示す。すなわち、理想的なディストーションは、

$$Dis = \frac{f\theta_0 - f \tan \theta_0}{f \tan \theta_0} \quad (16)$$

である。設計値は、理想値とほとんど一致している。

Table 2 に設計したレンズデータを示す。Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8 はそれぞれ、 $L_0 = 500$  mm, 1000 mm (基準), 2000 mm のときの (a) 像面湾曲、および (b) スポットダイアグラムである。(a) の点線がメリジオナル像面、実線がサジタル像面の変化を表している。物体距離が変化して



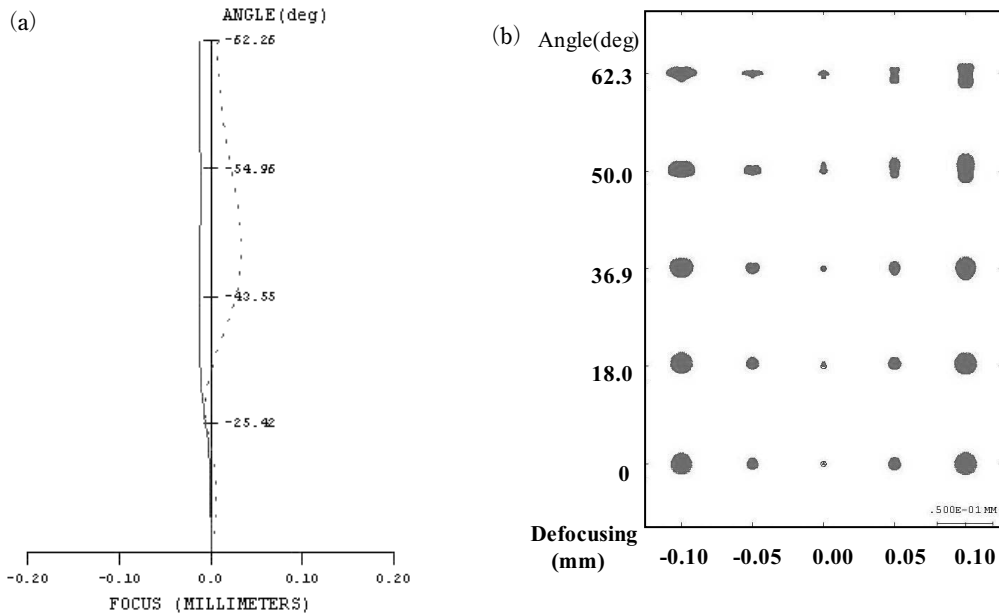


Fig. 17 Object distance is 1000 mm for the optics of Fig. 14. (a) Longitudinal aberration diagram of field curves, (b) Spot diagram.

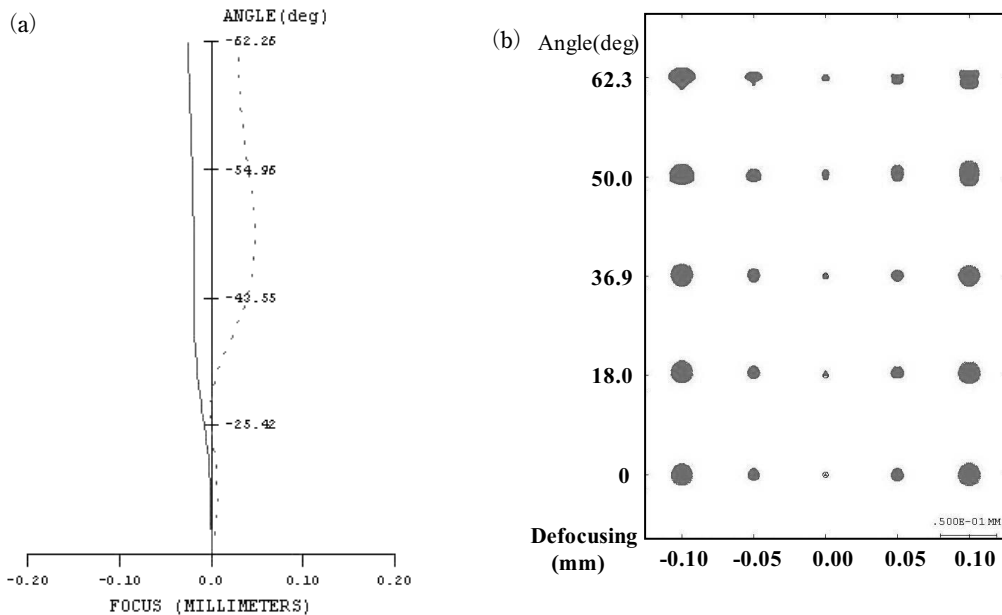


Fig. 18 Object distance is 2000 mm for the optics of Fig. 14. (a) Longitudinal aberration diagram of field curves, (b) Spot diagram.

もメリジオナル像面変化が抑制できていることがわかる。一方、サジタル像面は明らかに変化している。スポットダイアグラムからも、メリジオナル像面の変化は抑制されており、サジタル像面が変化していることがわかる。 $L_0 = 500$  mm と 1000 mm の少なくとも最周辺のスポットダイアグラムをみると、液晶パネルの1画素サイズが  $10\ \mu\text{m}$  程度であることに比べてはつきりと変化している。ただし、 $L_0 = 1000$  mm と 2000 mm では、それほど大きな差は生じていない。これは、メリジオナル像面（像点）が変化しな

い条件は広画角においても厳密に理論的に正しいが、高次収差の発生などによりスポットダイアグラムが変化しているためと考えている。なお、メリジオナル像面がうねっているのは、非球面を使用していることが原因であると考えられる。また、実際に設計を試みたところ、高次の偶数次を用いるよりも10次までの奇数次を用いるほうが収束がよくなった<sup>3,4)</sup>。奇数次がなぜ有効であったかについての分析は今後の課題と考えている。

### 3.2 サジタル像面が変化しない条件のレンズ

Fig. 9 に光路図, Fig. 10 にディストーションを示す. 式 (14) の射影関係を満たすように像高を目標値に入れて設計しており, 設計値は理想値とほとんど一致している. Table 3 に設計したレンズデータを示す.  $L_0 = 500$  mm, 1000 mm (基準), 2000 mm のときの (a) 像面湾曲と (b) スポットダイアグラムを, Fig. 11, Fig. 12, Fig. 13 に示す. 物体距離が変化すると, 3.1 節の例とは反対に, サジタル像面の変化は抑制されているが, メリジオナル像面の変化が大きいことが明らかになる. この場合には, スポットダイアグラムでもかなりはつきりと, サジタル方向は変化せずにメリジオナル方向に変化していることがわかる.

### 3.3 平均像面のレンズ

平均像面が変化しない条件である式 (15) を満足するように像高を目標値に入れて設計しており, 設計値は理想値とほとんど一致している. その光路図を Fig. 14, ディストーションを Fig. 15 に示す. Table 4 に設計したレンズデータを示す.  $L_0 = 500$  mm, 1000 mm (基準), 2000 mm のときの (a) 像面湾曲と (b) スポットダイアグラムを Fig. 16, Fig. 17, Fig. 18 に示す. 物体距離が変化しても, メリジオナル像面およびサジタル像面の両方について変化が小さくなっていることがわかる. スポットダイアグラムも, メリジオナル方向とサジタル方向の両方について変化が小さくなっている. すなわち非点収差の発生が抑えられている. これにより, 理論的に導出した射影関係をもつレンズ構成が実用的な設計解であることが確認できた.

## 4. ま と め

今回, われわれはドームスクリーンの大きさが変化しても非点収差, 像面湾曲の発生が少ない光学系を有するドーム型ディスプレイの検討を行った. 光学系のベッツバール和が変化しないため, ドームスクリーンの大きさが変化したときにメリジオナル像面とサジタル像面の両方の変化を

抑えることが原理的に不可能であるという問題がある. われわれはメリジオナル像面とサジタル像面において, それらが変化しないための射影式を別々に求めた. 光軸上と光軸外での像点の光軸方向移動量が等しくなる条件 (物体移動による像面湾曲の発生が少ない条件) を考察することによって理論的に導いた. さらに, その平均した射影式を理論的に導いた.

実際の光学設計によって, 理論の正しいことを確認した. 特に像面湾曲の縦収差図をみれば明らかである.

非点収差, 像面湾曲の発生を小さくするために, 意図的に適当なディストーションを発生させることになるが, われわれのドーム型ディスプレイ投影光学系では, 導出した条件とは反対方向にソフトウェアで液晶パネル上の画像をあらかじめ歪曲させておくことで, 最終的にディストーションのない映像を投影することが可能となる. ここで, 像側 (液晶パネル側) がテレセントリックであるため, ドーム半径が変わってもまったく影響がない.

このように, 非点収差, 像面湾曲の発生を小さくする条件を満たした光学系とソフトウェアによる画像処理によって, スクリーンサイズが変わっても収差発生が少ないドーム型ディスプレイが実現可能である.

## 文 献

- 1) 岡 幹夫, 渋谷真人, 前原和寿, 長谷隼佑, 中橋末三: “自然な立体像を与えるための光学系の設計”, 光学, **40** (2011) 36-45.
- 2) 長谷隼佑, 渋谷真人, 前原和寿, 岡 幹生, 中橋末三: “物体移動による収差変化を抑制する光学設計”, 光学, **40** (2011) 499-508.
- 3) 谷川剛基, 渋谷真人, 藤川千恵, 前原和寿, 渡辺暢章, 山本雅之, 中橋末三: “奇数次非球面の有効性”, 光学, **36** (2007) 646-660.
- 4) M. Shibuya, K. Maehara, Y. Ishikawa, A. Takada, K. Kobayashi, M. Toyoda, M. Tanikawa and S. Nakadate: “Theoretical investigation of the meaning of odd-order aspherical surface and numerical confirmation of effectiveness in rotational-symmetric but off-axis optics,” Opt. Eng., **49** (2010) 073003.