

# アダプティブホモダイン測定による光の位相推定

米 澤 英 宏

## Optical Phase Estimation via Adaptive Homodyne Measurement

Hidehiro YONEZAWA

Optical phase estimation is a key task in metrology and optical communication. We demonstrate quantum-enhanced estimation of a time-varying optical phase via adaptive homodyne measurement. By using a continuous-wave beam in a phase-squeezed state, we surpass the coherent-state limit, which is the best precision that we could achieve with a coherent state. While previous squeezing-enhanced metrology was restricted to phases with very small variation, we estimate the optical phase with wide variation. Our estimates are beyond the coherent-state limit by  $15 \pm 4\%$  in terms of a mean square error.

**Key words:** optical phase estimation, adaptive homodyne measurement, squeezed states

光の位相推定は基礎科学のみならず、高精度計測や大容量光通信などの応用的観点からも非常に重要なトピックである<sup>1-4)</sup>。位相の推定精度の限界は量子力学によって決まり、いかにしてこの限界に近い推定精度を実現するかが課題となる<sup>5-8)</sup>。量子力学によって決まる真の限界に対して、通常的手法によって到達できる限界を標準量子限界などよぶが、光の量子性（量子エンタングルメントやスクイーズド光）を活用することでこの標準量子限界を突破し、真の量子力学的限界に近い精度の推定を実現することができる<sup>9-13)</sup>。近年、位相推定に関する研究は盛んに行われており、標準量子限界を超えた高精度推定を実現するさまざまな努力がなされている。

光の位相推定にはいろいろな問題設定が考えられるが、光の位相が時間的に変動しない（もしくは変動幅が小さい）場合と、より一般的な、光の位相が時間的に大きく変動する場合に分けることができる。これまで行われてきた位相推定実験はおもに前者であったが、その応用性から後者の時間的にダイナミックに変動する光位相の高精度推定が近年注目を集めている<sup>14,15)</sup>。本稿で扱うのもこのタイプの位相推定であり、その概念を表したのが図1である。何らかの古典的な確率過程に従い時間変動するシステムパラ

メーター  $\varphi(t)$  があるとし、この系に連続波プローブ光を照射し、プローブ光の位相が  $\varphi(t)$  に応じて変調されるとする。この条件下で、プローブ光を連続的に測定しパラメーター  $\varphi(t)$  をできるだけ精度よく推定する、というのが問題設定となる。このような条件下では、推定精度の（平均二乗誤差の意味での）量子力学的限界は量子 Cramér-Rao 不等式で与えられる<sup>5)</sup>。量子 Cramér-Rao 不等式は、測定器やデータ処理方法には依存せず、対象となる系（すなわち  $\varphi(t)$ ）の統計的性質とプローブ光の性質によって決まる。なお、いま対象としている系において、標準量子限界にあたるものをどのように定義するかは任意性がある。文献<sup>16)</sup>では、一般的な（しかし最適ではない）測定器とデータ処理手法を用いた場合の精度を標準量子限界と定めていた。しかし、本稿では特に光の量子性を用いた場合の推定精度向上に注目するため、コヒーレント光を用いた場合に到達可能な精度を基準精度と考えることにする。これは、コヒーレント光を用いたときに量子 Cramér-Rao 不等式で与えられる最小二乗誤差であり、コヒーレント光限界とよぶことにする。近年、われわれはコヒーレント光を用いた実験<sup>16)</sup>および、スクイーズド光を用いた実験<sup>17)</sup>を行った。特にスクイーズド光を用いた実験では、コヒーレ

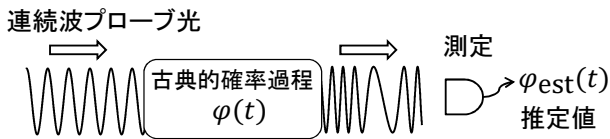


図1 変動する光位相の推定.

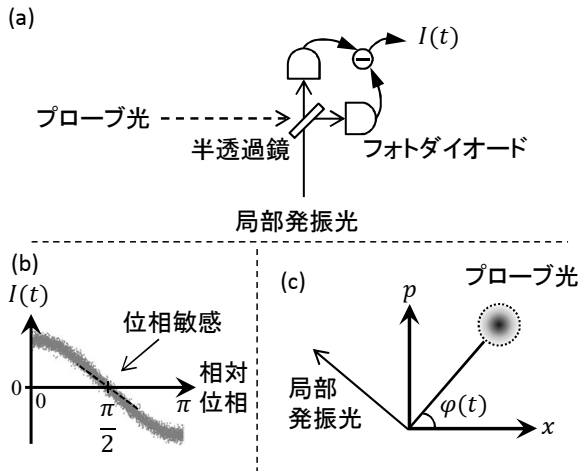


図2 ホモダイン測定. (a)ホモダイン測定概念図, (b) 局部発振光とプローブ光の相対位相に対するホモダイン測定出力, (c)位相敏感なポイントにおける位相空間表示.

ント光限界を実際に超えられることを示した. 本稿では, このスクイズド光を用いた位相推定実験に関して説明する.

## 1. 変動する光位相の高精度推定

時間的に変動する光位相を高精度に推定するためのポイントは3つある. (1) アダプティブホモダイン測定, (2) 位相スクイズド光, (3) 量子平滑化によるデータ処理, である. 以下, それぞれについて説明していく.

### 1.1 アダプティブホモダイン測定

位相のアンサンブル平均値を  $\varphi(t)$ , 位相の量子ゆらぎを  $z(t)$  と表せば, 理想的な位相測定を行ったときの測定値は  $y(t) = \varphi(t) + z(t)$  となるだろう. つまり, 測定値  $y(t)$  が位相に対して線形であり, かつ量子ゆらぎ以外の雑音を含まない. 以下, この測定をいかに実現するかを考える.

まずはホモダイン測定について説明する. 光の位相を測定する場合, 基本的に干渉測定を行うことになる. 図2 (a) に示したように, ホモダイン測定ではプローブ光 (被測定光) と局部発振光 (高強度のレーザー光) を半透過鏡で干渉させ, その出力光を2つのフォトダイオードで検出した上で差信号をとる. これにより, 微弱な被測定光が高強度の局部発振光によって増幅され, 室温下で SN 比のよい測定が実現できる. 古典的な (電気回路等による)

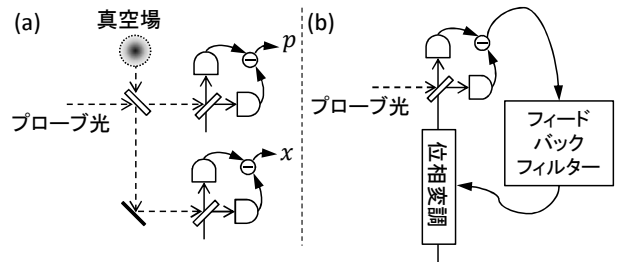


図3 ホモダイン測定を用いた位相測定. (a) デュアルホモダイン測定, (b) アダプティブホモダイン測定.

ノイズが十分小さければ, ホモダイン測定の実出力は  $I(t) \propto 2|\alpha| \cos\{\varphi(t) - \Phi(t)\} + v(t)$  と与えられる.  $|\alpha|$  はプローブ光の振幅の絶対値,  $\varphi(t)$  はプローブ光の位相,  $\Phi(t)$  は局部発振光の位相,  $v(t)$  はプローブ光の ( $\Phi(t)$  方向の) 振幅の量子ゆらぎである. なお, コヒーレント光の場合,  $|\alpha|^2$  が単位時間あたりの光子数になる.

図2 (b) はホモダイン測定の実出力  $I(t)$  を相対位相  $\Phi(t) - \varphi(t)$  に対して表示したものである. ただし, ここではプローブ光はコヒーレント光としている. この図からわかるように, 相対位相が  $\pi/2$  付近のときに最も位相敏感 (つまり  $I(t) \propto \varphi(t) - \Phi(t) + \pi/2$ ) となる. このときのプローブ光と局部発振光の相対位相関係を位相空間 (複素振幅の複素平面) で表現したものが図2 (c) である. 測定値に含まれるノイズ項  $v(t)$  は, プローブ光がコヒーレント光である場合, 相対位相  $\Phi(t) - \varphi(t)$  には依存せず,  $\langle v(s)v(s') \rangle = \delta(s-s')$  を満たす白色雑音となる.

仮にプローブ光の位相  $\varphi(t)$  が事前におおよそわかっていたら, 局部発振光の位相  $\Phi(t)$  を  $\Phi(t) \sim \varphi(t) + \pi/2$  となるように調節することで,  $y(t) := I(t)/(2|\alpha|) + \Phi(t) - \pi/2 \approx \varphi(t) + v(t)/(2|\alpha|)$  が得られる. これは理想的な位相測定に対応している. なお,  $|\alpha|$  と  $\Phi(t)$  は測定者があらかじめ知ることのできる情報であり,  $v(t)/(2|\alpha|)$  が振幅  $|\alpha|$  のコヒーレント光の位相の量子ゆらぎに対応する.

次に, 実際に光の位相が時間的に大きく変動する場合の測定方法を考える. ホモダイン測定を用いて変動する光位相を推定する方法のうち最も簡単なのは, 図3 (a) のように光を2つに分割し, それぞれをホモダイン測定する方法である (デュアルホモダイン測定とよぶ. 原理的にはヘテロダイン測定と同じである). 2つのホモダイン測定での局部発振光の位相  $\Phi_1(t), \Phi_2(t)$  をそれぞれ  $\Phi_1(t) = 0, \Phi_2(t) = \pi/2$  とすることで, 位相空間の実部と虚部 (図2 (c) の軸  $x$  と  $p$  に対応) を同時に測ることができる. そして, これら2つのホモダイン測定の結果からプローブ光の位相を決定することができる. この方法はプローブ光の位相が全く未知のときにも用いることができ, かつ簡便なの

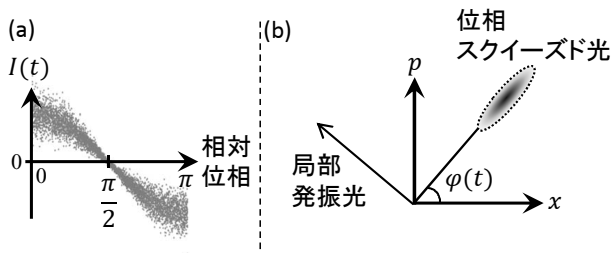


図4 位相スクイズド光. (a) ホモダイン測定の実出力, (b) 位相空間表示.

が利点である. しかし, この方法では, 高精度な位相推定をする際には問題が生じる. 最も重要な問題は, 光を半透過鏡で分割するとき必ず空のポートから真空場が侵入することである (図3 (a)). これにより実質的に量子ゆらぎが2倍になってしまい, 推定精度が不可避免的に悪化する.

これを回避する方法がアダプティブホモダイン測定 (図3 (b)) である<sup>18-20)</sup>. アダプティブホモダイン測定では, 単一のホモダイン測定とフィードバックを用いる. 測定値に応じて局部発振光にフィードバックをかけ, 局部発振光とプローブ光の相対位相を常に  $\pi/2$  とし, 位相敏感な状態を保つ. これにより, プローブ光の位相がダイナミックに変動してもホモダイン測定の実出力は (近似的に) プローブ光位相に比例する. また当然, デュアルホモダイン測定とは異なり, 余分な真空場の混入もなく, 測定値に含まれるノイズはプローブ光の位相ゆらぎ由来のノイズのみとなる. アダプティブホモダイン測定は, 比較的簡単な方法で高精度な測定を実現できるパワフルな方法である. なお, 最適なフィードバック回路構成は  $\varphi(t)$  が従う確率過程によって決まり, 最終的な推定精度は後で述べるデータ処理によって決まる.

## 1.2 位相スクイズド光

前節で述べたように, アダプティブホモダイン測定を用いることで, 測定値の精度はプローブ光の量子ゆらぎによって制限される. したがって, より精度のよい推定のために次に考えるべきは, プローブ光の量子ゆらぎそのものを減らすことである. 図2 (b), (c) で示したように, コヒーレント光を用いた場合, プローブ光の量子ゆらぎは相対位相  $\Phi(t) - \varphi(t)$  によらず, 位相空間では等方的である. もし位相方向の量子ゆらぎを圧縮できれば, 位相推定の精度が向上すると期待できる. 位相方向の量子ゆらぎが圧縮された光を位相スクイズド光とよぶ. 位相スクイズド光を用いた場合のホモダイン測定の実出力, および, 位相空間表示を図4 (a), (b) に示した. ここで, Heisenberg の不確定性原理により, 振幅方向の量子ゆらぎは増加していることに注意が必要である. コヒーレント光の場合 (図2

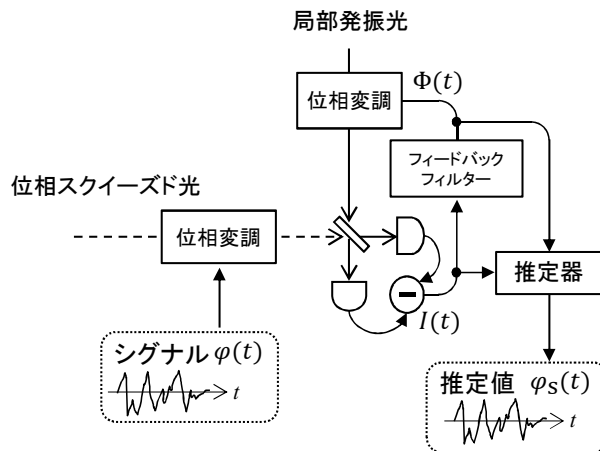


図5 位相推定実験概要.

(b), (c)) と比べて位相敏感なポイントにおいて量子ゆらぎが減っており, より精度の高い位相推定が可能であることがわかる. ただし, 図からもわかるように, 位相敏感なポイント以外ではむしろ量子ゆらぎが増えている. つまり, フィードバックの性能がコヒーレント光を用いた場合よりも重要になる. これは, 現実的な状況において, スクイズレベルをあまり大きくすると逆に推定精度が悪化する, つまり最適なスクイズレベルが存在することを示唆している.

## 1.3 量子平滑化

最後のポイントは量子平滑化<sup>21)</sup> である. 平滑化 (スムージング) は, データ処理においてよく用いられる手法であり, 量子系の推定に対しても応用できる. 量子平滑化では, 測定終了後にデータをコンピューター上で処理する. 連続的に変動する光位相の場合, ある時刻  $t$  の位相  $\varphi(t)$  に関する情報は, その時刻  $t$  の前後のデータ両方もっている. したがって, ある時刻  $t$  の位相推定を行うのに, 過去のデータと未来のデータ両方を使えば, 大雑把に言えば推定に用いるデータが2倍となり, 推定精度が約2倍向上することになる. 量子平滑化は, 量子Cramér-Rao不等式によって与えられる最小二乗誤差に達するために本質的に必要となる<sup>15)</sup>. 推定値をリアルタイムに必要とする場合にはこの手法は用いることはできないが, 通信や計測などで精度がより重要となる場合には非常に有効な手法である.

## 2. 位相推定実験

### 2.1 実験方法概要

さて, 以上を踏まえて, 実際の実験に話を移す. 実験の概要図を図5に示した. 詳細に関しては文献<sup>17)</sup>を参照されたい. まず, 位相変調器を用いて, プローブ光 (位相

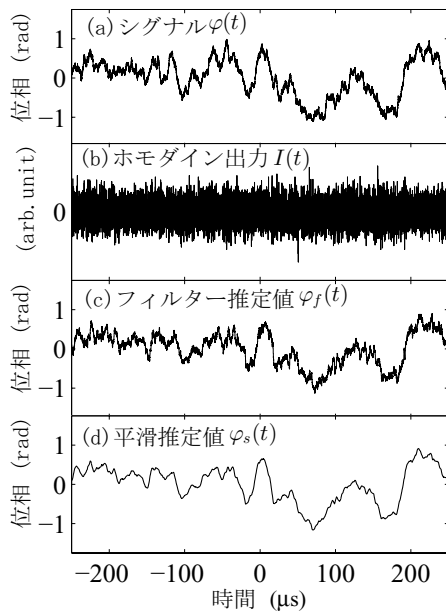


図6 時間領域での実験結果。(a) 推定対象であるシグナル, (b) ホモダイン測定の実出力, (c) フィードバックのためのリアルタイムなフィルタ推定値, (d) データ処理後に得られた平滑推定値。

スキューズド光)の位相をシグナル  $\varphi(t)$  で変調する。この信号  $\varphi(t)$  が推定対象となる。ここでは、 $\varphi(t)$  として Ornstein-Uhlenbeck (OU) 過程<sup>22)</sup> とよばれる確率過程に従う信号を用いる。これは連続時間ランダムウォーク(ただし平均がゼロとなるような復元力が働いている)の一種であり、雑音下での緩和過程に対応し、さまざまな物理系でみられる基本的な確率過程である。実際の実験では、信号生成器で白色雑音を生成し、その白色雑音にカットオフ 9.4 kHz の一次ローパスフィルタを通してシグナル  $\varphi(t)$  を生成した。 $\varphi(t)$  の例は図6 (a) の通りである。

プローブ光に対してホモダイン測定を行い、その結果の一部を局部発振光の位相にフィードバックする。フィードバックフィルタにはカルマンフィルタを用いた<sup>14)</sup>。いまの場合、カルマンフィルタは、信号生成に用いたのと同じ特性のフィルタ(カットオフ 9.4 kHz の一次ローパスフィルタ)に適切なゲインを加えたものとなる。推定値は、ホモダイン測定の結果と局部発振光の位相を記録しておき、コンピュータ上で量子平滑化を用いて求めた。

光源としては、連続波チタンサファイアレーザー(波長 860 nm)を用いた。位相スキューズド光は、周期分極反転 KTiOPO<sub>4</sub>を用いた光パラメトリック発振器<sup>23)</sup>を用いて生成し、およそ -4 dB 程度までのスキューズド光が得られた。全体の測定効率率は 85% である。これは、測定系における光学ロスや、ホモダイン測定器の回路ノイズなどを含む値である。プローブ光の位相変調には低損失なバルク

型の電気光学変調器を、局部発振光の位相変調は高速な導波路型の電気光学変調器を用いた。また、プローブ光として位相スキューズド光に加え、比較対象のためコヒーレント光も用い推定実験を行った。

## 2.2 実験結果および議論

図6に実験結果の一例を載せた。この時の実験条件は、スキューズレベル(アンチスキューズレベル)が  $-3.1 \pm 0.1$  dB ( $5.1 \pm 0.1$  dB)、プローブ光振幅の2乗  $|\alpha|^2$  が  $1.00 \times 10^6 \pm 0.06 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  (光のパワーに換算すると約 0.2 pW) である。(a)は推定対象となるシグナル  $\varphi(t)$  であり、OU過程に従う信号となっている。(b)はホモダイン測定の実出力を直接測定したものであり、ほぼノイズに埋もれて何の信号もみとることはできない。これは、量子ゆらぎは全周波数帯にわたって存在する一方、対象となるシグナル  $\varphi(t)$  の帯域は 10 kHz 程度であることによる。(c)はフィルタ推定値(リアルタイムな推定値)である。カルマンフィルタの実出力であり、局部発振光へのフィードバックに用いられる中間推定値である。シグナルの帯域に合わせたフィルタを適用することで、 $I(t)$  からシグナル  $\varphi(t)$  の情報をうまく取り出すことができています。(d)は平滑推定値である。一見ではわかりにくいですが、リアルタイムな推定の場合には必ず生じる時間遅れを平滑化により打ち消しており、シグナルをよりよく再現している。

ここからもう少し定量的に議論していく。まずスキューズレベルと推定値の関係を考える。スキューズレベルを高くすると、基本的には位相推定精度は向上する。しかし図4からもわかるように、不確定性関係によりスキューズレベルと同時にアンチスキューズレベル(振幅の量子ゆらぎ)も増加し、これによりある一定以上にスキューズレベルをあげると、むしろ推定精度が悪化することが予測される。図7に、スキューズレベルを変えながら位相推定の精度を測定した結果を示す。横軸はスキューズレベル(dB)であり、アンチスキューズレベルは示されていないが、スキューズレベルが上がるにつれてアンチスキューズレベルも増加している。縦軸は推定値の平均二乗誤差であり、これが小さいほど推定精度はよい、ということになる。図中で (i) はコヒーレント光限界であり、これはコヒーレント光を用いてロスのない測定を行った際に到達できる限界であり、量子 Cramér-Rao 不等式により与えられる最小二乗誤差と一致する<sup>15)</sup>。(ii) は理論予測線であり、実験結果がよく理論と一致していることがわかる。また、スキューズレベルを大きくしていくと、推定精度が飽和し悪化することがみとれる。また (iii) はホモダイン測定値を線形近似した場合(つまりアンチスキューズの影響を無視したも

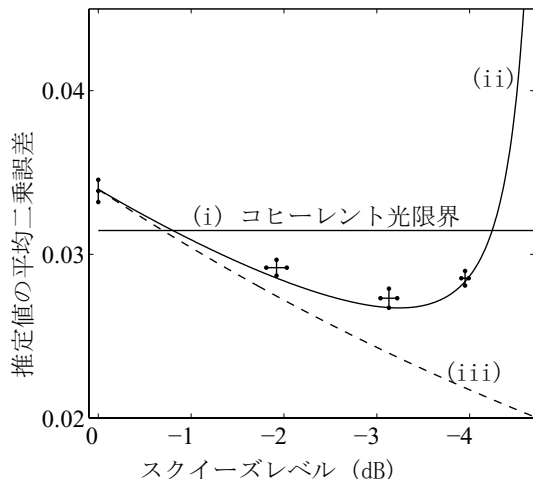


図7 位相推定の平均二乗誤差のスクイーズレベル依存性。(i) コヒーレント光で到達できる限界, (ii) 理論予測線, (iii) ホモダイン測定の実験結果を線形近似した際の理論線。

の)であり, 比較対象のために載せた。これらの結果から, 確かにスクイーズド光による推定精度の向上があり, さらにスクイーズレベルには最適値が存在することがわかる。

次に, プロブ光の振幅を変えながら測定した結果を図8に示した。この測定では, スクイーズレベルはおおよその最適値に固定し, 振幅のみを変えた。また比較対象としてコヒーレント光を用いた場合も載せた。(i)がコヒーレント光限界である。(ii), (iii)はそれぞれコヒーレント光の場合とスクイーズド光を用いた場合の理論線である。実験結果(灰色: コヒーレント光, 黒色: スクイーズド光)は理論とよく一致している。特に, スクイーズド光を用いた場合, すべての振幅で確かにコヒーレント光限界を超えた精度で推定できていることがわかる。推定精度は平均して $15 \pm 4\%$  コヒーレント光限界に対して向上した。(iv)はスクイーズド光が純粋状態の場合に到達できる推定精度であり, これが本手法における限界といえる。なお, この結果は振幅の二乗値に対してプロットしているが, 適切にプロブ光の有効帯域を仮定すれば, 光子数に対してほぼ同様のプロットとなる。

本研究では, 位相スクイーズド光を用いて, 連続的に変動する光位相の高精度推定を行った。スクイーズド光を用いることで, コヒーレント光による限界を超えた精度での推定を実現した。また, スクイーズド光に最適値が存在することも明らかとなった。さらにスクイーズレベルの向上や低損失化を行うことで, より劇的な改善も可能である。すなわち, 推定値の平均二乗誤差の光子数  $N$  に対するスケールリングに関し, 現状はスクイーズド光を用いてもコ

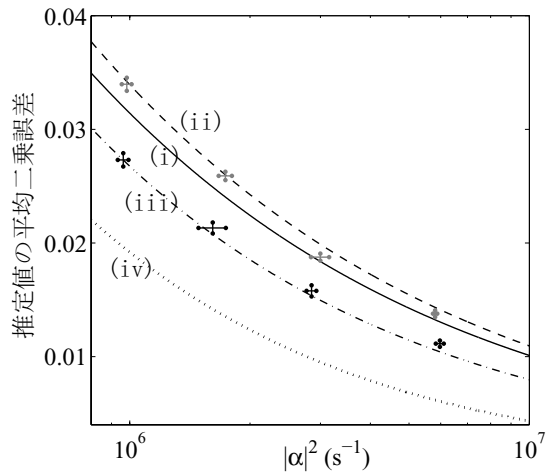


図8 位相推定の平均二乗誤差の振幅二乗値に対する依存性。(i) コヒーレント光で到達できる限界, (ii) コヒーレント光の理論予測線, (iii) スクイーズド光の理論予測線, (iv) 純粋なスクイーズド光を用いた場合の理論線。

ヒーレント光と同様に  $\propto N^{-1/2}$  であるが, これを  $\propto N^{-2/3}$  に改善することが理論的には可能である<sup>24, 25</sup>。また, この手法は光による量子力学的な鏡の運動推定などにそのまま応用することもできる<sup>14</sup>。さらに今後, さまざまな高精度測定・計測に応用されていくことが期待される。

本研究の共同研究者である, 中根大輔氏, Trevor Wheatley 氏, 岩澤浩二郎氏, 武田俊太郎氏, 荒生肇氏, 大木健太郎博士, 津村幸治准教授, Dominic Berry 博士, Timothy Ralph 教授, Howard Wiseman 教授, Elanor Huntington 教授, 古澤明教授に深く感謝します。

## 文 献

- 1) R. Slavik, F. Parmigiani, J. Kakande, C. Lundström, M. Sjödin, P. A. Andrekson, R. Weerasuriya, S. Sygletos, A. D. Ellis, L. Grüner-Nielsen, D. Jakobsen, S. Herström, R. Phelan, J. O’Gorman, A. Bogris, D. Syvridis, S. Dasgupta, P. Petropoulos and D. J. Richardson: “All-optical phase and amplitude regenerator for next-generation telecommunications systems,” *Nat. Photonics.*, **4** (2010) 690–695.
- 2) J. Chen, J. L. Habif, Z. Dutton, R. Lazarus and S. Guha: “Optical codeword demodulation with error rates below the standard quantum limit using a conditional nulling receiver,” *Nat. Photonics.*, **6** (2012) 374–379.
- 3) F. E. Becerra, J. Fan, G. Baumgartner, J. Goldhar, J. T. Kosloski and A. Migdall: “Experimental demonstration of a receiver beating the standard quantum limit for multiple nonorthogonal state discrimination,” *Nat. Photonics.*, **7** (2013) 147–152.
- 4) V. Giovannetti, S. Lloyd and L. Maccone: “Advances in quantum metrology,” *Nat. Photonics.*, **5** (2011) 222–229.
- 5) C. W. Helstrom: *Quantum Detection and Estimation Theory* (Academic Press, New York, 1976).
- 6) V. Giovannetti, S. Lloyd, L. Maccone: “Quantum-enhanced measurements: beating the standard quantum limit,” *Science*, **306** (2004) 1330–1336.

- 7) H. M. Wiseman and G. J. Milburn: *Quantum Measurement and Control* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2010).
- 8) V. B. Braginsky and F. Y. Khalili: *Quantum Measurement* (Cambridge University Press, Cambridge, 1992).
- 9) C. M. Caves: "Quantum-mechanical noise in an interferometer," *Phys. Rev. D*, **23** (1981) 1693–1708.
- 10) K. Goda, O. Miyakawa, E. E. Mikhailov, S. Saraf, R. Adhikari, K. Mckenzie, R. Ward, S. Vass, A. J. Weinstein and N. Mavalvala: "A quantum-enhanced prototype gravitational-wave detector," *Nature Phys.*, **4** (2008) 472–476.
- 11) The LIGO Scientific Collaboration: "A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit," *Nature Phys.*, **7** (2011) 962–965.
- 12) G. Y. Xiang, B. L. Higgins, D. W. Berry, H. M. Wiseman and G. J. Pryde: "Entanglement-enhanced measurement of a completely unknown optical phase," *Nat. Photonics.*, **5** (2011) 43–47.
- 13) T. Nagata, R. Okamoto, J. L. O'Brien, K. Sasaki and S. Takeuchi: "Beating the Standard Quantum Limit with Four-Entangled Photons," *Science*, **316** (2007) 726–729.
- 14) M. Tsang, J. H. Shapiro and S. Lloyd: "Quantum theory of optical temporal phase and instantaneous frequency. II. Continuous-time limit and state-variable approach to phase-locked loop design," *Phys. Rev. A*, **79** (2009) 053843.
- 15) M. Tsang, H. M. Wiseman and C. M. Caves: "Fundamental quantum limit to waveform estimation," *Phys. Rev. Lett.*, **106** (2011) 090401.
- 16) T. A. Wheatley, D. W. Berry, H. Yonezawa, D. Nakane, H. Arai, D. T. Pope, T. C. Ralph, H. M. Wiseman, A. Furusawa and E. H. Huntington: "Adaptive optical phase estimation using time-symmetric quantum smoothing," *Phys. Rev. Lett.*, **104** (2010) 093601.
- 17) H. Yonezawa, D. Nakane, T. A. Wheatley, K. Iwasawa, S. Takeda, H. Arai, K. Ohki, K. Tsumura, D. W. Berry, T. C. Ralph, H. M. Wiseman, E. H. Huntington and A. Furusawa: "Quantum-enhanced optical-phase tracking," *Science*, **337** (2012) 1514–1517.
- 18) H. M. Wiseman: "Adaptive phase measurements of optical modes: going beyond the marginal Q distribution," *Phys. Rev. Lett.*, **75** (1995) 4587–4590.
- 19) H. M. Wiseman and R. B. Killip: "Adaptive single-shot phase measurements: The full quantum theory," *Phys. Rev. A*, **57** (1998) 2169–2185.
- 20) D. W. Berry and H. M. Wiseman: "Adaptive quantum measurements of a continuous varying phase," *Phys. Rev. A*, **65** (2002) 043803.
- 21) M. Tsang: "Time-symmetric quantum theory of smoothing," *Phys. Rev. Lett.*, **102** (2009) 250403.
- 22) C. W. Gardiner: *Handbook of Stochastic Methods* (Springer, Berlin, 2004).
- 23) Y. Takeno, M. Yukawa, H. Yonezawa and A. Furusawa: "Observation of  $-9$  dB quadrature squeezing with improvement of phase stability in homodyne measurement," *Opt. Express*, **15** (2007) 4321–4327.
- 24) D. W. Berry and H. M. Wiseman: "Adaptive phase measurements for narrowband squeezed beams," *Phys. Rev. A*, **73** (2006) 063824.
- 25) D. W. Berry and H. M. Wiseman: "Erratum: Adaptive phase measurements for narrowband squeezed beams [*Phys. Rev. A* **73**, 063824 (2006)]," *Phys. Rev. A*, **87** (2013) 019901(E).

(2013年5月8日受理)