標準量子限界を打ち破る量子受信器

和久井健太郎*・辻野 賢治*,**・泉 秀 蕗*・武岡 正裕*・佐々木雅英*,*

Quantum Receiver Beyond the Standard Quantum Limit

Kentaro WAKUI*, Kenji TSUJINO*, **, Shuro IZUMI*, Masahiro TAKEOKA* and Masahide SASAKI*

How precisely we can discriminate weak optical coherent signals is ultimately limited by the quantum fluctuation of the signals themselves, when the signals are detected by shot-noise-limited homodyne receivers with unit detection efficiencies. This limit is so-called "shot noise limit" or "standard quantum limit" (SQL) in coherent communication. However, it has been predicted that one could overcome the SQL using quantum-mechanically optimized receivers. Such receivers are called "quantum receivers", and has been intensively studied both theoretically and experimentally, for binary or M-ary coherent signals. Here we briefly introduce the concept and recent progress in development of the quantum receivers. The concept and the technology shown here will pave a way not only to enhance signal-to-noise ratio beyond the shot noise limit in heavily attenuated channels, but to realize efficienct quantum information protocols based on coherent states.

Key words: quantum communication, quantum receiver, binary phase-shift keying, standard quantum limit

光通信では、光パルスの強度や振幅を変調することで "0"と"1"のビット列を作り出し、そこに伝えたい情報 を符号化して伝送している。数ある通信方式の中でも、コ ヒーレント光通信において情報伝送の搬送波となるレー ザー光に振幅位相変調 (quadrature amplitude modulation: QAM)を施し、受信側にはホモダイン測定を用いた場 合,最も高い信号雑音比 (SN 比)を実現できることが知 られている¹⁾. しかし, 例えば次のような場合には QAM の信号間距離が極度に近くなり、光自身がもつ量子雑音の 影響を無視できなくなる. すなわち, 長距離光空間通信な ど中継増幅器が挿入できない状況において信号がショット 雑音以下まで減衰したり,あるいは(信号強度が十分に大 きい場合でも)一定のパワー制限の下で QAM の超多値化 を進める、といったケースである*1. この信号識別の限界 は一般に標準量子限界(standard quantum limit: SQL)と よばれ、従来この限界を凌駕するビット誤り率を実現する

ことは不可能であると考えられてきた.しかし,光の量子 力学的性質を積極的に用いることで SQL を超える受信性 能を実現できることが実証され,注目を集めている.この ような信号受信方式は「量子受信器」とよばれ,実証実験 が積極的に進められている.本稿では,この量子受信器の 成り立ちや概念に触れながら,最近の研究動向について紹 介したい.

1. 量子信号の識別

量子信号に対する検出理論は、1967年にヘルストローム(C.W.Helstrom)によって定式化された²⁾. ここでは まず、Helstrom が最初に取り上げた2つの量子状態の識 別について考える.現在の光通信で使われるオン-オフ強 度変調(on-off keying: OOK)方式では、レーザー光をあ るビット区間*T*秒ごとにオン-オフさせ"1"と"0"の信号 を生成する(図1).理想的な単一モードの光では、1と0

^{*}情報通信研究機構(〒184-8795 東京都小金井市貫井北町4-2-1) [†]E-mail: psasaki@nict.go.jp **現所属:東京女子医科大学(〒162-8666 東京都新宿区河田町8-1)

^{*1} 例えば光ファイバーを例に取ると、同時に投入できるパワーにも限界があるため、そういったパワー制限の下で QAM の超多値化を進める と信号間距離が減少してゆくことになる.



に対応する量子状態はそれぞれコヒーレント状態

$$|\alpha\rangle \equiv e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$
 (1)

と真空状態 |0> である. このようなオン-オフ信号は,通 常は光子計数により識別し,ビット時間 T の間に光子が検 出されれば 1,さもなくば 0 と判定する.オフ信号 |0> の 場合,理想的な光子検出器では光子が検出されないが,オ ン信号の場合には平均光子数が有限でも光子が全く検出さ れない確率が存在する.その確率は

$$\langle \alpha | 0 \rangle \langle 0 | \alpha \rangle = e^{-|\alpha|^2} \qquad (2)$$

で与えられる.これはコヒーレント状態が直交しない量子 状態であることに起因している³⁾.オン,オフの信号状態 がともに等確率で送信されるとすると,ビット誤り率は

$$P_{\rm e} = \frac{1}{2} {\rm e}^{-|\alpha|^2}$$
 (3)

となる. もちろん, 古典的なオン-オフ信号であれば |α|²≫1となるよう光増幅器などを用いて信号間距離を極 力離しているため *P*_eもゼロと見なせるが, 信号が減衰し たり, 多値化により信号間距離が縮まって量子雑音が顕著 になる領域では, ビット誤り率が無視できないほど大きく なってしまう.

2. コヒーレント光通信における限界

2.1 BPSK 信号に対する標準量子限界

次世代光通信として、オン-オフ強度変調方式の代わり に、光波の位相まで変調するコヒーレント光通信方式が 研究されている。その最も基本となる方式は、レーザー光 の位相を180°ずらした二値の位相変調信号 {|α⟩, |−α⟩} (α は実数)で {0,1}を表現する、いわゆる二値位相変調 (binary phase shift keying: BPSK)方式である(図2).光 を電磁波として考えた場合、最も効率のよい信号検出方法 は、ホモダイン測定とよばれる被測定信号の振幅と位相に 感度をもつ測定手法である。図3にその概要を示す。ここ では、まず信号光を強い参照光(「局発光」)と干渉させ、 強度の強い2つのビームに変換する。これらを2つのバラ ンス型フォトダイオードで電流に変換し、差分をとる。2 つの電流の差分をとることによって古典的な雑音成分が相 殺され、光自身のゆらぎのみで決まる、いわゆるショット 雑音限界での信号検出が可能となる。

ホモダイン測定の厳密な量子力学的定式化は,ユーエン (H. P. Yuen) らによってなされた⁴⁾. ここで,信号光と局 発光を表す場の消滅演算子をそれぞれ $\hat{a}(t)$, $\hat{a}_{\rm L}(t)$ とする と, $[\hat{a}(t), \hat{a}^{\dagger}(t')] = \delta(t-t')$ が成り立つ. これらを 50:50 のバランス型ビームスプリッターで干渉させた後の 2つの 出力光の場の演算子はそれぞれ

$$\hat{b}(t) = rac{\hat{a}(t) + \hat{a}_{\rm L}(t)}{\sqrt{2}}$$
 (4)

$$\hat{c}(t) = rac{-\hat{a}(t) + \hat{a}_{\mathrm{L}}(t)}{\sqrt{2}}$$
 (5)

で与えられる.フォトダイオードではこの光の場が二乗検 波され、電流 $\hat{b}^{\dagger}(t)\hat{b}(t), \hat{c}^{\dagger}(t)\hat{c}(t)$ にそれぞれ変換される (図3を参照).局発光が十分強く,量子ゆらぎを無視でき る $(\hat{a}_{L}(t) = \alpha_{L}e^{-i(\omega t - \phi)})$ とすると、この差分電流は最終的に $\hat{I}(t) = 2\alpha_{L}\hat{X}_{s}$ (6)



42巻10号(2013)



図4 BPSK 信号に対するビット誤り率の平均光子数依存性.

と記述できる⁵⁾. \hat{X}_{ϕ} は直交位相振幅演算子であり, $\hat{X}_{\phi}|x_{\phi}\rangle = x_{\phi}|x_{\phi}\rangle$ である. すなわちホモダイン測定での観測 結果 x_{ϕ} は, 直交位相振幅 $|x_{\phi}\rangle$ の固有値となる.

BPSK 信号に対して 100% の効率でホモダイン測定を行 うと、出力の確率分布は次のようなガウス分布となる.

$$|\langle \mathbf{x}|\pm\alpha\rangle|^2 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left[-2(\mathbf{x}\mp\alpha)^2\right]$$
(7)

この分布は一般に図3のように重なりをもつため,重なり 部分の面積が最小になるようにxの閾値を設定して信号判 定を行う.ビット信号が等確率で生成される場合,BPSK 信号でのビット誤り率は

$$P_{e}^{H} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{0} dx |\langle x | \alpha \rangle|^{2} + \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} dx |\langle x | -\alpha \rangle|^{2}$$
$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{2}\alpha\right) \tag{8}$$

で与えられる. このビット誤り率が BPSK 信号におけるホ モダイン測定での識別限界, すなわち SQL となる. この 限界はホモダイン測定におけるショット雑音レベルに相当 するため,ショット雑音限界ともよばれる. この P_e^{H} を信 号の平均光子数 $|\alpha|^2$ に対してプロットすると, 図4の点線 (ホモダイン限界)のようになる. パルスあたりの平均光 子数が 10 光子を下回ると, 現在のエラーフリーの基準値 とされる, 10⁻⁹を切ることが不可能となる.

2.2 ヘルストローム限界

これに対して、ヘルストロームは量子力学が課す量子状態の識別限界を導いた²⁾.この場合の最小ビット誤り率は

$$P_{\rm e} = \frac{1}{2} \langle -\alpha | \hat{\Pi}_0 | -\alpha \rangle + \frac{1}{2} \langle \alpha | \hat{\Pi}_1 | \alpha \rangle \qquad (9)$$

を最小化する解 $\{\hat{\Pi}_0, \hat{\Pi}_1\}$ として求められる.ここで、 $\hat{\Pi}_0,$ $\hat{\Pi}_1$ は信号検出の測定過程を表す、正値作用素測度 (positive operator-valued measure: POVM) である.詳しい導出 は省略するが、最小ビット誤り率 $P_{\rm e}^{\rm min}$ は

$$P_{\rm e}^{\rm min} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \kappa^2} \right) \tag{10}$$

で与えられる. ここで $\kappa = \langle \alpha | -\alpha \rangle$ である. 平均光子数

|α|²に対してビット誤り率をプロットすると図4の実線の ようになる.この最終的なビット誤り率の限界をヘルスト ローム限界とよび、いかなる信号受信方式もこのビット 誤り率を下回ることはできない.また、SQLを超えた信 号識別を可能とする受信方式のことを、「量子受信器」と よぶ.

3. 量子受信器

ここまでで、位相と振幅情報をもつ BPSK 信号の識別で は、理想的なホモダイン測定を用いてもビット誤り率がゼ ロとはならず、SQL が存在することを示した.これに対 して、本稿で解説する量子受信器の目的とは、いかに SQL を乗り越え、ヘルストローム限界に近づく受信器を 設計・実現できるかという点にある.

3.1 変位操作と光子検出を用いた量子受信器

BPSK 信号 { $|\alpha\rangle$, $|-\alpha\rangle$ } に対する量子最適受信器の実現 化に向けた最初の一歩は、ケネディ(R. S. Kennedy) に よって示された⁶⁾. ケネディの提案では、信号 { $|\alpha\rangle$, $|-\alpha\rangle$ } を直接ホモダイン検波する代わりに、 $\hat{D}(-\alpha) = \exp(-\alpha a^{\dagger} + \alpha^* a)$ のようなユニタリー変換によって { $|0\rangle$, $|-2\alpha\rangle$ } とい う状態にいったん変換される. この状態に対してオン-オ フ検出 { $\hat{\Pi}_{on}$, $\hat{\Pi}_{off}$ }を用いて信号の判定を行うことで、以下 の謝り率が得られる.

$$P_{\rm e} = \frac{1}{2} \langle -2\alpha | \hat{\Pi}_{\rm off} | -2\alpha \rangle$$
$$= \frac{1}{2} e^{-2|\alpha|^2}$$
(11)

オン-オフ検出の POVM は

$$\hat{\Pi}_{on} = \sum_{n=1}^{\infty} |n\rangle \langle n|$$
(12)

$$\hat{\Pi}_{\rm off} = |0\rangle\langle 0| \tag{13}$$

である.この方式では、信号強度が大きい領域ではほぼ λ ルストローム限界と同程度のビット誤り率を達成できる. ユニタリー変換 $\hat{D}(-\alpha)$ は変位演算子とよばれる.この変 位演算を実現するには、信号光とコヒーレントな局発光を 用意し、反射率がきわめて小さいビームスプリッターで局 発光を信号光に合波させる.この方式の巧みな点は、振幅 が等しい2つの信号 { $|\alpha\rangle$, $|-\alpha\rangle$ }を、変位操作によって { $|0\rangle$, $|-2\alpha\rangle$ }という振幅の異なる状態に変換し、オン-オ フ検出を可能にしたことである.

その後,ドリナー (S. J. Dolinar) はケネディの方式を発展させ、ヘルストローム限界に到達する物理的方法を発見した⁷⁾. 概要を図 5 に示す.ここではケネディの方式において信号を一気に { $|0\rangle$, $|-2\alpha\rangle$ } まで変換する代わりに、



 $\hat{D}(\beta_n/\sqrt{N})$

 $|m\rangle\langle m|$



測定結果の古典的フィードフォワード

時刻 t₁, t₂, … において光子を一つ一つ検出し,光子が検 出されるたびにフィードバックによって局発光の位相を調 整しながら段階的に変換を行う,というものである.この ドリナー型の検出手法では,オン-オフ検出器の分解能は 十分に早く,パルスの干渉用ビームスプリッターにパルス の後ろ部分が入射される前に光子検出とフィードバック操 作が完了するものとする.受信した信号が |α > であったか |-α > であったかは,パルスを最後まで測り終えた後に, トータルの検出光子数の偶奇によって最終的に判定する.

近年になって、ドリナー型の時間分割型受信方式は無数 のビームスプリッターを使ったモデルで置き換え可能であ ることが武岡らによって示され、加えて任意の二値信号に 拡張された⁸. ここでは、線形光学素子とオン-オフ検出 器とフィードバック操作を用いることで、任意の二値直交 信号に対して完全な識別が可能であることが証明された (概要は図 6).特筆すべき点は、このアプローチを用いる ことであらゆる二値の射影測定の構成が可能となる点であ る⁹. またこの証明を用いることで、受信方法の具体的な 設計および最適化が可能となった.その結果、ビームスプ リッターの段数や光子検出器の効率が有限であったり、ま た必ずしもフィードバックを用いなくとも、SQLを凌駕 する受信器を構築できることが明らかとなった.

なお受信技術にホモダイン測定を用いた場合でも、ホモ ダイン測定器の前で三次以上の非線形過程を用いればヘル ストローム限界に到達することができることが、佐々木ら によって示されている^{10,11)}.



図7 ショット雑音限界を超える量子受信器:実験図¹²⁾.

3.2 BPSK 信号の SQL を超える最適化受信器の実現

さて、本節では情報通信研究機構(NICT)における辻 野らの実験を具体的に紹介したい¹²⁾.この実験では、上 述した武岡らの理論研究¹³⁾をもとにして、NICTで設計し た最適化受信器(optical displacement receiver: ODR)を用 いている.ODR は基本的にケネディの方式を踏襲として いるが、ケネディ方式において問題となっていた、微弱光 識別能力の低下を改善したものとなっている.また、ドリ ナー型受信器のように信号を多数回フィードバックする必 要がない点も、通信用途として大きなメリットがある.

ODRの性能を図7(a)に示す. 図内の ODR はこの実験 で実現した最適化受信器の識別限界を示している.一方, 左端の Quantum limit は BPSK 信号に対するヘルストロー ム限界を,また SQL は BPSK 信号に対する標準量子限界を それぞれ示している.ここから,ODR の性能が SQL を超 えて,ヘルストローム限界に近いビット誤り率を実現して いることがわかる.また,参考までに,OOK 信号に対す るヘルストローム限界も示す (Quantum limit (OOK)).

次に、図7(b)は実験装置図を示している.レーザー光 には波長 850 nmの連続(CW)光が使用されている.情報 の送り手(Sender)は、まず強度変調器を用いて CW 光 をパルス化し、次に位相変調器によって 180° 異なる 0, π の位相変調を行って、BPSK 信号を生成する.変調の位相 は、擬似乱数発生器(pseudo-random-number generator: PRNG)によってランダムに選択される.生成された BPSK 信号は光ファイバーに結合され、ファイバービーム スプリッター(FBS)を用いて変位操作が施される.FBS の 分岐比はおおよそ 99:1 であり、BPSK 信号の 99% と局発 光の 1% が結合され、検出器へ導波される.この操作が近 似的な変位操作を実現している.変位操作を受けた信号 は、超伝導転移端センサー(transition edge sensor: TES) にて検出される.TES は超伝導体を用いた光子検出器であ

42巻10号(2013)



図8 ショット雑音限界を超える量子受信器:実験結果¹²⁾.

り,近赤外や通信波長帯においてきわめて高い量子効率を 誇っている^{14,15)}.本実験においても受信器全体での検出効 率は90%を超えており,さまざまな不完全性を含んだ実 験状況において SQLを超えるためには、このような高効 率の検出器が必要不可欠であった.TES 自体は光子数を識 別できる性能をもつが、ここでは光子の到来のみを検知す るオン-オフ検出器として用いられている.余談だが、 TES はほかにも量子効率の高さが重要となる実験で積極的 に活用されている¹⁶.

図 8 に結果を示す. これは BPSK 信号の振幅を $|\alpha^2|$ = 0.21±0.01 で一定とした場合のビット誤り率である. SQL は量子効率が 100% の理想的なホモダイン限界に相当する. この結果から,変位操作の平均光子数が $|\beta^2|$ = 0.6 となるポイントにおいて,ビット誤り率が有意に SQL を超えていることがわかる. この実験以前にも,NICT を含むいくつかのグループにおいて原理実証実験が行われていたが ¹⁷⁻¹⁹,理想的なホモダイン限界を超えた量子受信器は本実験によって初めて達成された.

BPSK 信号を量子力学的に取り扱った場合,理想的なホ モダイン測定を用いた場合でも,光自身のもつ量子ゆらぎ (ショット雑音)のため,信号識別に SQL が存在する. しかしながら,変位操作と光子検出・フィードバック操作 を導入した量子受信器を用いることで,SQLを凌駕して ヘルストローム限界へと迫るビット誤り率を実現すること ができる.本稿では,実際に SQL を超える性能を実現し た ODR の実験について紹介した.

また本稿では紹介できなかったが,より最近になって, 三値ないし四値 PSK 信号に対する具体的設計や²⁰⁾,オン-オフ検出器の代わりに光子数識別器を利用した場合の量子 受信器が提案されている^{21,22)}.また,四値 PSK 信号に対す る量子受信器の実験や^{23,24)},さらには,四値 PSK 信号, パルス位置変調 (pulse-position modulation: PPM) 信号に 対して,実時間のフィードバック/フィードフォワード操作 を実装した例も報告されており^{25,26)},量子受信器の研究は 理論・実験の両面においてさらなるひろがりをみせている.

文 献

- 1) K.-P. Ho: *Phase-Modulated Optical Communication Systems* (Springer, New York, 2005).
- 2) C. W. Helstrom: *Quantum Detection and Estimation Theory* (Academic Press, New York, 1976).
- 3) 松岡正浩:量子光学(東京大学出版会, 1996).
- H. P. Yuen and V. W. S. Chan: "Noise in homodyne and heterodyne detection," Opt. Lett., 8 (1983) 177–179.
- 5) 佐々木雅英, 松岡正浩 (監修):量子情報通信 (オプトロニク ス社, 2006).
- R. S. Kennedy: "A near-optimum receiver for the binary coherent state quantum channel," Research Laboratory of Electronics, MIT, Quarterly Progress Report, No. 108 (1973) 219– 225.
- S. J. Dolinar: "An optimum receiver for the binary coherent state quantum channel," Research Laboratory of Electronics, MIT, Quarterly Progress Report, No. 111 (1973) 115–120.
- M. Takeoka, M. Sasaki, P. van Loock and N. Lütkenhaus: "Implementation of projective measurements with linear optics and continuous photon counting," Phys. Rev. A, 71 (2005) 022318.
- M. Takeoka, M. Sasaki and N. Lütkenhaus: "Binary projective measurement via linear optics and photon counting," Phys. Lev. Lett., 97 (2006) 040502.
- 10) M. Sasaki, T. S. Usuda and O. Hirota: "Physical aspect of the improvement of quantum-noise characteristics caused by unitary transformation with a nonlinear optical medium," Phys. Rev. A, **51** (1995) 1702–1705.
- M. Sasaki and O. Hirota: "Optimum decision scheme with a unitary control process for binary quantum-state signals," Phys. Rev. A, 54 (1996) 2728–2736.
- 12) K. Tsujino, D. Fukuda, G. Fujii, S. Inoue, M. Fujiwara, M. Takeoka and M. Sasaki: "Quantum receiver beyond the standard quantum limit of coherent optical communication," Phys. Rev. Lett., **106** (2011) 250503.
- 13) M. Takeoka and M. Sasaki: "Discrimination of the binary coherent signal: Gaussian-operation limit and simple non-Gaussian near-optimal receivers," Phys. Rev. A, 78 (2008) 022320.
- 14) A. E. Lita, A. J. Miller and S.-W. Nam: "Counting near-infrared single-photons with 95% efficiency," Opt. Express, 16 (2008) 3032–3040.
- D. Fukuda, G. Fujii, T. Numata, K. Amemiya, A. Yoshizawa, H. Tsuchida, H. Fujino, H. Ishii, T. Itatani, S. Inoue and T. Zama: "Titanium-based transition-edge photon number resolving detector with 98% detection efficiency with index-matched small-gap fiber coupling," Opt. Express, 19 (2011) 870–875.
- 16) M. Giustina, A. Mech, S. Ramelow, B. Wittmann, J. Kofler, J. Beyer, A. Lita, B. Calkins, T. Gerrits, S.-W. Nam, R. Ursin and A. Zeilinger: "Bell violation using entangled photons without the fair-sampling assumption," Nature, **497** (2013) 227–230.
- 17) R. L. Cook, P. J. Martin and J. M. Geremia: "Optical coherent state discrimination using a closed-loop quantum measurement," Nature, 446 (2007) 774–777.
- 18) Ch. Wittmann, M. Takeoka, K. N. Cassemiro, M. Sasaki, G. Leuchs and U. L. Andersen: "Demonstration of near-optimal discrimination of optical coherent states," Phys. Rev. Lett., 101

(2008) 210501.

- 19) K. Tsujino, D. Fukuda, G. Fujii, S. Inoue, M. Fujiwara, M. Takeoka and M. Sasaki: "Sub-shot-noise-limit discrimination of on-off keyed coherent signals via a quantum receiver with a superconducting transition edge sensor," Opt. Express, 18 (2010) 8107–8114.
- 20) S. Izumi, M. Takeoka, M. Fujiwara, N. D. Pozza, A. Assalini, K. Ema and M. Sasaki: "Displacement receiver for phase-shift-keyed coherent states," Phys. Rev. A, 86 (2012) 042328.
- 21) C. Wittmann, U. L. Andersen, M. Takeoka, D. Sych, and G. Leuchs: "Demonstration of coherent-state discrimination using a displacement-controlled photon-number-resolving detector," Phys. Rev. Lett., **104** (2010) 100505.
- 22) S. Izumi, M. Takeoka, K. Ema and M. Sasaki: "Quantum receivers with squeezing and photon-number-resolving detectors for M-ary coherent state discrimination," Phys. Rev. A, 87 (2013) 042328.
- 23) F. Becerra, J. Fan, G. Baumgartner, S. Polyakov, J. Goldhar,

J. Kosloski and A. Migdall: "M-ary-state phase-shift-keying discrimination below the homodyne limit," Phys. Rev. A, **84** (2011) 062324.

- 24) C. R. Müller, M. A. Usuga, C. Wittmann, M. Takeoka, Ch. Marquardt, U. L. Andersen, and G. Leuchs: "Quadrature phase shift keying coherent state discrimination via a hybrid receiver," New J. Phys., 14 (2012) 083009.
- 25) J. Chen, J. L. Habif, Z. Dutton, R. Lazarus, and S. Guha, "Optical codeword demodulation with error rates below the standard quantum limit using a conditional nulling receiver," Nat. Photon., 6 (2012) 374–379.
- 26) F. Becerra, J. Fan, G. Baumgartner, J. Goldhar, J. Kosloski and A. Migdall: "Experimental demonstration of a receiver beating the standard quantum limit for multiple nonorthogonal state discrimination," Nat. Photon., 7 (2013) 147–152.

(2013年7月12日受理)