光子の偏光の弱測定

飯 沼 昌 隆

Weak Measurements of Photon Polarization

Masataka IINUMA

A fully projective measurement has a maximum back-action which completely destroys the initial quantum state. Meanwhile, a weak measurement with low measurement strength has negligible back-action, leaving the coherence of the initial state almost completely intact. As first pointed out by Aharonov *et al.*, it is possible to obtain the measurement results, "weak values" far outside the spectrum of the eigenvalues of the measurement observable. Such unusual properties of weak measurements have been applied to specific precise measurements, resolution of quantum paradoxes, etc. In particular, the large enhancement effect of the weak value of photon polarization is potentially useful for wide precise measurements in optical system. However, an influence of the tiny back-action limits the huge enhancement of the weak value even if the measurement strength leaves enough small. Furthermore, the decoherence due to experimental imperfections actually gives the additional back-action. These features observed in the actual experiments are explained showing our experimental results and the effectiveness of weak measurements is discussed in terms of precise measurements.

Key words: photon, polarization, weak measurement, back-action, precise measurement

近年，弱測定の研究が活発に行われている．弱測定とは，測定対象である被測定系と読み出しに使うプローブ系を弱く結合させ，プローブ系の直接測定から被測定系の情報を得る間接測定の一種である．このとき，被測定系の測定の反作用（被測定系の状態変化）がほぼ無視できる程度にプローブ系との結合を弱くする．通常，このような弱い結合だけでは，ノイズに埋もれて被測定系の情報は得られない．しかし，相互作用後の被測定系に対して測定者が任意の終状態を選択（終状態選択）してプローブ系を測定すると，測定値が増大し，十分な SN 比の測定が可能となる．

一般に量子状態の測定は，測定と状態の破壊とがトレードオフの関係にある．通常，射影測定を行うと高い精度の測定値が得られるが，その代償として初期量子状態は完全に破壊される．その結果，射影測定の後に続けて他の物理量を測定しても初期状態についての新たな情報は得られない．しかし弱測定の場合，終状態選択は射影測定とみなせるため，弱い結合によるプローブ系の状態変化が最初の測定，続けて行う終状態選択が 2 番目の測定，とする連続測定になっている．もう少し具体的なイメージをつかむために，図 1 に光子の偏光測定の射影測定と弱測定の例を示した．射影測定と異なり弱測定は，プローブ系が偏光状態をほとんど変化させない程度にちらっと覗き見るような測定としてイメージできる．最後に偏光板を使って終状態を選択してからプローブ系の情報を読み出せば，選択した測定基底とプローブ系の測定基底との間の結合確率が得られる．

そもそも弱測定は 1988 年に Arahanov らによって提案[1]され，すぐに理論的検証[2]や光学系を使った実証実験[3]がなされたもののその後はあまり注目されてこなかった．その理由のひとつに，弱測定がもたらす奇妙な結果が挙げられる．弱測定で得られる測定値は通常の量子測定で得られる固有値とは異なり弱値とよばれるが，この弱値は条件次第では固有値の取りうる範囲を超えて，値そのものが大きく増大する性質をもつ．さらに，通常の射影測定とは異なり測定の反作用が無視できるため，位置と運動量などの非可換な関係にある 2 つの物理量の連続した測定が可能である．このような特徴は当時の常識では考えにくいもので

広島大学大学院先端物質科学研究科（〒739-8530 東広島市鏡山 1-3-1） E-mail: iinuma@hiroshima-u.ac.jp

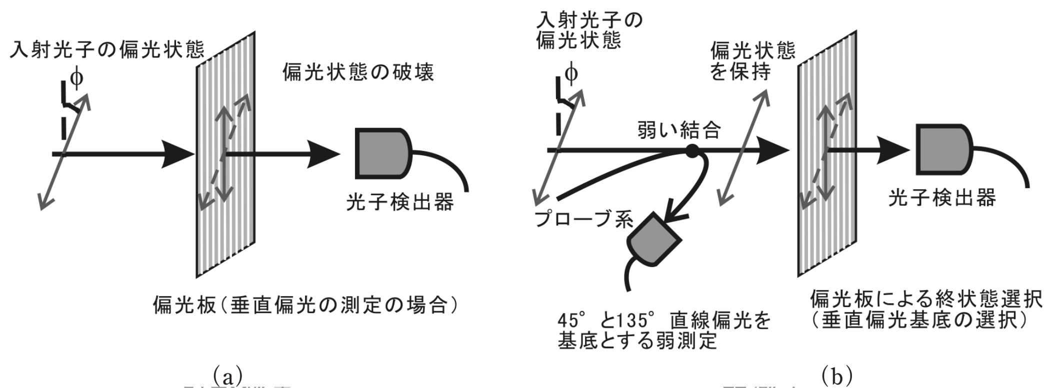

図1　光子の偏光測定の射影測定（a）と弱測定（b）の例．

あったが，現在では増大効果や射影測定以外の測定の理解も深まり，広く認知されるようになった．

弱測定は上記のような特徴的な性質をもつために，特に量子力学の基礎問題への実験的研究に応用されてきた．これまでに種々の量子パラドックスの検証実験[4]，小澤の不等式（測定の不確定性関係）の検証実験[5]などの例がある．その一方で，弱値の増大効果を利用すれば，位相差や偏光角などの未知の実験パラメーターを高感度で測定することが可能となる．これまでの応用例としてはHostenらの光のスピンホール効果の検証[6]や，Dixonらの光の偏向測定[7]が挙げられる．特に光のスピンホール効果の測定は波長633 nmのHe-Neレーザーを使って10 nmオーダーの未知パラメーターを測定した実験であり，10^4オーダーの感度向上が威力を発揮した．このように弱測定は量子非破壊測定の側面をもつために，純粋な量子力学的興味への応用だけではなく精密測定への応用も考えられている．ここでは，初めにArahanovらの提案したVon Neumann測定モデルに基づく弱測定と，近年活発に研究が進められているPOVM（Positive Operator Valued Measure）に基づく弱測定について紹介する．続いて光子の偏光の弱測定について著者らの実験を紹介し，最後に精密測定の観点から弱測定の応用可能性について検討する．

1. 弱　測　定

2.1 概　　要

1988年にAharonovらが最初に提案した弱測定[2]は，Von Neumannの間接測定モデル[8]に基づくものである．図2のように，測定対象である被測定系と別の量子系（プローブ系とよぶ）を用意する．測定したい被測定系の物理量を$\hat{A}$，直接測定するプローブ系の物理量を$\hat{q}$，共役な物理量を$\hat{p}$とする．被測定系の初期状態$|\psi\rangle$とプローブ系の初期状態$|\Phi_{\rm in}\rangle$が，結合の強さθをもつ相互作用ハミルトニアン

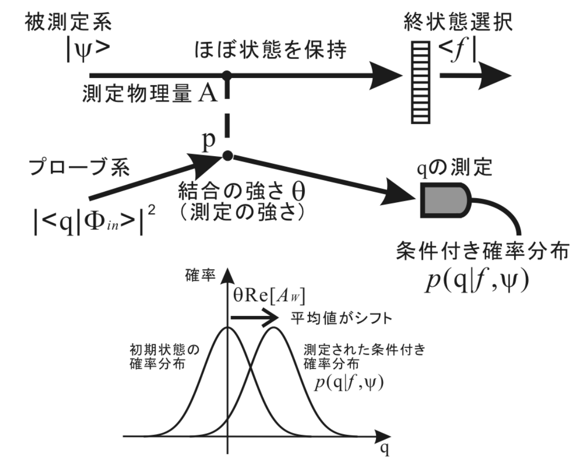

図2　弱測定の概要．この図では被測定系とプローブ系を別の物理系としたが，同一の物理系でもかまわない．そのときは同じ物理系の別の自由度がプローブ系の物理量になる．

$\hat{H}=\hbar\theta\hat{A}\hat{p}\delta(t-t_0)$によって時間$t_0$で結合した場合を考える．ここで，結合の強さ$\theta$は測定の反作用が無視できる程度に十分に小さく$\theta\ll 1$とする．簡単のためにプローブ系の初期状態が$q=0$を中心したガウス分布$|\langle q|\Phi_{\rm in}\rangle|^2\propto\exp[-q^2/2\sigma^2]$であったとすると，相互作用後に測定者が被測定系の終状態$\langle f|$を選択した下でのプローブ系のqの条件付き確率分布は，$p(q|f,\psi)\propto\exp[-(q-\theta{\rm Re}[A_{\rm W}])^2/2\sigma^2]$と書くことができる．このとき$\theta$は十分小さいので，2次以上の高次の項は無視した．このプローブ系の確率分布は初期状態の分布と比較すると，平均値が$A_{\rm W}$の実数部とθとの積で示される量だけシフトしている．そのためθが既知であれば，測定から$A_{\rm W}$が求められる．この$A_{\rm W}$を弱値とよび，次の式で定義され，一般に複素数となる．

$$A_{\rm W}\equiv\frac{\langle f|\hat{A}|\psi\rangle}{\langle f|\psi\rangle}$$

このように弱測定では，終状態選択した下でのプローブ系の条件付き確率分布を測定し，物理量の平均値を求める

ことで測定値，すなわち弱値を得る．この弱値は通常の測定で得られる期待値（平均値）と対応しており，終状態として $\langle f|=\langle\psi|$ を選択すれば期待値そのものになる．ただし，ここで注意すべき点が２つある．１つは，被測定系の終状態 $\langle f|$ は測定行為者が“任意に選択する状態”であって，被測定系の時間発展後の状態とは全く無関係ということである．２つ目は，この議論はあくまで θ の２次以上の項が無視できる近似の上に成り立っていることである．後で触れるが，測定の反作用の影響は θ の２次以上の高次項として現れる．すなわち弱測定の条件，“測定の反作用が無視できる程度に弱く結合させる”という意味は，θ の２次以上の項が無視できる程度に θ を小さくする（例えば $\theta\approx 0.1$ 程度）という意味とほぼ同等である．またここでの議論は被測定系とプローブ系を別の物理系と考えたが，基本的に両者が同じでも全く同じ議論が成り立つ．そのときは被測定系の測定物理量と結合する別の自由度がプローブ系の測定物理量となる．なお詳細は述べないが，弱値の虚数部はプローブ系の共役物理量である $\hat{p}$ の条件付き確率の平均値として求められることが指摘されている[9]．

2.2 増大効果

A_W の定義式をみると，被測定系の初期状態 $|\psi\rangle$ と終状態 $\langle f|$ がお互い直交に近くなれば，$\langle f|\psi\rangle$ がゼロに近づくために，弱値が増大することがわかる．これは弱値の増大効果とよばれている．弱値は測定値であるから，測定で得られた値そのものが増大することになる．しかも $\hat{A}$ の固有値の取りうる範囲を超えて大きく増大する可能性がある．さらに弱値の大きさは初期状態 $|\psi\rangle$ と終状態 $\langle f|$，および物理量 $\hat{A}$ との関係だけで決まり，際限なく増大するようにみえる．しかしながら $|\psi\rangle$ と $\langle f|$ を可能な限り直交に近づけると，θ の２次以上の寄与が無視できなくなって，“測定で得られる弱値”は A_W とは等しくならずゼロになってしまう．つまり弱測定は近似の上に成り立つ測定であり，厳密には理論的な A_W と“測定で得られる弱値”は異なる[10]ために弱値の増大には上限値が存在し，反作用の影響がその上限値を決めてしまう．この反作用の効果については実験のところで触れることにする．

この弱値の増大効果のメカニズムは終状態選択の効果であり，詳細については量子力学的干渉効果[2]や幾何学的位相[11]の観点からの説明がある．もっとも直観的で簡単な説明は，弱い結合による初期状態 $|\psi\rangle$ の変化はわずかであるが，$|\psi\rangle$ の変化しなかった部分を終状態選択によってカットすることによって，変化した部分が相対的に大きくみえるというものである．初期状態のわずかな変化が最も大きくみえる状態は $|\psi\rangle$ と直交した状態であるから，終状態を $|\psi\rangle$ と直交に近い状態にすればするほど，初期状態の変化を相対的に大きく測定することになる．

なお終状態 $\langle f|$ の選択は任意であるが，初期状態 $|\psi\rangle$ が未知の場合，可能な限り多くの情報を取得できる観点から測定したい物理量 $\hat{A}$ の測定基底に対する相互不偏基底*1を選択する場合が多い．この指針に従えば，例えば $\hat{A}$ が位置演算子 $\hat{X}$ である場合には，終状態 $\langle f|$ として運動量の測定基底 $\langle p|$ を選択することになる．

2.3 POVM による記述

Aharonov らが提案した弱測定とは別に，POVM に基づく弱測定が提案[12]されている．POVM[13]とは射影測定を含む一般化された測定のことで，確率 p_m を表す演算子の集合 $\{\hat{E}_m\}$ で表現される．このとき $\hat{E}_m$ は次の２つの条件，1）$\hat{E}_m$ は非負演算子である，2）$\hat{E}_m$ のすべての和は恒等演算子と等しい，を満たさなければならない．条件 1）は確率が負とならない条件であり，条件 2）は確率の和が１となる条件である．この POVM 形式を使うと，結合の強さ θ での被測定系の物理量 $\hat{A}$ の弱測定は

$$\hat{E}_m = w_m(\hat{I}+\kappa_m\theta\hat{A}) \qquad (1)$$

と書ける．ただしこの POVM は出力結果 m のプローブ系の確率 p_m を表し，演算子 $\hat{E}_m$ は被測定系の状態 $|\psi\rangle$ に作用する．ここで w_m はプローブ系の初期状態の m の確率，κ_m は m における $\hat{A}$ の影響を表す因子であり，上記の条件 2）から，$\sum_m w_m = 1$，$\sum_m \kappa_m = 0$ が満たされなければならない．例えばプローブ系が二準位系 $m=\pm 1$ の場合には，$\kappa_{+1}=+1$，$\kappa_{-1}=-1$ となる．

ところで弱測定は終状態を扱うため，$\hat{E}_m=\hat{M}_m^{+}\hat{M}_m$ と表現したときの測定行列 $\hat{M}_m$ を用いると便利である．この $\hat{M}_m$ を用いると，被測定系の初期状態 $|\psi\rangle$ を終状態 $\langle f|$ で選択したときの出力結果 m のプローブ系の条件付き確率は，

$$p(m\,|\,f,\psi) = w_m(1+\kappa_m\theta\,\mathrm{Re}[A_W])$$

となる．ただしここでの議論もすべて $\theta\ll 1$ とし，θ の２次以上の項は無視した．特にプローブ系が二準位系 $m=\pm 1$ の場合，プローブ系の初期状態の平均値がゼロ（$\sum_{m=\pm 1} m w_m =$

*1 相互不偏基底（mutually unbiased bases）とは，ある正規直交基底に対して別の正規直交基底を考えるとき，お互いの基底の内積の絶対値の２乗が常に等しくなる関係にある基底のことをいう．例えば，運動量 p の測定基底 $|p\rangle$ と位置 x の測定基底 $|x\rangle$ は，常に $|\langle p|x\rangle|^2=\left|1/\sqrt{2\pi}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{px}{\hbar}}\right|^2=1/2\pi$ となるから，相互不偏基底の関係にある．また偏光の測定基底の HV 基底，PM 基底，LR 基底も $|\langle H|P\rangle|^2=|\langle H|M\rangle|^2=|\langle V|P\rangle|^2=|\langle V|M\rangle|^2=1/2$ などが成立するから，相互不偏基底の関係にある．

0)のときの条件付き確率分布の m の平均値は $\langle m\rangle=\sum_{m=\pm1} mp(m|f,\psi)=2\theta\mathrm{Re}[A_W]$ と書けるから，弱値の実数部と測定の強さ θ との積がプローブ系の出力結果の平均値から求められることになる．

2. 偏光の弱測定

2.1 概　　要

最初に，偏光測定物理量と測定基底の表記について述べる．偏光測定基底は2つを1組とする直交基底で表し，通常は次の3組，水平直線偏光（H偏光）と垂直直線偏光（V偏光），45° 直線偏光（P 偏光）と 135° 直線偏光（M 偏光），左回り円偏光（L偏光）と右回り円偏光（R偏光）を測定基底に取る．また測定物理量は偏光のストークスパラメーター $\{S_1, S_2, S_3\}$ に対応する演算子で表現され，ここでは $\{\hat{S}_{HV}, \hat{S}_{PM}, \hat{S}_{LR}\}$ と表記する．なお今回は直線偏光しか扱わないため，$\hat{S}_{HV}$ と $\hat{S}_{PM}$ のみを考える．$\hat{S}_{HV}$ はH偏光成分の確率とV偏光成分の確率との差，$\hat{S}_{PM}$ はP偏光成分の確率とM偏光成分の確率との差を表す．初期状態がそれぞれH偏光，V偏光，P偏光，M偏光であれば，これらの演算子に作用させると $\hat{S}_{HV}|H\rangle=+1|H\rangle$，$\hat{S}_{HV}|V\rangle=-1|V\rangle$，$\hat{S}_{PM}|P\rangle=+1|P\rangle$，$\hat{S}_{PM}|M\rangle=-1|M\rangle$となり，固有値±1を取る．これら演算子の具体的な行列表現はパウリ行列で表され，$\hat{S}_{HV}=\hat{\sigma}_z$，$\hat{S}_{PM}=\hat{\sigma}_x$ である．

偏光の弱測定の方法には大きく分けて2通りのやり方がある．1つはAharonovらが提案した方法をそのまま実験に用いる方法，つまり偏光と他の連続物理量が結合する何らかの弱い結合を用いる方法である．特に複屈折結晶のH偏光とV偏光の屈折率の違いを利用し，被測定系と同じ光子の横方向の位置をプローブ系の物理量として扱う方法が比較的容易に実現でき，実験[3]も多く行われている．しかし相互作用が決まっており，測定の強さは自由に制御できない．

もう1つは線形光学素子と干渉効果を使って偏光との結合を有効的に作る方法で，これはPOVMによる弱測定に対応する．例えば，非線形結晶によるダウンコンバージョンで発生した光子対の片方を被測定系，もう片方をプローブ系に使って二光子干渉による結合を利用して $\hat{S}_{HV}$ の弱測定を実現する方法[14]や，被測定系の光子の横方向位置や光路[5]をプローブ系の測定物理量とし，干渉を利用して $\hat{S}_{HV}$ や $\hat{S}_{PM}$ の弱測定を実現した方法などが挙げられる．これらの方法は弱い結合を線形光学素子と干渉効果で作り出すために，理想的には測定の強さをゼロから完全射影測定まで任意に制御することが可能である．著者らが行った実

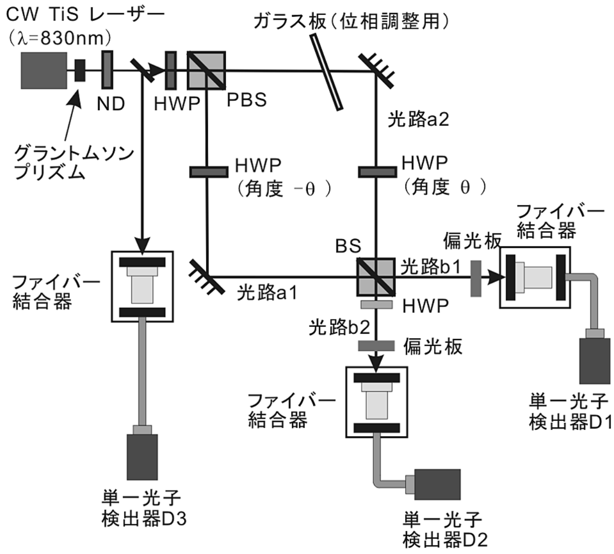

図3　プローブ系の物理量を光路 b1，光路 b2 とした測定の強さ可変な $\hat{S}_{PM}$ 測定のセットアップ．（文献[16]より許可を得て転載．2011©IOP publishing Ltd and Deutsche Physikalische Gesellschaft. Published under a CC BY-NC-SA licence）

験[15]は被測定系の光子の光路をプローブ系の物理量とした $\hat{S}_{PM}$ の弱測定で，特定の実験の不完全性に対して強固なセットアップとなっている．次にこの実験を紹介する．

2.2 光路を使った弱測定

著者らの行った実験はPOVMをベースとした任意に測定の強さを制御できる $\hat{S}_{PM}$ の測定で，干渉効果を利用したものである．測定の強さを弱くすると弱測定が実現でき，最大にすると理想的には完全な射影測定が実現できる．以下にその概要を示す．

図3がセットアップの概要で，基本的にはマッハ・ツェンダー干渉計である．初期偏光状態 $|\psi\rangle=C_H|H\rangle+C_V|V\rangle$ は偏光ビームスプリッター（PBS）で光路 a1 には V 偏光成分，光路 a2 には H 偏光成分に分けられる．光路 a1 では $-\theta$，光路 a2 では $+\theta$ となるようにそれぞれ半波長板（HWP）が設置されており，角度が測定の強さに対応する．HWP通過後，光路は透過率と反射率が1：1のビームスプリッター（BS）で混合され，BSの出力ポートから光路 b1，光路 b2 として出力される．このとき干渉計の位相差を調整し，光路 b1 には光路 a1 と光路 a2 の振幅の和の強度，光路 b2 には振幅の差の強度が出力されるようにしておくと，光路 b1 が P 偏光成分，光路 b2 が M 偏光成分に対応するプローブ系の測定物理量になる．弱測定としては偏光の終状態を選択した後，プローブ系の物理量である光路 b1 と光路 b2 の検出確率をそれぞれ測定すれば，平均値から $\hat{S}_{PM}$ の弱値を求めることができる．なお光路 b2 に設置された HWP は，H 偏光成分と V 偏光成分の位相差を補

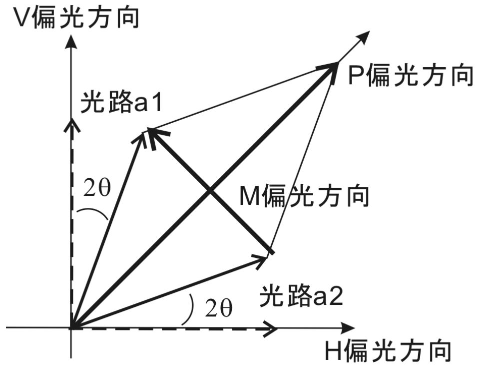

図4　BS での干渉の様子.

正するためものである.

動作原理は次のようになる．HWP が $\theta=0°$ のときは，H 偏光成分と V 偏光成分がそのまま BS で混合されるため，干渉が起きずに出力される．このとき光路 b1 と光路 b2 の検出確率は等しくなり，これは測定しない状態に対応する．一方，HWP の角度が θ のとき，光路 a1 と光路 a2 の偏光成分がお互い 2θ だけ逆向きに回転し，図 4 のようになる．この状態を BS で混合すると，干渉によって光路 b1 は a1 と a2 の P 偏光方向の成分だけが強めあい，光路 b2 は a1 と a2 の M 偏光方向の成分だけが弱めあって，光路 b1 と光路 b2 の検出確率を変化させる．最大の変化は $\theta=22.5°$ のときで，a1 と a2 が完全に重なって干渉が最大となる．これが完全な射影測定に対応している.

以上を式で表すと，初期状態 $|\psi\rangle$ を入射したときの光路 b1 と光路 b2 の測定行列 $\hat{M}_{\mathrm{b1}}$ と $\hat{M}_{\mathrm{b2}}$ は，単純な光学系のユニタリー変換の組み合わせから厳密に，

$$\hat{M}_{\mathrm{b1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}[\cos 2\theta\cdot\hat{I}+\sin 2\theta\cdot\hat{S}_{PM}]$$

$$\hat{M}_{\mathrm{b2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}[\cos 2\theta\cdot\hat{I}-\sin 2\theta\cdot\hat{S}_{PM}]$$

と書ける．これらが $\hat{S}_{PM}$ の測定の強さ可変測定を表すことは，以下の POVM を求めることで明確になる.

$$\hat{E}_{\mathrm{b1}}=\hat{M}_{\mathrm{b1}}^{+}\hat{M}_{\mathrm{b1}}=\frac{1}{2}[\hat{I}+\sin 4\theta\cdot\hat{S}_{PM}]$$

$$\hat{E}_{\mathrm{b2}}=\hat{M}_{\mathrm{b2}}^{+}\hat{M}_{\mathrm{b2}}=\frac{1}{2}[\hat{I}-\sin 4\theta\cdot\hat{S}_{PM}]$$

これらの POVM は $\theta=0°$ で測定しない状態となり，$\theta=22.5°$ で $\hat{S}_{PM}$ の完全な射影測定となる．ここで $\theta\ll1$ のとき θ の 2 次以上の項を無視すれば $\sin 4\theta\approx 4\theta$ とみなせるから，式（1）と一致して弱測定となる．なお POVM の中の $\sin 4\theta$ は $\hat{S}_{PM}$ 測定での P 偏光成分と M 偏光成分の識別の度合を表す指標で，測定の分解能 ε とよぶべきものである．完全に理想的であれば $\varepsilon=\sin 4\theta$ と表され，測定しない状態 $\theta=0°$ で $\varepsilon=0$，最大射影測定 $\theta=22.5°$ で $\varepsilon=1$ となるが，現実的には実験の不完全性を考慮して $\varepsilon=V_{HV}\sin 4\theta$ と表す．ここで V_{HV} は実験の不完全性を表すパラメーターで，$0\leq V_{HV}\leq 1$，理想的には $V_{HV}=1$ である.

この測定行列を使うと，初期状態 $|\psi\rangle$ で終状態 $\langle f|$ のプローブ系の物理量の平均値は，

$$p(b1\,|\,f,\psi)-p(b2\,|\,f,\psi)=\frac{|\langle f|\psi\rangle|^2}{|\langle f|\psi\rangle|^2+\frac{1}{2}\eta\Delta_{\mathrm{flip}}}\sin 4\theta\,\mathrm{Re}\left[\left\langle\hat{S}_{PM}\right\rangle_w\right] \quad (2)$$

となって，測定の強さと弱値の積に等しくならない．ここで $\left\langle\hat{S}_{PM}\right\rangle_w$，$\eta$，$\Delta_{\mathrm{flip}}$ は，

$$\left\langle\hat{S}_{PM}\right\rangle_w=\frac{\langle f|\hat{S}_{PM}|\psi\rangle}{\langle f|\psi\rangle}$$

$$\eta=1-\cos 4\theta$$

$$\Delta_{\mathrm{flip}}=|\langle f|\hat{S}_{PM}|\psi\rangle|^2-|\langle f|\psi\rangle|^2$$

であり，$\left\langle\hat{S}_{PM}\right\rangle_w$ は理論的に定義された弱値，η は測定の反作用の大きさ，Δ_{flip} は偏光がフリップしたときの確率とフリップしないときの確率の差を示す．ここで式（2）の $1/2\eta\Delta_{\mathrm{flip}}$ の項は測定による測定の反作用の影響を示している．つまり測定から得られる弱値は，厳密には理論的に定義された弱値 $\mathrm{Re}\left[\left\langle\hat{S}_{PM}\right\rangle_w\right]$ とは異なり，測定の反作用の寄与を含んだものになる．測定の反作用 η は完全に理想的であれば上記のように $\eta=1-\cos 4\theta$ と表され，測定しない状態 $\theta=0°$ で $\eta=0$，最大射影測定 $\theta=22.5°$ で $\eta=1$ となる．しかし現実的には実験の不完全性を考慮して $\eta=1-V_{PM}\cos 4\theta$ と表す．ここで V_{PM} は実験の不完全性を表すパラメーターとして導入したもので，$0\leq V_{PM}\leq 1$，理想的には $V_{PM}=1$ である．$V_{PM}=1$ の場合，$\theta\ll1$ として θ の 2 次以上の項を無視すると，上記の平均値は θ と $\mathrm{Re}\left[\left\langle\hat{S}_{PM}\right\rangle_w\right]$ との積になる．しかしこれは $|\langle f|\psi\rangle|^2$ が $1/2\eta\Delta_{\mathrm{flip}}$ に対して十分大きい場合のみ成立する議論である．初期状態 $|\psi\rangle$ と終状態 $\langle f|$ がお互い直交に近づけば $|\langle f|\psi\rangle|^2$ がゼロに近づくため，たとえ $\theta\ll1$ であっても $1/2\eta\Delta_{\mathrm{flip}}$ は無視できなくなり，上記の平均値はゼロになる．そのため θ がどんな値であっても $|\langle f|\psi\rangle|^2$ は $1/2\eta\Delta_{\mathrm{flip}}$ よりも小さくすることができない．このように測定で得られる弱値の上限値は，反作用の大きさで制限される.

このことを実験で確かめたのが図 5 である．この図の横軸は初期状態を直線偏光にしたときの偏光角で，V 偏光方向からの角度 ϕ で表している．縦軸は測定された弱値 $\mathrm{Re}\left[\left\langle\hat{S}_{PM}\right\rangle_{\mathrm{exp}}\right]$ の値で，終状態として相互不偏基底である H

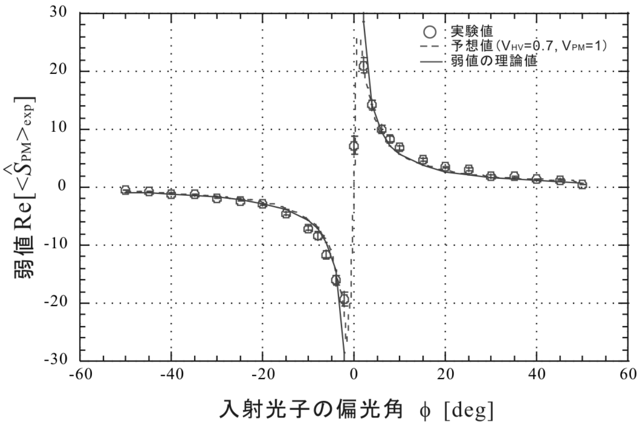

図5 測定された弱値 $\mathrm{Re}\left[\left\langle \hat{S}_{PM}\right\rangle_{\mathrm{exp}}\right]$．（文献[16]より許可を得て転載．2011©IOP publishing Ltd and Deutsche Physikalische Gesellschaft. Published under a CC BY-NC-SA licence）

偏光を選択した．したがって $\phi=0$ で初期偏光状態と終状態が直交する．この測定は測定の強さが十分に小さく $\theta=0.5°$ のときの結果で，白丸が実験データ，点線が反作用の影響を含んだ予想値，実線が弱値 $\mathrm{Re}\left[\left\langle \hat{S}_{PM}\right\rangle_{w}\right]$ の理論値を示したものである．この図から，$\phi=0$ に近づくにつれ弱値が増大する様子がみられるが，ある角度を境に急激にゼロにドロップアウトする．これが反作用の影響が無視できなくなった結果で，弱測定が破綻したことを示す．しかしこの測定から得られた弱値の最大は $\hat{S}_{PM}$ の固有値の約20倍で，予想値と比較するとほぼ理想に近い弱測定を実現している．弱値の上限値は式（2）より，$\phi \ll 1$ のとき $\phi=\sqrt{\eta/2}$ で $\mathrm{Re}\left[\left\langle \hat{S}_{PM}\right\rangle_{\mathrm{exp}}\right]=1/\sqrt{2\eta}$ となる．$\theta=0.5°$ の場合，もし理想的な測定ならば $\eta=6.1\times10^{-4}$ であるから，$\phi=1°$ のとき $\mathrm{Re}\left[\left\langle \hat{S}_{PM}\right\rangle_{\mathrm{exp}}\right]=28.6$ となって上記の実験データはほぼ理想に近い．これは実験の不完全性が偏光状態を乱すような反作用を偏光状態に及ぼしていないことを意味する．

この干渉計の明瞭度は70％で決して高くはないが，このセットアップは低い明瞭度や実験の不完全性が測定の反作用 η に影響せず測定の分解能 ε に影響するため，理想的な増大効果が得られる．その理由は，PM基底での測定に必要な制御をPM基底の固有状態で行わず，HV基底の固有状態（光路a1と光路a2）で行ったためである．その結果，PM基底での測定感度は干渉の明瞭度 $V_{HV}=70\%$ で制限されてしまう一方で，HV基底のコヒーレンスは $V_{PM}\geq 0.9988$ となり，理想に近い弱値が得られた．したがってこのセットアップは，完全な射影測定など測定の強さが強い領域での測定に不向きであるが，弱測定のような測定の強さが弱い領域で有効であることがわかる．

3. 精密測定への応用

これまでは θ を既知とし，プローブ系の物理量の平均値から弱値を測定から求めてきたが，逆に弱値を既知として未知パラメーター θ を求めることもできる．この場合弱値の増大効果をうまく利用すれば，θ の測定感度を大きくすることができる．測定のセットアップにもよるが，標準的な干渉計による感度と比較して数桁向上する可能性も指摘されている[16]．さらに実験の不完全性による反作用の影響がなければ，θ を小さくすればするほど $1/2\eta\Delta_{\mathrm{flip}}$ の寄与は小さくなって，その分 $|\langle f|\psi\rangle|^2$ を小さくすることができる．つまり未知パラメーターの大きさが小さければ小さいほど，弱値の増大の上限値を大きくすることができ，さらに感度を上げることができる．

Aharonovらの提案した弱測定では，相互作用の大きさが物理系によって決まっているので精密測定への応用範囲が限られるが，POVMをベースにした測定では，精密測定に特化した弱測定を柔軟に考えることによって，さまざまなバリエーションの精密測定に応用可能[17]である．弱測定を精密測定に有効に活用するためには，実験の不完全性による反作用の影響を極力抑える必要がある．その意味では，著者らが考案したセットアップはひとつの有効な手段と思われる．また，プローブ系の物理量を横方向運動量や波長などの連続量にすると，光子のさまざまなモードのコヒーレントな重ね合わせがすべて弱値の増大に寄与するため，弱値の増大効果に加えてモードの重ね合わせによる増大効果も期待できる．例えばHostenらの光のスピンホール効果の測定[6]は，弱値の増大の寄与に空間モードのコヒーレントな重ね合わせによる寄与が加わって，10^4 の感度向上を実現した．さらに弱値の増大を最大限得られるような最適なプローブ系の波動関数を提案した例[18]もある．こうした感度向上によって，通常の古典的なノイズに対してはかなり有効な測定が可能と思われる．ただしショットノイズ限界を超えられるほどの測定精度を得ることが可能なのか，まだはっきりしたことはわからない．終状態選択をすることによって感度が向上する反面，統計量が減少するので，結果的にSN比をほとんど改善しない可能性も指摘されている[19]．一方で，ハイゼンベルグの不確定性関係に代わる新しい測定の不確定性関係が小澤によって提案され，近年，実験的に検証[5]されたことは記憶に新しい．この小澤の不等式で定義されている測定誤差を最小にする最適な測定値が弱値の実数部となることが，以前から指摘されている[20]．そのため弱測定が測定の不確定性

に対してなんらかの有効な手段となりうる可能性があるものの，現時点でははっきりとしたことはわかっていない．今後の研究が待たれるところである．

この稿で紹介した研究結果は，同所属の鈴木佑太朗氏，田口玄氏，角屋豊氏，ホフマン・ホルガ氏との共同研究によるものです．

文　献

1）Y. Aharonov, D. Z. Albert and L. Vaidman: “How the result of a measurement of a component of the spin-1/2 particle can turn out to be 100,” Phys. Rev. Lett., **62**（1988）1351–1354.

2）I. M. Duck, P. M. Stevenson and E. C. G. Sudarshan: “The sense in which a ‘weak measurement’ of a spin-1/2 particle’s spin component yields a value 100,” Phys. Rev. D, **40**（1989）2112–2117.

3）N. W. M. Ritchie, J. G. Story and R. G. Hulet: “Realization of a measurement of a ‘weak value’,” Phys. Rev. Lett., **66**（1991）1107–1110.

4）数多くの実験があるが，例えば，K. Yokota, T. Yamamoto, M. Koashi and N. Imoto: “Direct observation of Hardy’s paradox by joint weak measurement with an entangled photon pair,” New J. Phys., **11**（2009）033011.

5）L. A. Rozema, A. Darab, D. H. Mahler, A. Hayat, Y. Soudagar and A. M. Steinberg: “Violation of Heisenberg’s measurement-disturbance relationship by weak measurements,” Phys. Rev. Lett., **109**（2012）100404.

6）O. Hosten and P. Kwiat: “Observation of the spin hall effect of light via weak measurement,” Science, **319**（2008）787–790.

7）P. B. Dixon, D. J. Starling, A. N. Jordan and J. C. Howell: “Ultra-sensitive beam deflection measurement via interferometric weak value amplification,” Phys. Rev. Lett., **102**（2009）173601.

8）J. von Neumann: *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*（Princeton University, Princeton, NJ, 1955）.

9）R. Jozsa: “Complex weak values in quantum measurement,” Phys. Rev. A, **76**（2007）044103.

10）K. Nakamura, A. Nishizawa and M-K. Fujimoto: “Evaluation of weak measurements to all orders,” Phys. Rev. A, **85**（2012）012113.

11）S. Tamate, H. Kobayashi, T. Nakanishi, K. Sugiyama and M. Kitano: “Geometrical aspects of weak measurements and quantum erasers,” New J. Phys., **11**（2009）093025.

12）H. F. Hofmann: “Complete characterization of post-selected quantum statistics using weak measurement tomography,” Phys. Rev. A, **81**（2010）012103.

13）M. A. Nielsen and I. L. Chuang: *Quantum Computation and Quantum Information*（Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000）.

14）G. J. Pryde, J. L. O’Brien, A. G. White, T. C. Ralph and H. M. Wiseman: “Measurement of quantum weak values of photon polarization,” Phys. Rev. Lett., **94**（2005）220405.

15）M. Iinuma, Y. Suzuki, G. Taguchi, Y. Kadoya and H. F. Hofmann: “Weak measurement of photon polarization by back-action-induced path interference,” New J. Phys., **13**（2011）033041.

16）N. Brunner and C. Simon: “Measuring small longitudinal phase shift: weak measurements or standard interferometry?” Phys. Rev. Lett., **105**（2010）010405.

17）A. Nishizawa, K. Nakamura and M.-K. Fujimoto: “Weak-value amplification in a shot-noise-limited interferometer,” Phys. Rev. A, **85**（2012）062108.

18）Y. Susa, Y. Shikano and A. Hosoya: “Optimal probe wave function of weak-value amplification,” Phys. Rev. A, **85**（2012）052110.

19）H. F. Hofmann, M. E. Goggin, M. P. Almeida and M. Barbieri: “Estimation of a quantum interaction parameter using weak measurements: Theory and experiment,” Phys. Rev. A, **86**（2012）040102(R).

20）M. J. W. Hall: “Prior information: how to circumvent the standard joint-measurement uncertainty relation,” Phys. Rev. A, **69**（2004）052113.

（2013 年 5 月 16 日受稿）