■光学工房

企業技術者による光学の講義

カメラや顕微鏡そして光ピックアップやレーザープリンターなどの精密光学産業は，エレクトロニクス産業が苦戦するなか，高い国際競争力を維持している．にもかかわらず，現在も学校教育課程において光学関連の講座は少ないように見受けられる．著者は企業内で光学に関わる開発を長年行ってきた．そこで感じたことは，光学関連の知識や考え方はほとんどすべての製品開発において重要な役割を果たしているが，光学は複雑あるいは難解な数式で記述され，その物理的な意味を理解するのは初心者にとって容易ではないということだ．少なくとも著者はそうであった．

ここでは，歴史的背景や原理原則に遡って物事を多面的に考える重要性，そして，企業での開発は合法的なあらゆる手段を用いて目的を達成することであることを知ってもらうことを主点にした，大学や企業内での光学講義の具体事例を紹介したいと思う．

1. 歴史的観点からの反射と屈折の法則

反射と屈折の法則は，言わずと知れた幾何光学の基本である．その歴史をみると，ギリシャ人の数学者ユークリッドは紀元前 300 年頃に光の直進性と反射の法則を見いだし，またギリシャ人の数学者ヘロンは紀元前 200 年頃に光が最短距離を通ると考えた．さらに西暦 100 年頃には，ギリシャ人の天文学者プトレマイオスが入射角と屈折角が一定の比をとることを実証し，三角関数を考案している．その後は 1000 年以上にわたって科学暗黒の時代が続くが，1615 年にはオランダの数学者スネルにより屈折の法則が導かれた．そして 1661 年には，人類の世界観にまで影響を与えた最小作用の原理の基礎となるフェルマーの原理，すなわち光は最短時間を進む経路を通ることが，フランスの数学者フェルマーにより示された．これはのちに，アインシュタインが重力場での時空のひずみ（このときもフェルマーの原理は成立し，太陽近くを通る光線は重力で曲げられている）を考案するもとになったともいわれている．

2. 反射・屈折の法則の導き方

教科書等によく見受けられる屈折の法則は，異なる媒質間での光の位相速度の違いと，波面の連続性から導かれるものが比較的多い（特に高校の教科書）．しかし厳密には，フェルマーの定理から導かれるものである[1]．すなわち，二点間の光の経路には無数の候補となる関数 $y(x)$ がある．ここで $y(x)$ にその微小経路 δS とその屈折率 $n(x, y)$ を掛け合わせた光路長積分（すなわち積分汎関数 I）を最小化する関数 $y(x)$ が実際の経路となる．これは停留値問題で汎関数 I の第一変分 δI が停留値付近で 0 となる変分法に帰着する．しかしこれでは初心者には荷が重い．そこで以下のようにして反射・屈折の法則を導く．

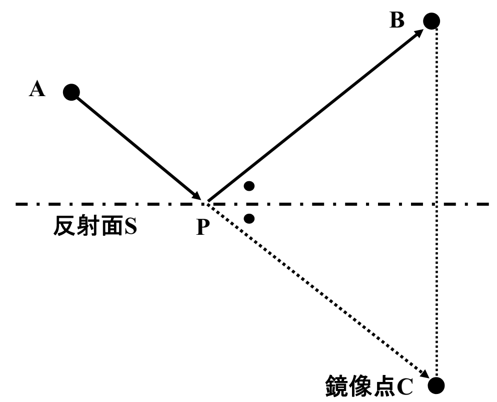

図 1　反射の法則．

図 1 に示すように，一様な媒質中で A 点から出射した光線が反射面 S で反射し B 点に到達することを考える．この際に反射面 S に対する B 点の鏡像点 C を考える．このとき A 点から C 点への直線を引き S と交わる P 点で反射して B 点に行くのが最短，すなわち入射角と反射角が等しいことが容易に導ける．

次に，図 2 に示すように屈折率 n_1 の媒質から n_2 の媒質へ光が進むことを考える．このとき光路長 L は $AB+BC$ であるので $n_1\sqrt{1+x^2}+n_2\sqrt{1+(1-x)^2}$ となる．ここで L を最小とする条件（すなわちフェルマーの原理）を求めるために x で微分して極値を求めると，以下のようになる．

$$n_1 x/\sqrt{1+x^2}-n_2(1-x)/\sqrt{1+(1-x)^2}=0$$

ここで $\sin(\theta_1)=x/AB$ および $\sin(\theta_2)=(1-x)/BC$ の関係を代入すると，スネルの法則 $n_1\sin(\theta_1)=n_2\sin(\theta_2)$ が導かれる．すなわち停留値問題ではなく極値問題でフェルマーの原理をもとにして屈折の法則を導いた．これは高校の数学の範囲である．

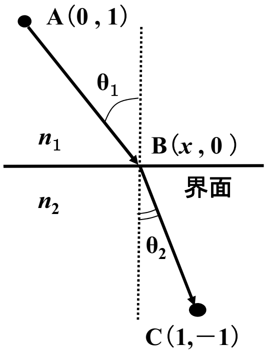

図2　屈折の法則.

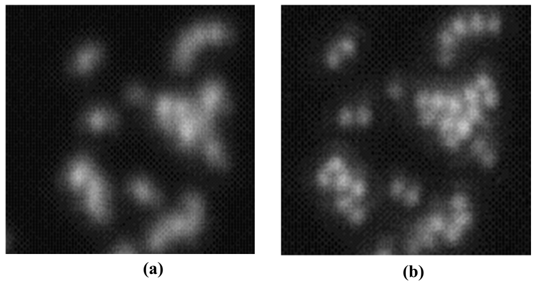

図3　173 nm 蛍光ビーズの超分解観察（*NA* 1.2，波長473 nm）.（a）直線偏光ガウスビーム使用，（b）ラジアル偏光高次ガウスビーム使用.（東北大学多元物質科学研究所佐藤研究室および北海道大学電子科学研究所生体物理 根本研究室との共同研究による）

次に，多面的に見るために別の手法を考えてみる．ドブロイによれば，物体が運動量 p をもつとき，その物質波の波長 λ はプランク定数 h を用いて h/p で表される[2]．したがって真空中で波長 λ の光波は，屈折率 n の媒質中ではその運動量 p は hn/λ となる．ここで図2において2つの媒質の境界面で接線方向の光波の運動量が保存されることから，$hn_1 \sin(\theta_1)/\lambda = hn_2 \sin(\theta_2)/\lambda$ となり，屈折の法則がただちに導かれる．

また以上から，位相速度，フェルマーの原理，運動量保存法則が密接に関連付けられることが予想される．さらに $p=h/\lambda=h\nu/c$（ν は振動数）および物質波のエネルギー E が $h\nu$ である関係から，エネルギー E を光速で割ったものが運動量となる．ここで古典的な粒子のエネルギー（$(1/2)mv^2$（m は質量，v は速度）から光波の運動量を求めると（1/2）mv となってしまう．このことから，光波（物質波）の運動量を決める速度は位相速度で，それは粒子速度（群速度）とは異なることがわかる．

3. 解像限界を超えて

有名なアッベの結像理論[3]によれば，ピッチ P の空間周波数をもつ正弦波格子を解像するには，観察波長を λ として λ/P 以上の開口数をもった対物レンズが必要とされる．普通は開口数を1以上にできないので，波長程度が解像限界となる．しかし現代はSIMやSTORMあるいはSTEDなど解像限界をはるかに超えた分解能をもつ顕微鏡がある．しかしアッベの結像理論が敗れたわけではない．

例えば，光波の伝搬モードとして高次のラゲールガウスビームがある．これは多数のサイドローブをもつが，メインローブは同じ開口のガウスビームより細くなる．このビームで物体面を走査した場合の出力画像は物体関数とビームの点像分布関数の合成積となるが，遮断周波数はガウスビームによるものと変わらない．しかし物体応答が光の強度に対して非線形性をもてば，サイドローブによる影響は失われ，分解能は向上する．さらに，ラジアル偏光等の特殊な偏光を用いるとメインローブをより細くできる．図3にラジアル偏光ラゲールガウスビームによる超分解の様子を示す[4]．

企業内研修や大学での講義において，科学の歴史的背景を知り物事を原理原則からそして多面的に見る重要性や，目的を達成するための執念の必要性を受講者にどのように伝えているかを，具体事例で紹介した．日ごろ忙しい皆様が少しゆっくりと思考を巡らすきっかけになれば幸いである．

（シチズンホールディングス(株)　橋本信幸）

文　　献

1）辻内順平：光学概論Ｉ―基礎と幾何光学―（朝倉書店，1979）.
2）L. de Broglie: “Recherches sur la théorie des quanta,” Ann. Phys. (Paris)，**3**（1925）22–128.
3）E. Abbe: “Über einen neuen Beleuchtungsapparat am Mikroskop,” Arch. Mikrosk. Anat., **9**（1873）469–480.
4）橋本信幸：“液晶光学素子を用いたベクトルビームの発生と応用”，光学，**42**（2013）597–602.