

ランダムレーザーの基礎および最近の進展

岡 本 卓

Fundamentals of Random Lasers and Recent Developments

Takashi OKAMOTO

The random laser is a mirrorless laser that consists of a random medium with gain. The scattering elements in the medium cause multiple scattering of light, which provides optical paths long enough to produce stimulated emission. The feedback mechanism necessary for lasing is also given by the randomly distributed scatterers, which is in contrast to normal lasers for which optical cavities provide a selection of resonant wavelengths. This unique laser has some interesting features that no existing light source has. In this paper, the fundamental mechanisms and properties of a random laser are described, and some of the recent findings are reviewed.

Key words: random laser, random gain medium, multiple scattering, coherence

「ランダム」と「レーザー」、この2つの言葉は一見すると相容れないもののように思われる。ランダムとは無作為・規則性がないという意味であり、人工物に当てはめる場合は負のニュアンスをも含んでいる。それに対し、レーザー(装置)は1960年に発明されて以来、誤差を最小にして設計図通りに作られるべき規則的の構造物であり、実際にほぼすべてのレーザーはそのようなものである。レーザーにとって、ランダムネスは光の損失を招くなど性能を劣化させる要因であり、排除すべきものである。以上の考え方からすると、「ランダムレーザー」という言葉は、まったくおかしなもので意味不明ということになる。

しかしながら、レーザーという言葉のもともとの意味を考えてみると、放射の誘導放出による光増幅(light amplification by stimulated emission of radiation; LASER)ということであり、必ずしもその実現に規則性を必須とはしていない。レーザー(現象)を生じさせるには、発生した光を増幅媒質内にできるだけ長くとどめて誘導放出光を増やすこと、これがまず重要である。

1994年、Lawandyらは、酸化チタンの微粒子を分散したレーザー色素メタノール溶液を光で励起するとレーザー光の特徴をもった光が発生することを発見した^{1,2)}。発生

したパルス光はある励起強度閾値を超えるとスペクトルが狭帯域化し、パルスの持続時間が劇的に減少した。この驚くべき現象をレーザーとよぶかどうかは当初議論になったが、最終的にはランダムレーザーとよばれることになった。(Lawandyらの解釈に対する反論³⁾に初めてランダムレーザーという言葉が登場したのは興味深い。)

酸化チタン微粒子を分散した増幅媒質中で、光は多重散乱を起こす。もし、媒質が十分に大きく、光が散乱を多数回繰り返したとすると、光の行路長は長くなり、媒質内に長くとどまることになる。この状況で媒質の光増幅率を上げていくと、ついには特定の波長域で光の増幅が吸収を上回り、レーザー光が放出される。これがランダムレーザーの基本的な描像である。すなわち、ランダムレーザーにとって、構造の不規則性(正確にはレーザー媒質の屈折率分布の空間的ランダムネス)が重要な意味をもつ。

このように、ランダムネスを積極的に活用した光学デバイスはいままでほとんど存在していない。この点から、ランダムレーザーは非常にユニークな存在であるといえる⁴⁻¹⁰⁾。本解説では、ランダムレーザーの基本的な原理・性質について説明したのち、最近注目されているいくつかの研究トピックスについて紹介する。

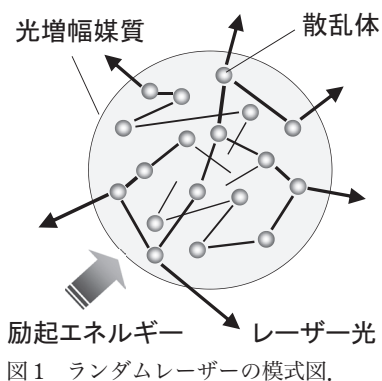


図1 ランダムレーザーの模式図.

1. ランダムレーザーの仕組み

一般的に、ランダムレーザーとよばれるシステムは以下の条件を満たしている必要がある⁴⁾.

- (1) 光はランダムネスにもとづき多重散乱し、誘導放出により増幅される
- (2) 多重散乱により、全利得が損失を上回る閾値が存在する

この条件を満たした媒質中で、どのようにレーザー光が発生するのであろうか。以下では、ランダムレーザーの発光機構について述べる。

ランダムレーザーの構造および発光の様子を模式的に図1に示す。多重散乱を起こす媒質として、直径が波長の10分の1から波長と同程度の微粒子を、液体あるいは固体に分散したものが多く用いられる。多重散乱媒質に用いる材料により、光の増幅が微粒子の周囲媒質で起こる場合と、微粒子自身で起こる場合がある。どちらも以下で述べるレーザー発光の仕組みは同じである。注意すべき点は、微粒子自身が増幅媒質である場合、個々の微粒子で whispering gallery mode によるレーザー発振が生じる可能性があることである。ランダムレーザーでは、用いる散乱粒子の粒径を小さくすることで、この可能性を排除する。

1.1 非共鳴型発光

ランダムレーザーの仕組みを説明するに際し、光の干渉効果を考慮した描像(コヒーレント描像)と考慮しない描像(インコヒーレント描像)が考えられる。最初に、より簡単なインコヒーレント描像について述べる。図1に示すような光増幅ランダム媒質に励起光を照射すると、励起光は媒質中を多重散乱しながら内部に浸透し、増幅媒質は励起状態となる。このとき、励起状態の媒質中で発生した自然放出光は増幅媒質中を通過することにより誘導放出を引き起こし、強度を増していく(上記の条件(1))。励起領域外に出た光は、吸収される、あるいはそのまま媒質外に出射する場合もあるが、多重散乱により励起領域に引き戻

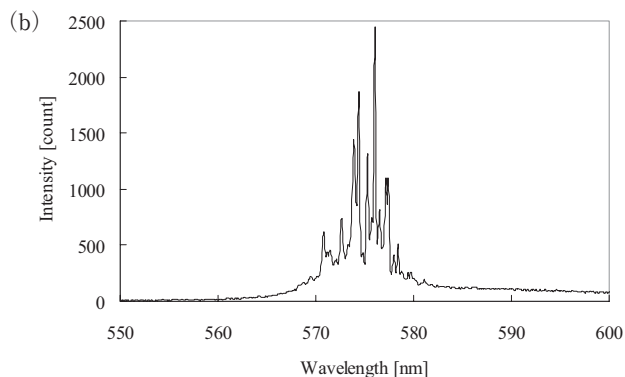
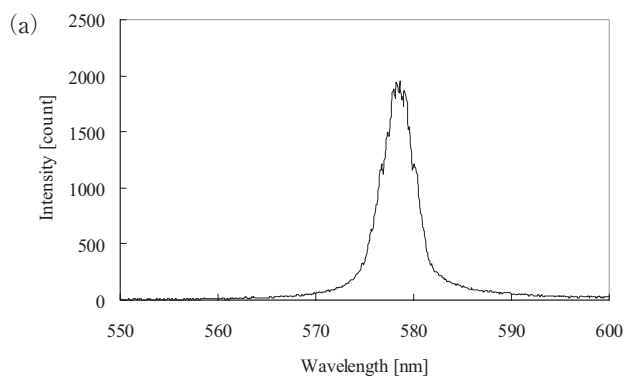


図2 ランダムレーザーの発光スペクトル。(a) 非共鳴型発光、(b) 共鳴型発光。

されてさらに増幅される場合もある。散乱が強い媒質ほど、励起領域に戻ってくる確率が高い。励起強度を上げていくと、増幅された光のエネルギーが外に出て失われた光のエネルギーと等しくなる、すなわち閾値に達する(上記の条件(2))。この状態からさらに励起強度を増すと、放出光強度は一気に増加し、ランダムレーザー光となる。増幅媒質には利得の波長依存性があるため、最も利得の高い波長をもつ光が最初に閾値に達する。その後、他の波長も次々に閾値に達して増幅していく。このため、放出光スペクトルは利得が最大となる波長にピークをもち、励起光強度の増加とともに放出光スペクトルの波長幅は狭まる。このような描像で説明できるレーザー発光のことを、非共鳴型(あるいはインコヒーレント型、強度型)帰還によるランダムレーザー発光(random lasing with non-resonant (incoherent, intensity) feedback)とよぶ。スペクトルの一例を図2(a)に示す。スペクトル幅は通常2~10 nm程度である。

1.2 共鳴型発光

ところが、これでは説明できない発光がCaoらによって観測された¹¹⁾。典型的な発光スペクトルを図2(b)に示す。インコヒーレントな描像で説明されるスペクトルピークの上に、多数のスパイク状のスペクトルが現れている。ひとつのスペクトル幅は0.2 nm未満である。このような

狭帯域スペクトルは通常のレーザー共振器と同様、光の干渉を考慮しないと説明できない、このようにコヒーレントな描像が必要となるレーザー発光を、共鳴型（あるいはコヒーレント型、振幅型）帰還によるランダムレーザー発光（random lasing with resonant [coherent, field] feedback）とよぶ。2000年代に入り、多くの研究者がこの現象の説明を試みた。最初に考えられたのが光のアンダーソン局在である。多重散乱が強くなり、Ioffe-Regelの条件¹²⁾ $l^* \leq n\lambda$ (l^* は光子の輸送平均自由行程（光子が散乱を受けてその進行方向が完全にランダムになるまでに進む距離）、 λ は波長、 n の値は理論上 $1/2\pi$)を満たすと光は特定の場所に局在し、それが増幅媒質中であれば増強されるというものである。しかし、三次元媒質の場合、このような強散乱条件を実現するのは容易ではない。あるいは、光が何回か微粒子で散乱された後たまたま出発点に戻ってきて、また同じ経路をたどる単純なリング共振器の形成も、たとえ強散乱であっても損失が多く、この現象の説明としては成り立ちにくい。結局、多くの実験により、局在条件を満たさなくてもスパイクは観測されることが明らかになったことから、新たな解釈が必要となった。

上記のような単純なリングの描像ではなく、もう少しマクロに見たときの屈折率の分布がたまたま導波路的な構造となり、リング共振器が形成されるという理論が提案されている¹³⁾。このモデルは上記の単純なリング共振器モデルよりもより現実的であり、光が媒質内で拡散する条件 $L \gg l^* > \lambda$ (L は媒質の大きさ)を満たす場合に生じる局在モード（localized mode）を説明することができる。しかし、すべての実験結果をこの理論で説明するのは難しい。

現在のところ、共鳴型ランダムレーザーの発振機構に関しては、以下に述べる描像が多くの実験結果の解釈として有効であると考えられている。多重散乱媒質の内部で拡散するコヒーレントな光は、屈折率のランダムな空間分布により複雑な干渉パターンを作り出す。これは散乱媒質内部にできるスペckルパターンである。このパターンは不規則であるが、干渉し合う光波の位相は一意に定まっておらず、決してランダムではない。したがって、内部の散乱光波同士がある特定の位相関係をもって干渉し合った場合、擬似的に共振器のようなものが生じる可能性がある。ただし、光は増幅媒質全体に広がっており、かつ外部に自由に出て行ける解放系であるために損失が大きい。Vannesteらは、このような拡散型共振器ともよべるものがスペクトルスパイクを生じさせているとし、シミュレーションによりその正当性を確認した^{14,15)}。一例として、二次元ランダム媒質の散乱体分布とそのレーザーモードパターンを図3

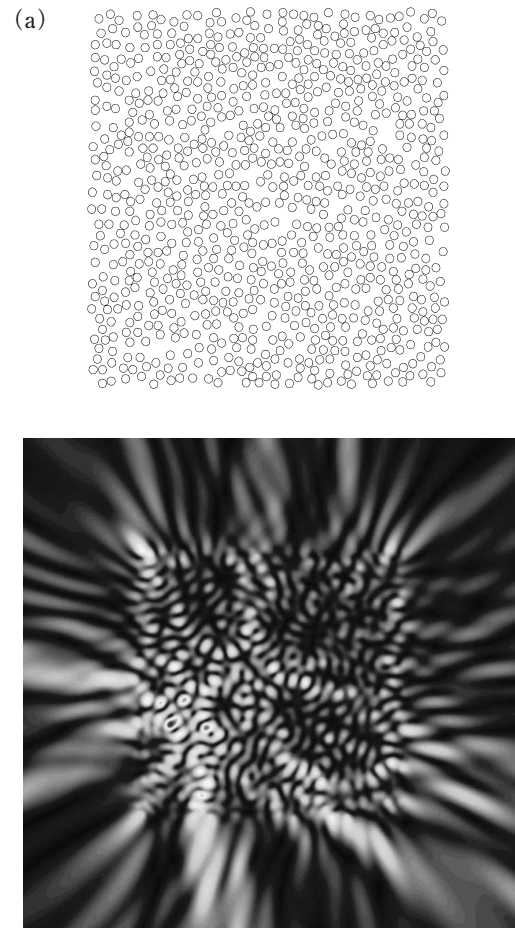


図3 ランダムレーザーのモードパターン。(a)二次元ランダム媒質中の散乱体分布、(b)光振幅の空間分布。(文献¹⁵⁾より転載)

に示す。散乱粒子と周囲媒質の屈折率差が0.25と小さい場合であっても、特定の波長で擬似的な共振器モードが生じ、スペクトルスパイクを発生させる。このパターンがモードである間接的な証明として、増幅を止めた後に散逸していく光振幅パターンが、光の1周期ごとに元のパターンに戻ることを示されている。興味深いのは、図3 (b)の強度分布を均一にし、位相の分布だけを再現した光源を増幅なしの同じ媒質中に置いたところ、まったく同じ振幅パターンが出現したことである。すなわち、この現象は位相が決定的な意味をもつ。光が拡散的であるがゆえに共振モードは増幅媒質全体に広がっているため、広がりモード（extended mode）とよばれる。このモードは損失が大きいため短寿命であり、 Q 値は数十程度である。

局在モードと広がりモードは共存できることが実験的に確かめられている¹⁶⁾。また、前述した非共鳴型の発光は、多くのモードが発生し重なり合うことにより干渉効果が表に現れなくなったものと解釈することもできる。

2. ランダムレーザー光の性質

ランダムレーザーが通常のレーザーと最も異なる点は、指向性がないということである。これは、誘導放出光が増幅媒質内での多重散乱により生じることから明らかである。しかしながら、共鳴型ランダムレーザーの場合、その位相関係によって複数の特定方向にのみ強い光が放射される、すなわち、放射方向にむらができる。これは、図3(b)中の媒質外部の放射パターンからもみてとれる。通常、ランダムレーザーは空間的・時間的ともにマルチモードであるため、このような放射パターンが重なり合い、全体としてあらゆる方向にレーザー光が放射される。放射方向の制御に関しては、4.1節で紹介する。

通常のレーザーは時間的・空間的コヒーレンスがともに高いが、ランダムレーザーの場合、これらを別々に考える必要がある。時間的コヒーレンスに関しては、共鳴型・非共鳴型どちらの場合も一般的な単色LEDよりは長くなるが、多くの場合、通常のシングルモードレーザーよりは短い。共鳴型の場合、時間的コヒーレンスはスペクトルスパイクの数やその分布広がりにより大きく変化する。

ランダムレーザーの特徴は空間的コヒーレンスに表れる。励起領域が比較的広い場合、増幅媒質内では数多くのモードが発生し、それらは互いにインコヒーレントである。複数の独立した小光源がお互いに無関係に発光している状態にあるため、放出された光は全体として空間的コヒーレンスが低くなる。このことは、スペックルが生じないレーザー光源が実現できることを意味する(4.2節参照)。逆に、励起領域を狭い範囲に限定することで、比較的高い空間的コヒーレンスを得ることも可能である。

このように、ランダムレーザーのコヒーレンスは、散乱の強さ、増幅の強さ、励起光の強度、励起領域の大きさなどにより制御することが可能であり、大きな特徴のひとつとなっている。

3. ランダムレーザーの種類

現在までに、多くの種類のランダムレーザーが提案されている。それらは、液体か固体か、あるいは散乱体が増幅媒質を兼ねているか、それぞれ別の材料を用いるか、などさまざまな分類される。液体レーザーはペイントレーザーともよばれる。一方、固体レーザーには、パウダーレーザーをはじめとしていくつかの種類がある。

3.1 ペイントレーザー

この型のレーザーの代表例は、文献1)にあるようにレーザー色素溶液に散乱微粒子を分散させたものであり、塗料や絵の具に似ていることからこうよばれている。散乱

体(微粒子)と増幅媒質(色素)が別の材料であり、それぞれを個別に制御できることから、ランダムレーザーの特性解析によく使われる。実験条件を変えることで、共鳴型・非共鳴型発光のどちらも発生させることが可能である。微粒子がブラウン運動によりその位置を変化させるため、共鳴型発光においてスペクトル形状は時間とともに変化する。

3.2 固体レーザーとパウダーレーザー

固体レーザーとしては、固体の増幅媒質に微粒子を分散させたものがある。例えば、レーザー色素を添加したポリマーに微粒子を混合し、硬化させたものなどである¹⁷⁾。あるいは、動物や人間の内臓・筋肉にレーザー色素を染み込ませて発光させた例もある¹⁸⁾。これらはペイントレーザーの固体版であるが、散乱体の位置が時間的に変化しないため、色素の劣化がない限り常に同じスペクトルが得られる。一方、散乱微粒子自身が増幅媒質である、パウダーレーザーとよばれるものがある。この名称はランダムレーザーという言葉が生まれる以前の1970年代から使われていた⁵⁾ことからわかるように、最も歴史のあるランダムレーザーである。Nd:YAGなどの固体レーザー媒質を粉碎したもの、あるいはZnO、GaAsなどの半導体を粉碎したものが用いられる。これらを光学的に励起すると、発生した光は微粒子によって散乱を受けるたびに増幅される。周囲媒質が空気であるため屈折率差が大きく、また凝集させることが可能であるため、強い散乱を起こすことができる。アンダーソン局在に近い状態まで実現可能であるため、効率のよい発振が可能である。また、直径が1~3 μm程度のマイクロランダムレーザーも実現されている¹⁹⁾。

4. 最近の研究動向

上述したように、ランダムレーザーの発振機構に関する研究はかなり進んできている。近年の研究の傾向としては、発光の制御や計測系への応用など、実用化を目指した研究が多くみられる。以下では最近の研究例をいくつか紹介する。

4.1 発振モードおよび発振波長の制御

ランダムレーザーは構造が不規則であるため、「励起してみるまでどのようなモードで発光するかわからない」という問題点がある。すなわち、各モードがどの方向にどのようなスペクトルで放射するかを予測できない。このことは、用途によっては実用化の妨げになる。このような問題点を克服するためのさまざまな研究が行われている。

散乱微粒子の粒径をすべて等しくすると、個々の微粒子のミー共鳴が媒質全体に影響を及ぼす。その結果、媒質の

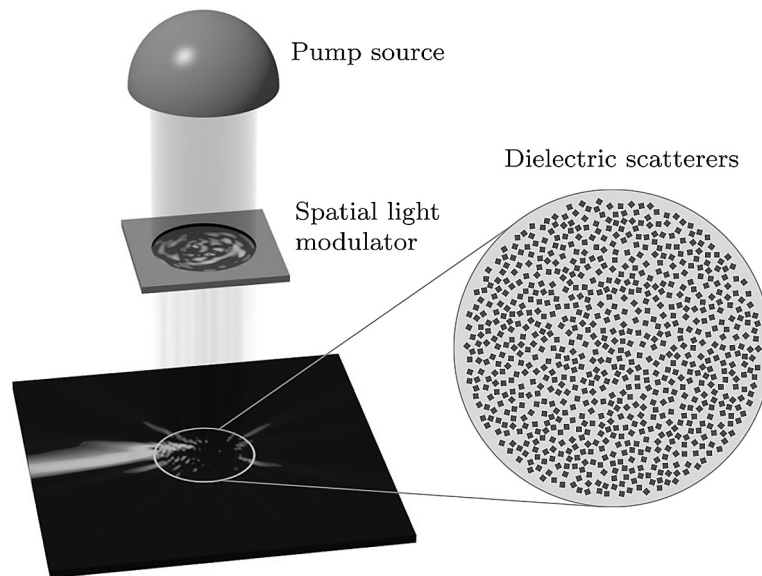


図4 励起パターンの変化によるランダムレーザーの出射角制御. (文献²⁵⁾より転載)

輸送平均自由行程が光の波長によって大きく変化する. 輸送平均自由行程が小さいほど散乱が強く, レーザー発振の閾値が低くなる. このことを利用し, 微粒子の粒径を制御することにより所望の波長で発光する非共鳴型ランダムレーザーが作られている²⁰⁾. さらに一歩進んで, このような単分散媒質の一部に微粒子の存在しない欠損部分を作ることで, そこに光を閉じ込め, 共鳴型発振を起こさせる研究も行われている²¹⁾. これはフォトリック結晶のランダム版ともいえるもので, 興味深い²²⁾.

共鳴型と非共鳴型の発光を, 励起光の照射パターンで制御する手法も提案されている²³⁾. 色素溶液中の酸化チタンナノ粒子凝集体を励起する際, 直線状励起から円状励起へとパターンを変化させると, 発光は共鳴型から非共鳴型へと変化する. これは, 励起するモード数を増加させると各モードが結合し合うことにより, 結果として広がった疑似モード的な構造が生じるためであると考えられる.

光の放射方向の制御に関しては, ランダムレーザー媒質をファブリー・ペロー共振器内に置くことにより, 1方向に放射させる実験が行われている²⁴⁾. この場合, 外部の共振器による波長の選択も同時に行われる. これに対し, 励起光の照射パターンを精密に調整することで, 指定の方向にレーザー光を放射させる手法が提案された²⁵⁾. 概略図を図4に示す. これは, 空間光変調器で制御された励起光のパターンを, 出射光パターンをフィードバックさせながら最適化していくものであり, 広がりモードであっても狭い角度範囲に光を放出することが可能となる.

4.2 スペックルフリー照明

ランダムレーザーの空間的コヒーレンスは, 散乱の強さ

や増幅媒質内での励起光分布の形や大きさによって変化する. ことが明らかになっている²⁶⁾. したがって, 空間的コヒーレンスを低くすることにより, 「レーザーであるがスペckルが出ない」光源が実現できる. 実際に色素溶液ランダムレーザーを用いて解像力テストチャートを結像し, LED照明に近い解像力が得られている²⁷⁾. ランダムレーザーは光子の縮退度 (photon degeneracy) が高いため, 単位スペクトル幅当たりの輝度は熱的光源に比べて桁違いに高い. 応用例として, 光コヒーレンストモグラフィー (OCT) の光源として用いた研究が報告されている²⁸⁾.

4.3 ランダム構造の工夫

散乱微粒子の形状や分布が, ランダムレーザー発光にどのような影響を与えるかを調べる研究が行われている. 微粒子形状については, 非共鳴型発光の場合, スペクトル幅は微粒子形状に依存しないが, 発光強度は形状依存することが報告されている²⁹⁾. 微粒子の分布に関しては, 一様分布から徐々に凝集微粒子を増やしていくと, レーザー閾値が低下していく結果が得られている³⁰⁾. 散乱体の不均一分布は光子の拡散状態に影響を与え, 分布をうまく制御すれば通常拡散ではなく異常拡散 (レヴィ・フライト) する状況を作り出すことができるため³¹⁾, ランダムレーザーとの関連において今後の研究が期待される.

4.4 電氣的励起

ランダムレーザーの実用化において, 電氣的な励起は重要な技術的課題である. 初期の研究としては, δ アルミナ粉体に Nd^{3+} イオンをドープしたものに電子ビームを当て, ランダムレーザーの連続光を観測した例がある³²⁾. 最近では, 通常の半導体レーザーと同様に電流を注入するこ

とにより発光させることが可能になった。SiO₂/ZnO 構造から、閾値 2 mA でレーザー発振した例が報告されている³³⁾。

ランダムレーザーの研究が本格的に始まって 20 年近くが経った。多くの理論的・実験的考察がなされたが、いまだに完全解明には至っていない。これは、非線形現象である光の増幅や吸収と多重散乱の複雑さが合体した現象が、いかに多くの探求課題を与えたかを示している。今後もこの魅力的な現象の基礎的研究は続き、新たな知見が得られていくものと思われる。

同時に、この新光源の応用研究も進められていくであろう。現在のところ、前述したインコヒーレント光源としての利用のほか、高輝度かつ高色純度のディスプレイ、スペクトル形状の一意性に基づいた物体識別、温度やひずみセンサー、流体計測用や腫瘍検出用のマーカーなどが考えられている。このような応用範囲の豊富さは、形状・サイズ・波長の自由度が高く、安価に作製できるランダムレーザーならではのものである。応用面からも、新しいアイデアが数多く生まれてくることを期待したい。

文 献

- 1) N. M. Lawandy, R. M. Balachandran, A. S. L. Gomes and E. Sauvain: "Laser action in strongly scattering media," *Nature*, **368** (1994) 436-438.
- 2) A. Z. Genack and J. M. Drake: "Scattering for super-radiation," *Nature*, **368** (1994) 400-401.
- 3) D. S. Wiersma, M. P. van Albada and A. Lagendijk: "Random laser?" *Nature*, **373** (1995) 203-204.
- 4) D. S. Wiersma: "The physics and applications of random lasers," *Nat. Phys.*, **4** (2008) 359-367.
- 5) M. Noginov: *Solid-State Random Lasers* (Springer, New York, 2005).
- 6) H. Cao: "Random lasers with coherent feedback," *Optical Properties of Nanostructured Random Media*, ed. V. M. Shalaev (Springer, Berlin, 2002) pp. 303-328.
- 7) H. Cao: "Lasing in disordered media," *Progress in Optics, Vol. 45*, ed. E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 2003) pp. 317-370.
- 8) H. Cao: "Review on latest developments in random lasers with coherent feedback," *J. Phys. A*, **38** (2005) 10497-10535.
- 9) D. S. Wiersma: "Random lasers explained?" *Nat. Photonics*, **3** (2009) 246-248.
- 10) 富田 誠: "ランダムレーザー", *光学*, **34** (2005) 575-580.
- 11) H. Cao, Y. Zhao, S. Ho, E. Seelig, Q. Wang and R. Chang: "Random laser action in semiconductor powder," *Phys. Rev. Lett.*, **82** (1999) 2278-2281.
- 12) A. F. Ioffe and A. R. Regel: "Non-crystalline, amorphous and liquid electronic semiconductors," *Prog. Semicond.*, **4** (1960) 237-291.
- 13) V. M. Apalkov, M. E. Raikh and B. Shapiro: "Random resonators and prelocalized modes in disordered dielectric films," *Phys. Rev. Lett.*, **89** (2002) 016802.
- 14) C. Vanneste, P. Sebbah and H. Cao: "Lasing with resonant feedback in weakly scattering random systems," *Phys. Rev. Lett.*, **98** (2007) 143902.
- 15) J. Andreasen, A. A. Asatryan, L. C. Botten, M. A. Byrne, H. Cao, L. Ge, L. Labonté, P. Sebbah, A. D. Stone, H. E. Türeci and C. Vanneste: "Modes of random lasers," *Adv. Opt. Photonics*, **3** (2011) 88-127.
- 16) J. Fallert, R. J. B. Dietz, J. Sartor, D. Schneider, C. Klingshirn and H. Kalt: "Co-existence of strongly and weakly localized random laser modes," *Nat. Photonics*, **3** (2009) 279-282.
- 17) A. Costelan, L. Cerdán and I. García-Moreno: "Solid state dye lasers with scattering feedback," *Prog. Quantum Electron.*, **37** (2013) 348-382.
- 18) R. C. Polson and Z. V. Vardeny: "Random lasing in human tissues," *Appl. Phys. Lett.*, **85** (2004) 1289-1291.
- 19) H. Cao, J. Y. Xu, E. W. Seelig and R. P. H. Chang: "Microlaser made of disordered media," *Appl. Phys. Lett.*, **76** (2000) 2997-2999.
- 20) S. Gottardo, R. Sapienza, P. D. García, A. Blanco, D. S. Wiersma and C. López: "Resonance-driven random lasing," *Nat. Photonics*, **2** (2008) 429-432.
- 21) H. Fujiwara, R. Niyuki, Y. Ishikawa, N. Koshizaki, T. Tsuji and K. Sasaki: "Low-threshold and quasi-single-mode random laser within a submicrometer-sized ZnO spherical particle film," *Appl. Phys. Lett.*, **102** (2013) 061110.
- 22) 藤原英樹, 池田 匠, 笹木敬司: "欠陥領域を用いたランダム構造内の局在モード特性制御", *光学*, **39** (2010) 431-436.
- 23) M. Leonetti, C. Conti and C. Lopez: "The mode-locking transition of random lasers," *Nat. Photonics*, **5** (2011) 615-617.
- 24) Q. Song, L. Liu, S. Xiao, X. Zhou, W. Wang and L. Xu: "Unidirectional high intensity narrow-linewidth lasing from a planar random microcavity laser," *Phys. Rev. Lett.*, **96** (2006) 033902.
- 25) T. Hisch, M. Liertzer, D. Pogany, F. Mintert and S. Rotter: "Pump-controlled directional light emission from random lasers," *Phys. Rev. Lett.*, **111** (2013) 023902.
- 26) B. Redding, M. A. Choma and H. Cao: "Spatial coherence of random laser emission," *Opt. Lett.*, **36** (2011) 3404-3406.
- 27) B. Redding, M. A. Choma and H. Cao: "Speckle-free laser imaging using random laser illumination," *Nat. Photonics*, **6** (2012) 355-359.
- 28) B. Redding, M. A. Choma and H. Cao: "Spatially incoherent random lasers for full field optical coherence tomography," *Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO), PDPC7* (Baltimore, 2011).
- 29) T. Okamoto and S. Adachi: "Effect of particle size and shape on nonresonant random laser action of dye-doped polymer random media," *Opt. Rev.*, **17** (2010) 300-304.
- 30) M. Leonetti and C. Lopez: "Random lasing in structures with multi-scale transport properties," *Appl. Phys. Lett.*, **101** (2012) 251120.
- 31) P. Barthelemy, J. Bertolotti and D. S. Wiersma: "A Lévy flight for light," *Nature*, **453** (2008) 495-498.
- 32) G. R. Williams, S. B. Bayram and S. C. Rand: "Laser action in strongly scattering rare-earth-metal-doped dielectric nanophosphors," *Phys. Rev. A*, **65** (2001) 013807.
- 33) Y. Li, C. Wang, L. Jin, X. Ma and D. Yang: "Electrically pumped random lasing from the light-emitting device based on two-fold-tandem SiO₂/ZnO structure," *Appl. Phys. Lett.*, **102** (2013) 161112.

(2013年12月26日受理)