

電子スペックル干渉計測による面内・面外同時変形計測

新井 泰彦*・横関 俊介**

*関西大学システム理工学部機械工学科 〒564-8680 吹田市山手町 3-3-35

**常光応用光学研究所 〒811-4142 宗像市泉が丘 2-32-1

Using Electronic Speckle-Pattern Interferometry In-Plane and Out-of-Plane Simultaneous Deformation Measurement

Yasuhiko ARAI* and Shunsuke YOKOZEKI**

*Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering Science, Kansai University, 3-3-35, Yamate-cho, Suita, Osaka 564-8680

**Jyouko Applied Optics Laboratory, 2-32-1 Izumigaoka, Munakata, Fukuoka 811-4142

A novel in-plane and out-of-plane deformation simultaneous measurement method using only two speckle patterns grabbed before and after deformation of objects with rough surfaces is proposed. An optical system using two cameras for novel measurement method is set up by improving ordinary two-beam speckle interferometers. An independent feature of in-plane and out-of-plane deformation measurement in simultaneous measurement is discussed by using measured results. Furthermore, the measurement of deformation of Euler buckling phenomenon which produces simultaneously in-plane and out-of-plane deformation in deformed beam by axial force is discussed. It is confirmed that measured result agrees well with the theory of buckling.

Key words: ESPI, in-plane and out of plane deformation, simultaneous deformation measurement, Euler buckling, fringe analysis

1. はじめに

材料工学においてしばしば問題となる座屈現象では、面内変形と面外変形とが同時に発生するとともに、破壊を伴う大変形が高速に生じることが知られている¹⁾。従来、座屈現象に関する実験では、面内・面外変形の同時解析が非接触かつ高分解能に実施可能な光学的計測法²⁻⁴⁾が用いられており、特に粗面の変形計測が可能なスペックル干渉計測法⁵⁻⁷⁾が広く用いられている。

スペックル干渉計測技術は、1970年代より電子スペックル干渉計測法⁸⁾はもとより、縞走査技術⁵⁾の導入に伴い、高分解能を有する面外変形計測のみならず、面内変形計測も現在では実施可能である⁵⁻⁸⁾。また、1990年代初頭より、スペックル干渉計測を用いた変形計測においては、変形前後のスペックルパターンそれぞれの位相分布を個別に求め、その位相差によって変形量を求める手法 (difference of phase method)^{9,10)}と変形前後のスペックルパター

ンから変形量に相当する縞画像をスペックルグラムとして一度求め、ノイズ除去などの画像処理を行った後に、そのスペックルグラムから変形量としての位相分布を求める手法 (phase of difference method)^{9,10)}がスペックルパターンの解析技術¹¹⁻¹³⁾として検討されている。さらに、軸外しデジタルホログラフィーの考え方¹⁴⁾に基づくスペックル干渉計測法の発展に伴い、変形前後の2枚のスペックルパターンのみによる変形計測法¹⁵⁻¹⁷⁾が開発されるに至っている。しかし、一般の軸外しデジタルホログラフィーにおいては、スペックルパターン解析における difference of phase methodと同様の位相検出法が用いられていることから、スペックル干渉計測においても difference of phase methodがその技術開発の主流となっている⁹⁻¹³⁾。ところが、difference of phase methodでは、スペックルパターンに含まれた多大のスペックルノイズによって、縞解析過程においてSN比の低い信号(画像)を扱わなければ

ならないことより、高い測定精度を実現することが困難となっている。この問題の解決のために、difference of phase method に基づかない測定手法の開発に向け、ノイズ軽減を視野に入れた新たな視点に立った処理法の開発が求められるに至っている。

一般に、スペックル干渉計測法を用いて座屈現象の解析のような面内・面外変形計測を行う場合には、面外変形計測のみならず、二光束を用いた光学系による面内変形計測技術が有効である¹⁸⁻²⁰⁾。この二光束干渉計測において縞走査技術⁵⁾を用いると、高速に変形する面内変形に対しても高分解能な縞解析が実現可能となる²⁰⁾。ところが、従来の二光束干渉光学系では、面内変形計測は可能であるものの、面内変形と面外変形とが同時に発生した場合には、面内変形のみが測定可能であり、面内変形と面外変形との同時計測を行うことができない問題があった。

この問題に対して、二光束干渉光学系を2組用いることによる三次元変形計測法²¹⁾、さらに、測定対象の形状計測を並行して行い、その形状結果を用いることによる3方向から照射されたビームを用いた面内・面外変形計測法²²⁾が提案されている。また、3組の二光束干渉光学系を組み合わせ、フーリエ変換を用いた面内・面外変形同時計測法²³⁾も提案されている。しかし、この手法では変形前後の2枚のスペックルパターンに加えて、二次元周波数領域において異なった周波数をもつキャリア縞を発生させるために、変形の基準となる新たなスペックルパターンを照明光の入射角度を調節し、追加して採取する必要がある。また、大変形計測では変形に伴いスペックルが移動するため、変形の基準となる3枚目のスペックルパターンを随時、変形過程内で採取する必要がある。しかし、変形過程内で照明光の入射角度を調節しつつスペックルパターンを採取することは困難であることより、この手法の大変形計測への利用は難しいものと考えられる。加えて、光学系においてビームの切り替えによって面内・面外変形計測を行う手法²⁴⁾も提案されているものの、ビーム切り替えが必要なため、この手法は動的現象の解析には利用することはできない。

本研究では、先行事例のような複数の二光束干渉光学系を組み合わせる技術の使用、さらに、測定対象の形状計測を並行して実施することなく、従来の二光束干渉光学系の基本的変形解析過程^{18,19)}を検討した結果に基づく面内・面外同時計測が可能となる新たな光学系を提案している。この解析法では、高いSN比をもつ信号を扱うことのできるphase of difference method に従った処理が行われている。

原理確認実験において、任意の面内・面外変形を人工的

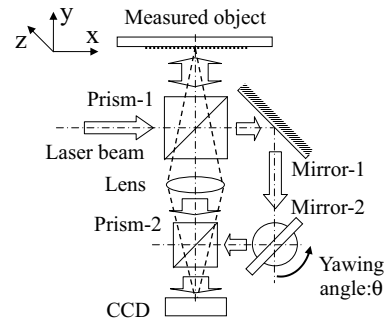


Fig. 1 Optical system for fringe analysis using only two speckle patterns.

に高い精度で発生させることのできる測定対象を用いて、面内変形のみが発生した場合、面外変形のみが発生した場合、ならびに面内・面外変形が同時に発生した場合等の結果を通して、高分解能な面内・面外同時変形計測が2枚のスペックルパターンのみを用いた本手法によって実施可能であることを示している。

さらに、本研究で提案した新しい面内・面外同時変形計測法を座屈解析へ適用し、オイラー座屈¹⁾との理論的な整合を検討することによって、提案した手法の座屈解析における有用性を示している。

2. 2枚のスペックルパターンのみを用いた変形計測法

前報¹⁶⁾に示したように、Fig. 1に示す光学系で採取されたx軸方向にキャリア成分をもつスペックルパターンの強度分布 $I(x, y)$ は、式(1)で表すことができる。

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(2\pi f_0 x + \phi(x, y)) \quad (1)$$

ここで、 $a(x, y)$ はバイアス成分、 $b(x, y)$ は信号の振幅成分、 f_0 は信号のキャリア成分、さらに $\phi(x, y)$ は位相成分である。

式(1)に示す強度分布を式(2)のように書き改めて、フーリエ変換すると、式(3)に示すように軸外しデジタルホログラフィーと同様にバイアス成分と信号成分を周波数領域で分離することができる^{14,16)}。

$$I(x, y) = a(x, y) + c(x, y) \exp(2\pi i f_0 x) + c(x, y) * \exp(-2\pi i f_0 x) \quad (2)$$

ここで、 $c(x, y) = (1/2)b(x, y) \exp(i\phi(x, y))$ であり、* は共役な複素数を表している。

この現象を用いると、式(1)に示されるようなスペックルパターンの強度分布 $I(x, y)$ からフーリエ変換技術によって、式(3)に示すような $\mathcal{F}[I(f_x, f_y)]$ が得られる。さらに、 $C(f_x - f_0, f_y)$ のみを周波数領域において抽出し、逆フーリエ変換すると、 $c(x, y) \exp(2\pi i f_0 x)$ 成分を実部 ($:I_{spIR}(x, y)$) と虚部 ($:I_{spII}(x, y)$) として式(4)のように得る

ことができる²⁵⁾。

$$\mathcal{F}[I(f_x, f_y)] = A(f_x, f_y) + C(f_x - f_0, f_y) + C^*(f_x + f_0, f_y) \quad (3)$$

ここで、 f_x は x 方向、 f_y は y 方向それぞれの空間周波数を表している。

$$\begin{aligned} I_{\text{sp1R}}(x, y) &= \text{Re}[c(x, y) \exp(2\pi i f_0 x)] \\ &= \text{Re}[(1/2)b(x, y) \exp(2\pi i f_0 x + i\phi(x, y))] \\ &= (1/2)b(x, y) \cos(2\pi f_0 x + \phi(x, y)) \end{aligned} \quad (4-1)$$

$$\begin{aligned} I_{\text{sp1I}}(x, y) &= \text{Im}[c(x, y) \exp(2\pi i f_0 x)] \\ &= \text{Im}[(1/2)b(x, y) \exp(2\pi i f_0 x + i\phi(x, y))] \\ &= (1/2)b(x, y) \sin(2\pi f_0 x + \phi(x, y)) \end{aligned} \quad (4-2)$$

以上の演算によって、前報¹⁶⁾に示したようにスペックルパターンから周波数領域において、信号成分を式(4)のようにバイアス成分を含まない正弦波成分と余弦波成分として分離することができる。

同様の演算により、変形後のスペックルパターンからバイアス成分を含まない正弦波成分と余弦波成分を式(5)として求めることができる。

$$I_{\text{sp2R}}(x, y) = (1/2)b(x, y) \cos(2\pi f_0 x + \phi(x, y) + \Delta\phi(x, y)) \quad (5-1)$$

$$I_{\text{sp2I}}(x, y) = (1/2)b(x, y) \sin(2\pi f_0 x + \phi(x, y) + \Delta\phi(x, y)) \quad (5-2)$$

ここで、 $\Delta\phi(x, y)$ は測定対象の変形に伴う位相変化量である。

通常の difference of phase method であれば、逆正接関数を用いて式(4)より $2\pi f_0 x + \phi(x, y)$ 、式(5)より $2\pi f_0 x + \phi(x, y) + \Delta\phi(x, y)$ を求め、その差を演算することによって変形量である $\Delta\phi(x, y)$ を求めている。しかし、式(4)、(5)には多大のスペックルノイズが含まれているために、この演算法では $\Delta\phi(x, y)$ を求めることができるものの、ノイズ成分の影響を強く受け、ばらつきのある大きな結果しか得ることはできない。

本研究では、phase of difference method に基づき、式(4)、(5)より一度スペックルグラムを求め、SN比の高い縞情報を得たのちに、変形量である $\Delta\phi(x, y)$ を求めている。

この演算において、変形情報を有するスペックルグラムを求めるにあたっては、従来のように差の二乗演算¹⁸⁾を行うと、バイアス成分が再び発生するので、二乗演算を行うのではなく、通信分野でよく用いられるヘテロダイン(この場合は、正確にはホモダイン)の考えに基づき、式(4)、(5)の実部と虚部の掛け算により、スペックルグラムを求めている。

本研究では、あらかじめ式(4)、(5)をそれぞれ2倍

し、式(4-1)の実部と式(5-1)の実部の積を求め、式(6)のアンダーラインで示す項のように変形にかかわる位相差成分として余弦波成分を抽出している。

$$\begin{aligned} SG_1(x, y) &= b(x, y)^2 [\cos(2\pi f_0 x + \phi(x, y)) \\ &\quad \times \cos(2\pi f_0 x + \phi(x, y) + \Delta\phi(x, y))] \\ &= (1/2)b(x, y)^2 [\cos(4\pi f_0 x + 2\phi(x, y) + \Delta\phi(x, y)) \\ &\quad + \underline{\cos(\Delta\phi(x, y))}] \end{aligned} \quad (6)$$

同様に、式(4-2)ならびに式(5-1)を用いることによって、式(7)のアンダーラインで示す項として正弦波成分を抽出している。

$$\begin{aligned} SG_2(x, y) &= b(x, y)^2 [\sin(2\pi f_0 x + \phi(x, y)) \\ &\quad \times \cos(2\pi f_0 x + \phi(x, y) + \Delta\phi(x, y))] \\ &= (1/2)b(x, y)^2 [\sin(4\pi f_0 x + 2\phi(x, y) + \Delta\phi(x, y)) \\ &\quad + \underline{\sin(\Delta\phi(x, y))}] \end{aligned} \quad (7)$$

式(6)、(7)のアンダーラインで示すスペックルグラムにおける低い周波数成分を二次元バンドパスフィルターで抽出すると、式(8)、(9)に示すように $\Delta\phi(x, y)$ に対する正弦波成分と余弦波成分を求めることができる。

$$SG_1(x, y) = b(x, y)^2 \cos(\Delta\phi(x, y)) \quad (8)$$

$$SG_2(x, y) = b(x, y)^2 \sin(\Delta\phi(x, y)) \quad (9)$$

この式(8)、(9)の比を求め、逆正接関数に代入すると、式(10)に示すように $\Delta\phi(x, y)$ を求めることができる。

$$\Delta\phi(x, y) = \tan^{-1} [b(x, y)^2 \cos(\Delta\phi(x, y)) / b(x, y)^2 \sin(\Delta\phi(x, y))] \quad (10)$$

以上のように提案した光学系では、スペックルパターンの基本的な性質を用いることによって、バイアス成分と信号成分との分離を行い、さらに、phase of difference method の考えに基づき、スペックルパターンに含まれるノイズ成分をフィルター技術に基づいて可能な限り除去している¹⁸⁾。この結果、SN比の高い信号成分の抽出が実現され、スペックルノイズの影響を受けにくい、変形前後の2枚のスペックルパターンのみを用いた、高分解能な変形計測が実現されている。

3. 面内・面外変形同時計測法の解析原理

Fig. 2に示す従来型の二光束干渉光学系では、測定面に垂直な光軸をもつカメラに対し、左右から同じ角度 θ_0 でレーザー光を照射することにより、測定対象の面外変形成分をキャンセルすることによって、面内変形計測を実現している¹⁸⁾。一般にその原理は、測定感度ベクトル^{23,24)}を用いて説明することができる。さらに、この現象は左右から入射するレーザー光の変形に伴う光路長の変化によっても説明可能である¹⁸⁾。

本研究では従来の面外変形の影響をキャンセルすること

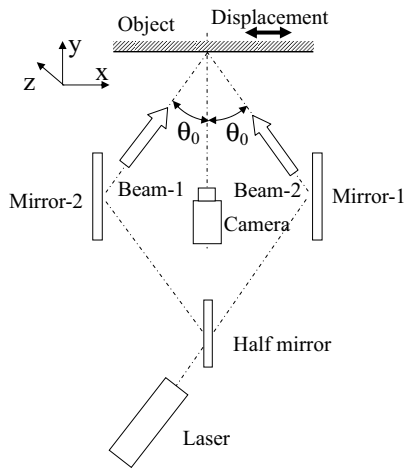


Fig. 2 Two-beam speckle interferometry for measuring in-plane deformation.

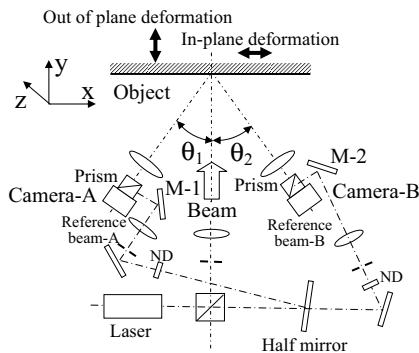


Fig. 3 Proposed optical system for in-plane and out-of-plane deformation measurements.

による面内変形計測の考え方にに基づきつつも、従来の二光束干渉光学系^{18,19)}のように、左右からのレーザービームを一組の光学系として考えるのではなく、二光束干渉光学系をそれぞれのレーザー光とカメラとが一对となった2組の光学系として取り扱う考え方を提案している。この考え方に基づくと、面内・面外変形量を同時計測可能な Fig. 3 に示す光学系を構成することができる。Fig. 3 に示すように提案する光学系ではレーザー光の光軸に対して、 θ_1, θ_2 の角度に光軸をもつ2台のカメラが設置されている。この光学系における測定対象の変形に伴う光路長変化を詳細に示したものが Fig. 4 である。

ここで、測定対象上の点 P_0 が測定対象の変形に伴い本来の位置から、点 P_1 へ移動したとする。この結果、カメラ A でとらえる光波の光路長の変化は、物体への入射時には点 P_2 から点 P_1 までの光路が長くなり、さらに点 P_1 で散乱した光は、点 P_1 からカメラ A の光軸に垂直な移動前の点 P_0 を含む線上の点 P_3 までの光路が、変形前の点 P_0 で散

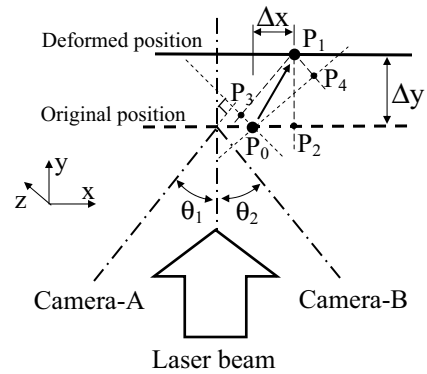


Fig. 4 Principal of deformation analysis based on optical path length.

乱した光を観察していたときよりも長くなる。すなわち、Fig. 4 に示すように Δx を面内変形量、 Δy を面外変形量とすると、 $P_2P_1 = \Delta y$ であり、 $P_1P_3 = \Delta y / \cos \theta_1 - (\tan \theta_1 \Delta y - \Delta x) \sin \theta_1$ となることより、カメラ A では、変形に伴うトータルの光路長の変化 ΔA は両者の和をとることによって $\Delta y + \Delta y / \cos \theta_1 - (\tan \theta_1 \Delta y - \Delta x) \sin \theta_1$ となる。一方、カメラ B においても、同様に考えると、 $P_2P_1 + P_1P_4$ だけ光路が長くなる。すなわち、 ΔB の光路長のトータルの変化は、 $\Delta y + \Delta y / \cos \theta_2 - (\Delta x + \tan \theta_2 \Delta y) \sin \theta_2$ となる。

以上の結果をもとにすると、式 (11) の連立方程式を得ることができる。この式は、式 (11) に示すようにさらに三角関数を整理することができる。この結果は、従来の二光束干渉光学系における感度ベクトル^{23,24)}を用いた考え方と同様の結果となっている。

$$\begin{aligned} \Delta A &= \sin \theta_1 \times \Delta x + (1 + 1/\cos \theta_1 - \tan \theta_1 \times \sin \theta_1) \times \Delta y \\ &= \sin \theta_1 \times \Delta x + (1 + \cos \theta_1) \times \Delta y \\ \Delta B &= -\sin \theta_2 \times \Delta x + (1 + 1/\cos \theta_2 - \tan \theta_2 \times \sin \theta_2) \times \Delta y \\ &= -\sin \theta_2 \times \Delta x + (1 + \cos \theta_2) \times \Delta y \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 $a = 1 + \cos \theta_1$ 、 $b = 1 + \cos \theta_2$ とし、この連立方程式を Δx と Δy について解くと、面内変形量 Δx と面外変形量 Δy を式 (12) に示すように求めることができる。

$$\begin{aligned} \Delta x &= (\Delta A \times b - \Delta B \times a) / (b \times \sin \theta_1 + a \times \sin \theta_2) \\ \Delta y &= (\Delta A \times \sin \theta_2 + \Delta B \times \sin \theta_1) / (b \times \sin \theta_1 + a \times \sin \theta_2) \end{aligned} \quad (12)$$

式 (12) を用いると、左右2台のカメラから採取された変形前後のスペックルパターンを用いて演算されたスペックルグラムの位相分布を ΔA 、 ΔB として検出することによって、物体の変形に伴う面内・面外変形量を同時に計測することができる。

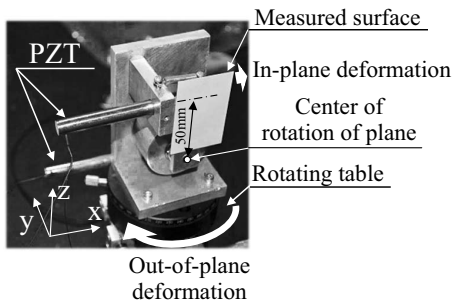


Fig. 5 Measured object.

4. 面内・面外変形同時計測実験

4.1 面内・面外変形計測実験に基づく原理の確認

本解析法の正当性を示すために、Fig. 3 に示す光学系を設置して、面内・面外変形計測を行った。ここでは、2台のカメラとレーザー光との角度を $\theta_1 = \theta_2 = 30 \text{ deg}$ とし、光源として 532 nm (出力 100 mW) のレーザーを用いている。光学系では、Fig. 3 に示すようにレーザーからの光を測定対象に照射する照明光と参照光とに分け、照明光を平行光として測定対象に照射している。一方、参照光は、ハーフミラーで再び 2 分割され、ND フィルターで光量を調整したのちにそれぞれ平行光とされ、2 台のカメラ (A, B) のレンズと画像素子との間に設置されたプリズムを用いて参照光として画像素子へ入射されている。この場合、スペックルパターンにキャリア成分を与えるために、各画像素子への入射角は Fig. 1 のミラー 2 に相当する鏡 M-1, M-2 の角度調整によって設定されている。

測定対象は、Fig. 5 に示すような下部に回転テーブルが設置され、それを圧電素子によって回転させ既知の面外変形を与えることができるものである。さらに、その回転テーブル上には白くペイントされた金属板が圧電素子によって面内で回転する構造となっており、人工的に面内・面外変形を正確に発生させることのできる装置である。この面内・面外変形発生装置^{18,19)}を測定対象として原理確認実験を行った。

Fig. 3 に示す光学系によってカメラ A から採取された変形前のスペックルパターンを Fig. 6 (a) にスペックルパターンの一例として示している。ここで用いる画像素子のピクセルピッチは $2.2 \mu\text{m}$ である。また、スペックル径はレーザー波長と観察光学系の絞りの設定値より約 $10 \mu\text{m}$ と推定することができる⁸⁾。

さらに、このスペックルパターンをフーリエ変換すると、前報¹⁶⁾に示したと同様に Fig. 6 (b) に示すように周波数領域においてバイアス成分と信号成分とが分離された状態となっていることがわかる。

本研究では、変形前後の 2 枚のスペックルパターンから変形に伴う位相分布の抽出は前報¹⁶⁾に示したと同様に Fig. 7 に示す処理によって行っている。すなわち、①スペックルパターンを変形前後で採取し、②周波数領域で信号成分のみを抽出したのちに、逆フーリエ変換するとバイアス成分を含まない式 (4) に示す信号成分が得られる。同様に、変形後のスペックルパターンを処理すると、式 (5) に対応する信号成分が得られる。③これらの信号成分から、スペックルグラムを求め、式 (6) に示す変形縞の余弦波成分を抽出すると、Fig. 6 (c) に示すようなスペックルグラムが得られる。同様に、式 (7) に示す変形縞の正弦波成分を抽出する。④式 (8), (9) に示すようにそれぞれのスペックルグラムに対してフィルタリング処理によってノイズ成分を除去する。そののちに、⑤式 (10) によって変形に伴い発生した縞の位相成分を求めると、Fig. 8 (a) に示す位相分布が求められる。同様に、カメラ B について処理した結果が、Fig. 8 (b) である。

さらに、Fig. 8 (a), (b) に示すカメラ A とカメラ B の位相分布を式 (12) を用いて面内・面外変形量に分離し、 $2\pi \text{ rad}$ を光源の波長 532 nm に置き換えた結果が、Fig. 8 (c), (d) である。明らかに面内変形は存在しているものの、面外変形は測定対象全域においてほとんど変化していないことが確認できる。この場合の面内、面外変形測定結果の標準偏差は、それぞれ 2.3 nm, 0.85 nm であり、本手

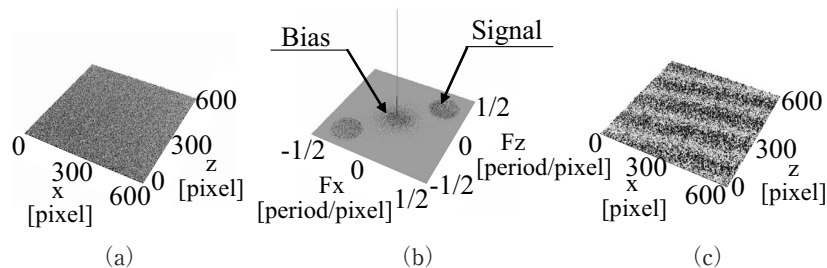


Fig. 6 Speckle pattern and specklegram. (a) Speckle pattern, (b) speckle pattern in frequency domain, (c) specklegram.

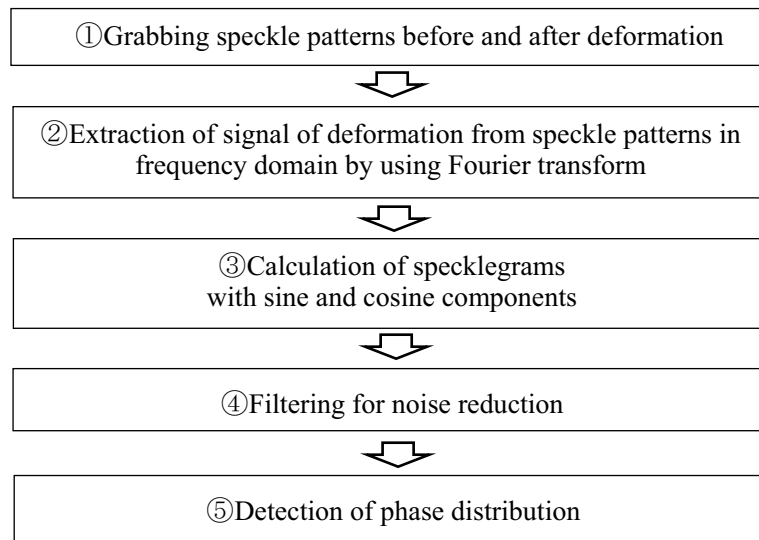


Fig. 7 Flow chart of processing in fringe analysis.

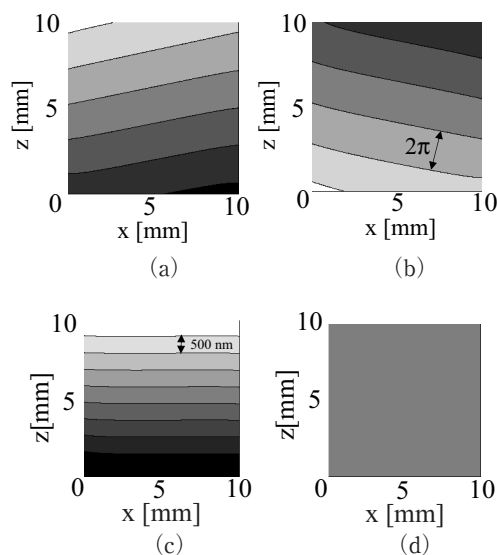


Fig. 8 Results of in-plane deformation measurement. (a) Phase map of camera-A, (b) phase map of camera-B, (c) in-plane deformation, (d) out-of-plane deformation.

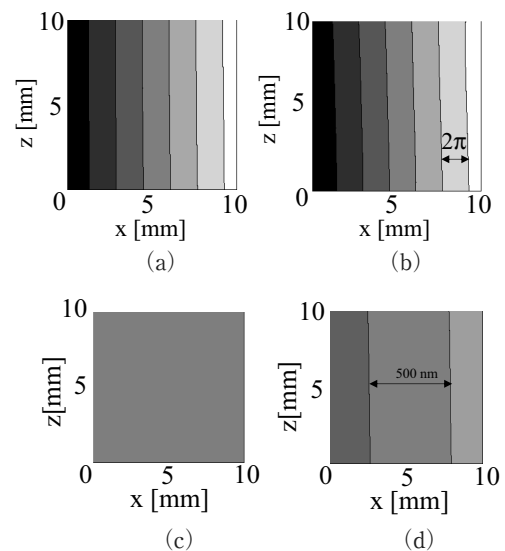


Fig. 9 Results of out-of-plane deformation measurement. (a) Phase map of camera-A, (b) phase map of camera-B, (c) in-plane deformation, (d) out-of-plane deformation.

法が高い測定精度を有するものであることが確認できる。また、Fig. 8 に示す面内変形実験では、測定対象として設定している 10 mm の範囲内で約 $5 \mu\text{m}$ の変形が発生していることが、Fig. 8 (c) より確認することができる。Fig. 5 に示す変形発生装置では、白いプレートの回転中心と圧電素子の作用点との距離は 50 mm に製作されており、圧電素子に $25 \mu\text{m}$ (圧電素子の変形量は最小読み取り $1 \mu\text{m}$ のダイヤルゲージによって確認している) の変形を発生させていることより、本手法によって得られた変形量は正しいものであると考えられる。

同様に面外変形のみを与えた場合の結果を Fig. 9 に示

す。この場合には、Fig. 9 (a), (b) に示すようにカメラ A、カメラ B それぞれで得られたスペックルグラムの位相分布は、両者同様の傾向をもつ位相分布となっていることがわかる。これらの位相分布より式 (12) を用いて得られた面内・面外変形量検出結果は、Fig. 9 (c), (d) に示されるように面内変位は測定領域全面でほとんど変化がないことを示し、面外変形は測定対象が縦軸に沿って回転しているように変形していることがわかる。この場合の面内、面外変形測定結果の標準偏差は、それぞれ 0.68 nm , 0.34 nm であり、高い測定精度を有するものであることが確認されている。また、この場合、Fig. 5 に示す変形発生装置の回

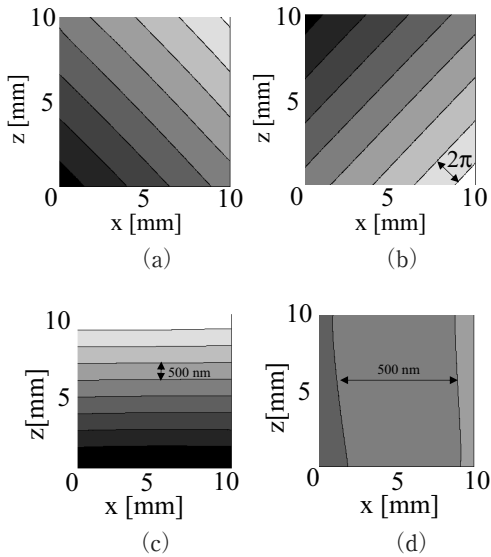


Fig. 10 In-plane and out of plane deformation measurements. (a) Phase map of camera-A, (b) phase map of camera-B, (c) in-plane deformation, (d) out-of-plane deformation.

転テーブルの中心と圧電素子の作用点との距離は 50 mm であり、 $5 \mu\text{m}$ の変位が圧電素子に発生する条件で行われていることより、本実験の 10 mm の測定範囲で Fig. 9 (d) が示すように約 $1 \mu\text{m}$ の面外変位が観察されていることから、この場合も正確に変形量が測定されているものと考えられる。

さらに、面内・面外変形を同時に与えた場合の結果を Fig. 10 に示している。この場合にも、2 台のカメラから得られた Fig. 10 (a), (b) に示したカメラ A, カメラ B の位相分布を用いることによって、面内・面外変形量を Fig. 10 (c), (d) に示すように分離することができる。

上記のように Fig. 8, Fig. 9 では、それぞれ独立した面内・面外変形が与えられている。また、Fig. 10 は Fig. 8, Fig. 9 に示した面内・面外変形と同じ変形量をそれぞれ同時に与えた場合の解析結果である。このことより、本手法が面内・面外変形量を独立して解析することのできる手法であれば、Fig. 8, Fig. 9 に示したそれぞれの面内変形量、面外変形量が加算された変形量分布である Fig. 11 (a), (b) の加算結果と Fig. 10 (c), (d) の結果は、同じものになるはずである。

そこで、Fig. 10 と Fig. 11 の面内・面外変形それぞれの差を求めて状況を検討した。その結果が Fig. 11 (c), (d) である。面内・面外ともに両者の差はほぼゼロになり、面内変形・面外変形における両者の差の標準偏差は、それぞれ、 2.6 nm と 0.93 nm であることがわかった。この結果においては、面内・面外変形計測結果ともに波長の 200 分の

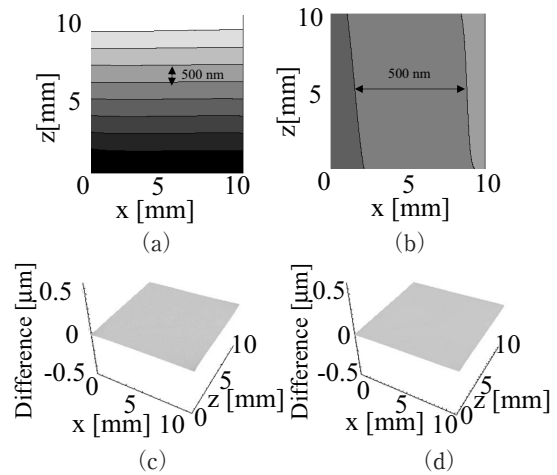


Fig. 11 Difference between resultant and direct measurements. (a) Resultant in-plane deformation, (b) resultant out-of-plane deformation, (c) difference of in-plane deformation, (d) difference of out-of-plane deformation.

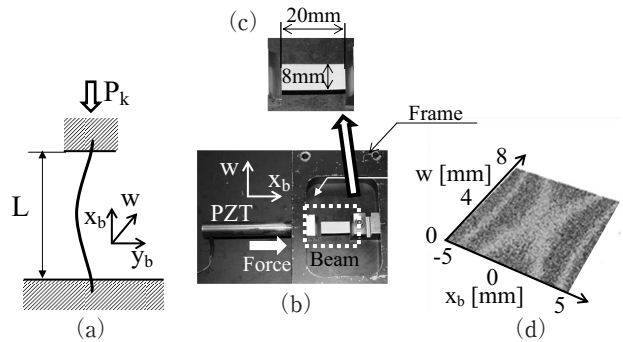


Fig. 12 Experiment of buckling. (a) Schematic of buckling, (b) setup for experiment, (c) beam $t = 0.08 \text{ mm}$, (d) specklegram at camera-A.

1 程度の非常に高い分解能をもった計測が行われていることがわかった。さらに、高辻らによる解析結果²³⁾と同様に、本研究においても、面外変形のばらつきが面内変形のばらつきよりも小さくなっている。この結果は、面内・面外変形計測における感度ベクトルの大きさによるものであると考えている。

以上の結果より、本研究で提案した手法は、面内・面外変形計測を同時に行うことができるとともに、それぞれの計測が独立した高い分解能をもつ測定法であることを示しているものと考えている。

4.2 座屈解析¹⁾への適用

上記の結果をもとにして、次に、本研究において提案した面内・面外同時変形計測法を面内変形ならびに面外変形が同時に発生する Fig. 12 (a) に示すような両端固定の座屈現象の解析に適用した。具体的には、Fig. 12 (b), (c) に示すリン青銅で作製された梁（長さ 20 mm，幅 8 mm，

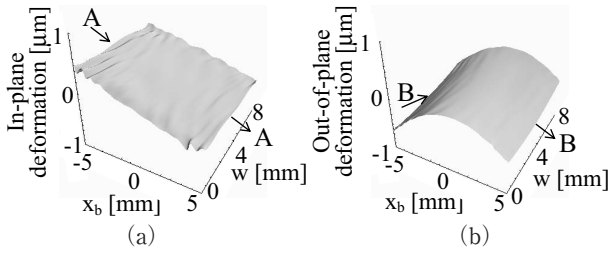


Fig. 13 Deformation of beam under buckling. (a) In-plane deformation, (b) out-of-plane deformation.

厚さ 0.08 mm) の軸方向に圧電素子を用いて力 (変位量として $2\ \mu\text{m}$) を与えた場合に発生する座屈現象を Fig. 3 に示した光学系を用いて解析した. 本研究で取り扱う座屈現象が, 最も簡単な座屈現象として考えられる両端が固定された梁の軸方向に力が負荷された座屈であることから, 式 (13) に示すような梁のたわみに関する微分方程式が得られる¹⁾.

$$EI \frac{d^2 y_b}{dx_b^2} + P y_b = 0 \quad (13)$$

ここで, E はヤング率, I は梁の断面二次モーメント, P は軸荷重である.

この方程式を両端が固定されている場合の境界条件で解くと, x_b 方向でのたわみ曲線は, 式 (14) として得られる.

$$y = C_0 (\cos[2\pi x_b / L] - 1) \quad (14)$$

ここで, L は梁の長さであり, C_0 は積分定数である.

このようにして, 座屈現象においては梁のたわみ曲線を理論的に得ることができる¹⁾.

梁の軸方向に力を加えて梁を座屈させた場合の変形に伴うカメラ A から観察した最大たわみが発生している付近のスペックルグラムを Fig. 12 (d) に示す. このような縞が観察されるのは梁の x_b 方向のほぼ中央部であり, 理論的にも中央部で最大たわみが発生することが知られている. カメラ A ならびにカメラ B から得られた変形前後のスペックルパターンを前節と同様に処理し, 面内と面外変形量に分離して示した結果が Fig. 13 (a), (b) である.

今回の実験では, スペックルパターンから変形に関する位相分布を求める過程で, 武田²⁵⁾ が行ったと同様にハニングウィンド関数を用いた演算を利用している. その結果, 画像の周辺部で十分な情報を得ることができなかった. そのために, 一度の解析では梁の中心付近のみの結果の処理しか行うことができなかった. したがって, 梁の固定端 (変位がゼロの点) の位置は, 実験条件としては確認しているものの, その位置での変形情報は梁全体をとらえた画像内の情報からは明確に求めることができなかった.

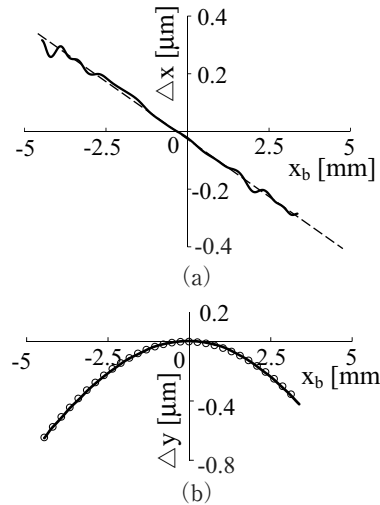


Fig. 14 Deformation distributions under buckling. (a) In-plane deformation, (b) out-of-plane deformation.

そのために, ここでは, $w = 4$ において面外変位が最大となる点の x_b 座標を 0 mm (原点) と設定し, 面内変形量, 面外変形量をその地点においてそれぞれゼロと定義することによってデータを取りまとめることにした. したがって, Fig. 13 (a) では梁の中央部に相当する x_b の座標が 0 mm の地点の左右で面内変形量がプラスマイナスになっているのではなく, 梁の面内変形量が $x_b = 0$ における面内変形量に対して, その両サイドでプラスマイナスになっていることを表している. 同様に, Fig. 13 (b) においても x_b が 0 mm での位置で, 梁の面外変形量の最大値がゼロとなっているのではなく, 梁の面外変形量が最大になった地点を x_b が 0 mm と仮に定めて, その前後で梁の面外変形量が小さくなっていることを表している. 今後, 本格的な座屈解析を行うためには, ウィンド関数の利用方法も含めて, 固定端の状況も解析ができるような装置の改良が必要であるものと考えている.

しかし, 上記のような固定端に関する問題があるものの, 本研究では測定結果を座屈理論に沿ってさらに検討した.

Fig. 13 に示す面内変形, 面外変形の梁の中心線 A-A, B-B ライン上 ($w = 4$) の値を抽出した結果が Fig. 14 (a), (b) である. Fig. 14 (a) に示す面内変形結果では, 固定端の情報は未確認であるものの, その傾きを観察すると一定の傾きで変形が発生しており, 面内変形が一定の軸方向の力によって発生していることがわかる.

この場合の梁に働く力は, 梁の断面積 (幅 8 mm × 厚み 0.08 mm = $0.64\ \text{mm}^2$) とリン青銅のヤング率 (110 GPa) さらに, Fig. 14 (a) のグラフの傾きから得られるひずみ ($0.6\ \mu\text{m}/8\ \text{mm} = 7.5 \times 10^{-5}$) より $P = 110 \times 7.5 \times 0.64 \times$

$10^{-2} = 5.28N$ であると推定することができる。この場合のオイラーの座屈荷重¹⁾は $2.31N$ であり、Fig. 14 (a)より明らかに座屈が発生する荷重が梁に加えられていることがわかる。

さらに、Fig. 14 (b)に示すように梁の変形曲線における最大たわみ点の x_0 座標を0 mmとした場合の変形曲線を式(14)に基づいてカーブフィットすると、Fig. 14 (b)の白丸印のような結果が得られる。この場合に、たわみ曲線として得られた結果における梁の長さ L の値は、18.5 mmとして得られている。この結果より、おおよそ実際の梁の長さ20 mmに対応した値が実験結果において得られているものと考えられる。

以上の結果より、本研究で取り扱った梁(細長比が250)における座屈解析は、座屈現象を最も簡易な解析手法に基づいて検討したものの、実験結果が座屈理論によく沿ったものとなっていることがわかった。このことより、本研究で提案した新たな手法が、面内・面外変形を同時に解析することができる特徴を生かすことによって、座屈現象の解析にも適用可能であることを示した。

5. おわりに

本研究では、2枚のスペックルパターンのみを用いて変形計測を行うことのできるスペックル干渉計測法を従来面内変形計測法として利用されていた二光束干渉計測法に導入するために、従来1つの干渉光学系であると考えられていた二光束干渉光学系を、それぞれの照明光とカメラにより構成された個別の独立した2つの干渉計が組み合わせられて成り立っているものとして取り扱う新しい考え方を示した。

この考え方に基づき、面内・面外同時変形計測のための2台のカメラにより構成された新しい光学系を提案した。また、その光学系より採取されるスペックルパターンを用いた面内・面外変形解析法を示し、その解析法の正当性を、面内・面外変形が独立して計測される場合と面内・面外変形を同時に計測した場合との比較結果において示した。

さらに、本手法を面内変形と面外変形が同時に発生する座屈現象の解析に適用し、座屈解析において本解析法が有用であることを示した。

上記のような従来の二光束干渉光学系が2つの独立した干渉計によって構成されたものであるとの解釈に基づくと、3つの独立した干渉計を利用することによって、本研究において提案した技術は、容易に三次元変形計測に拡張可能であると考えられる。また、3方向の感度の整合につ

いても検討が可能である。今後、二次元に広がる板に生じる複雑な座屈の解明が可能な新たな光学系の開発を目指している。

文 献

- 1) F. Bleich: *Buckling Strength of Metal Structures* (McGraw-Hill, New York, 1952) pp. 1-54.
- 2) H. K. Jia, S. B. Wang, L. A. Li, Z. Y. Wang and P. Goudeau: "Application of optical 3D measurement on thin film buckling to estimate interfacial toughness," *Opt. Laser Eng.*, **54** (2014) 263-268.
- 3) N. Miura, S. Arikawa, S. Yoneyama, M. Koike, M. Murakami and O. Tanno: "Digital image correlation strain analysis for the study of wrinkle formation on facial skin," *J. Solid Mech. Mater. Eng.*, **6** (2012) 545-554.
- 4) A. J. Moore and J. R. Tyrer: "An electronic speckle pattern interferometer for complete in-plane displacement measurement," *Meas. Sci. Technol.*, **1** (1990) 1024-1030.
- 5) D. Malacara: *Optical Shop Testing* (John Wiley & Sons, 1992) pp. 501-652, pp. 1-50.
- 6) R. S. Sirohi: *Speckle Metrology* (Marcel Dekker, New York, 1993) pp. 99-234.
- 7) G. Cloud: *Optical Methods of Engineering Analysis* (Cambridge University Press, New York, 1995) pp. 395-476.
- 8) B. J. Thompson: *Selected Papers on Electronic Speckle Pattern Interferometry Principles and Practice* (SPIE Optical Engineering Press, Bellingham, Washington, 1996) pp. 1-518.
- 9) B. Bhaduri, N. K. Mohan, M. P. Kothiyal and R. S. Sirohi: "Use of speckle phase shifting technique in digital speckle pattern interferometry (DSPI) and digital shearography (DS)," *Opt. Exp.*, **14** (2006) 11598-11607.
- 10) B. Bhaduri, N. K. Mohan and M. P. Kothiyal: "Digital speckle pattern interferometry using spatial phase shifting: Influence of intensity and phase gradients," *J. Mod. Opt.*, **55** (2008) 861-876.
- 11) R. S. Sirohi, N. K. Mohan and T. Santhanakrishnan: "Optical configuration for measurement in speckle interferometry," *Opt. Lett.*, **21** (1996) 1958-1959.
- 12) R. S. Sirohi, J. Burke, H. Helmers and K. D. Hinsch: "Spatial phase shifting for pure in-plane displacement and displacement-derivative measurements in electronic speckle pattern interferometry (ESPI)," *Appl. Opt.*, **23** (1997) 5787-5791.
- 13) J. Burke, H. Helmers, C. Kunze and V. Wilkens: "Speckle intensity and phase gradients: Influence on fringe quality in spatial phase shifting ESPI-systems," *Opt. Comm.*, **152** (1998) 144-152.
- 14) N. Pavillon, S. C. Seelamantula, J. Kuhn, M. Unser and C. Depeursinge: "Suppression of the zero-order term in off-axis digital holography through nonlinear filtering," *Appl. Opt.*, **48** (2009) H186-H195.
- 15) 新井泰彦, 井上拓也, 荒井義和, 横関俊介: "2枚のスペックルパターンのみを用いた高分解能電子スペックル干渉計測法", *光学*, **41** (2012) 96-104.
- 16) 新井泰彦, 横関俊介: "2枚のスペックルパターンのみを用いたフーリエ変換技術による電子スペックル干渉法", *光学*, **42** (2013) 256-265.
- 17) Y. Arai: "Electronic speckle pattern interferometry based on spatial information using only two sheets of speckle patterns," *Mod. Opt.*, **61** (2014) 297-306.
- 18) 新井泰彦, 藤本雅大, 横関俊介: "空間的偏解析法を用いた電子スペックル干渉法におけるオブティカルディスロケーション発生とフィルタリング処理との関係", *光学*, **31** (2002) 562-

- 19) Y. Arai and S. Yokozeki: "In-plane displacement measurement using electronic speckle pattern interferometry based on spatial fringe analysis method," *Opt. Eng.*, **43** (2004) 2168-2174.
- 20) Y. Arai, Y. Tsutsumi, M. Kikukawa and S. Yokozeki: "Speckle interferometry by using virtual speckle pattern based on Carre algorithm," *J. Metrol. Soc. India*, **26** (2011) 303-314.
- 21) E. B. Flynn, L. C. Bassman, T. P. Smith, Z. Lalji, L. H. Fullerton, T. C. Leung, S. R. Greenfield and A. C. Koskelo: "Three-wavelength electronic speckle pattern interferometry with the Fourier-transform method for simultaneous measurement of microstructure-scale deformations in three dimensions," *Appl. Opt.*, **45** (2006) 3218-3225.
- 22) S. Schedin, G. Pedrini, H. J. Tiziani and F. M. Santoyo: "Simultaneous three-dimensional dynamic deformation measurements with pulsed digital holography," *Appl. Opt.*, **38** (1999) 7056-7062.
- 23) T. Takatsuji, B. F. Oreb, D. I. Farrant and J. R. Tyrer: "Simultaneous measurement of three orthogonal components of displacement by electronic speckle-pattern interferometry and the Fourier transform method," *Appl. Opt.*, **36** (1997) 1438-1445.
- 24) A. Martinez, J. A. Rayas, R. Rodriguez-Vera and H. J. Puga: "Three-dimensional deformation measurement from the combination of in-plane and out-of-plane electronic speckle pattern interferometers," *Appl. Opt.*, **24** (2004) 4652-4658.
- 25) M. Takeda, H. Ina and S. Kobayashi: "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry," *J. Opt. Soc. Am.*, **72** (1982) 156-160.